Ley de Coulomb, campo electrostático, distribuciones de carga, energía.

1. Calcular el cociente q/m entre la carga y la masa de dos partículas idénticas que se repelen electrostáticamente con la misma fuerza con que se atraen gravitatoriamente. Comparar el valor hallado con el cociente e/m para el electrón.

   Datos: $G = 6,7 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2/kg^2}$; $k = 9 \times 10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2}$; $\mathrm{m}_e \simeq 9 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$; $e = 1,6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$

2. Calcular la fuerza gravitatoria entre dos esferas de 1 cm de cobre separadas por una distancia de 1 m. Si se retirara a cada esferita un electrón por átomo, ¿cuál será la fuerza de repulsión electrostática entre ambas?
   Datos: $\delta_{\mathrm{Cu}} = 9\,\mathrm{g/cm^3}$; $N_A = 6 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$; peso atómico del Cu: 63,5.

3. Hallar la fuerza neta sobre una carga q ubicada en el centro de un cuadrado de lado L, cuando se han colocado cargas q, $2q$, $4q$ y $2q$, en los cuatro vértices (en ese orden). Saque provecho de la simetría de la configuración de cargas, para simplificar el cálculo.

4. En dos vértices contiguos de un cuadrado de lado L se hallan dos cargas q. En los dos vértices restantes se colocan dos cargas $-q$. Determine por razonamientos de simetría cuál será la dirección y el sentido del campo sobre los ejes del cuadrado perpendiculares a sus lados. Calcule el campo eléctrico sobre esos ejes.

5. Un hilo muy fino de longitud L está cargado uniformemente con una carga total Q. Calcular el campo eléctrico en todo punto del espacio.

6. Una corona circular de radios a y b tiene una densidad de carga uniforme σ.

   a) Hallar el campo eléctrico en su eje.

   b) Deducir, a partir del resultado anterior, cuál es el campo eléctrico en el eje de un disco de radio b (cargado uniformemente). Obtener luego el campo eléctrico de un plano cargado uniformemente.

   En cada caso estudie la continuidad del campo y obtenga el valor del “salto” en la discontinuidad.

7. **(Problema numérico)** Para un disco de radio R cargado con densidad superficial uniforme σ graficar el campo en función de la coordenada radial a distintas distancias en la dirección normal al disco y discutir en que región del espacio es válido suponerlo infinito.

8. Utilizando el teorema de Gauss, calcule el flujo de campo eléctrico sobre cada una de las caras de un cubo, cuando en el centro del cubo se coloca una carga q. Repita el cálculo cuando la carga q está en uno de los vértices del cubo.

9. En cada uno de los casos siguientes determine, explotando la simetría de la configuración de cargas, cuál será la dirección del campo eléctrico y de cuáles coordenadas dependerán sus componentes. Utilizando el teorema de Gauss determine el campo eléctrico en todo el espacio, y a partir de éste calcule el potencial electrostático. Grafique las líneas de campo y las superficies equipotenciales.

   a) Un hilo infinito con densidad lineal uniforme λ.

   b) Un cilindro circular infinito de radio R, cargado uniformemente en volumen con densidad ρ.

   c) Un plano con densidad superficial de carga uniforme σ.

   d) Una esfera de radio R con densidad ρ uniforme.

   e) Una esfera de radio R con densidad $\rho = A\, r^n$ (A, n=constantes).

10. Calcule el potencial electrostático para la situación descripta en el Problema 5. Verifique que su gradiente es $-E$. ¿Qué ocurre cuando la longitud del hilo se hace infinita?

    Nota: Dado que estamos calculando el potencial sólo para puntos sobre un plano perpendicular al hilo y que pasa por el centro del mismo, el resultado no sirve para obtener la componente del campo eléctrico perpendicular a ese plano. Sin embargo, por simetría sabemos que esa componente debe ser nula.

11. Una distribución superficial de carga σ puede considerarse como un caso límite de una carga distribuida dentro de un volumen tal que una de sus dimensiones puede considerarse despreciable.

    a) Considere entonces una lámina plana infinita de espesor D, cargada uniformemente con densidad ρ_0. Calcule y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico.

    b) Suponga que se comprime la lámina de tal forma que D tiende a cero. Como la carga total no puede variar, la densidad ρ aumentará (tendiendo a infinito) como resultado de la compresión. Escriba ρ como función de D. ¿Cómo definiría la densidad superficial de carga σ? Encuentre y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico, cuando D tiende a cero.

12. En ciertas condiciones, el campo eléctrico de la atmósfera apunta hacia la superficie de la tierra. Sobre la superficie su valor es de 300 V/m, mientras que a 1400 m de altura es de 20 V/m.

    a) Calcule la carga total contenida en un volumen cilíndrico vertical, cuya base está sobre la superficie terrestre y su altura es de 1400 m. ¿Cuál es la carga media por unidad de volumen en esa región de la atmósfera? (Suponga que el problema es plano).

b) En la atmósfera podemos encontrar iones negativos y positivos. Suponiendo que el valor absoluto de la carga de cada ión es $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, escriba la densidad de carga como función de n_- y n_+ (número de iones negativos y positivos por unidad de volumen). ¿Cuál es la diferencia entre el número de iones positivos y negativos en 1 cm?

13. Utilizando un razonamiento similar al del Problema 11 (b), obtenga el campo eléctrico sobre el eje de un anillo de radio R, cargado uniformemente con densidad λ, partiendo del resultado para la corona circular (Problema 6). Calcule la fuerza que el anillo ejerce sobre un hilo rectilíneo semi-infinito, cargado uniformemente con densidad λ_0, que comienza en el centro del anillo y coincide con su eje.

14. Una esfera de radio R, cargada uniformemente con densidad ρ, posee un agujero esférico de radio r en su interior. El centro del agujero está a una distancia $d < (R-r)$ del centro de la esfera. Obtenga el valor del campo eléctrico sobre el eje de simetría de la configuración. Verifique que en el centro del agujero el valor del campo es el mismo que habría si no se hubiera practicado el agujero.

15. Calcular el campo eléctrico en todo punto del espacio, generado por un cilindro infinito con densidad volumétrica de carga uniforme ρ, en el que se ha realizado un orificio cilíndrico infinito no coaxial (es decir, desplazado del eje de simetría).

16. ¿Cómo se ven desde lejos los campos de las siguientes configuraciones?:

    a) En cada vértice de un triángulo equilátero, hay ubicadas cargas de valores q, q y $-3q$.

    b) Idem anterior reemplazando la carga $-3q$ por $-2q$.

    c) Sobre una misma recta hay ubicadas tres cargas. En el centro una de carga $-2q$ y a cada lado, separadas una distancia a, dos cargas iguales de valor q.

    Grafique cualitativamente las líneas de campo.

17. En los casos considerados en los Problemas 5 y 6, estudie el comportamiento del campo eléctrico a distancias muy grandes de la configuración de cargas, tomando el límite que corresponda.

18. Dos discos paralelos y coaxiales, ambos de radio R, separados por una distancia d, están cargados uniformemente con densidades σ y $-\sigma$.

    a) Dibuje cualitativamente las líneas de campo en todo el espacio.

    b) Calcule y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico sobre el eje de los discos. Calcule el momento dipolar de la distribución.

c) Podemos construir una distribución superficial de momento dipolar, haciendo tender d a cero y σ a infinito, de tal forma que $\sigma\, d = P_s$. Repita el punto anterior para este caso límite.

19. Un anillo de radio R está cargado uniformemente con una carga total $-q$. En el centro del mismo se coloca una carga puntual q.

    a) ¿Cuánto valen los momentos monopolar y dipolar? ¿Depende el momento dipolar del origen de coordenadas?

    b) Calcule el potencial y el campo eléctrico sobre el eje del anillo, y estudie el comportamiento a distancias grandes.

20. Calcule el potencial en el centro de un disco de radio R, cargado uniformemente con densidad σ. Sabiendo esto, queremos determinar de manera aproximada el potencial en el centro de un cuadrado de lado L. Sugiera distintas aproximaciones y compare con el valor exacto, que es $4k\sigma L\,\ln(1+\sqrt{2})$.

21. Una varilla con una carga $q > 0$, distribuida uniformemente, se curva hasta formar una circunferencia casi completa de 50 cm de radio. La separación de los extremos es de 2 cm (medidos sobre el arco). Utilizando la simetría y el principio de superposición, determine la dirección y sentido del campo eléctrico en el centro de la circunferencia, y estime (sin calcular ninguna integral) su valor. La estimación resulta ¿mayor o menor que el valor real?

22. Calcular el trabajo total para traer una carga Q en cantidades infinitesimales y cuasi-estáticamente, desde un punto muy alejado hasta una esfera de radio R, originalmente descargada. Suponer que la distribución de carga es uniforme en todo momento.

    a) Si la esfera es cargada en superficie.

    b) Si se carga en volumen en las dos siguientes formas

    (i) Se carga a radio constante R; ρ crece desde cero hasta ρ_{final}.
    (ii) Se colocan capas sucesivas de densidad ρ_{final}; el radio crece desde cero hasta R. El resultado debe ser el mismo que en (i).

    c) Comparar con la energía potencial almacenada en el campo eléctrico.

Conductores, capacidad, condensadores, medios dieléctricos.

1. Dentro de un conductor hueco de forma arbitraria, se encuentra alojado un segundo conductor. Se carga a uno de ellos con carga $Q = 1\,\mathrm{nC}$ (10^{-9}C) y al otro con carga $Q = 2\,\mathrm{nC}$.

   a) ¿Sobre cuáles superficies se distribuyen las cargas y cuál es su valor?

   b) ¿Qué ocurre si ambos conductores se tocan?

   c) Muestre que si $Q = -Q$, entonces el campo exterior es nulo.

   En los metales las cargas libres son los electrones ($q = -1,6021 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$), de modo que una carga positiva se logra por vaciamiento de los electrones de esa superficie. Calcule si en una capa atómica superficial hay suficientes electrones para obtener condiciones similares a las del primer inciso, en el caso de que el conductor hueco sea un casquete esférico de radio interior de 4 cm y exterior de 6 cm. Si (i) el metal es el cobre (Cu) que tiene $8,5 \times 10^{22}\,\mathrm{at/cm^3}$ y cada átomo contribuye con un electón libre. Si (ii) es una cáscara esférica semi-conductora de silicio (Si) que tiene $5 \times 10^{22}\,\mathrm{at/cm^3}$ y el número de portadores libres puede variar según la temperatura y grado de impurezas entre $10^{14}\,\mathrm{cm^{-3}}$ y $10^{19}\,\mathrm{cm^{-3}}$.

2. En un campo eléctrico uniforme $\mathbf{E}_0$ se introduce un cuerpo conductor de forma arbitraria cargado con carga total Q.

   a) ¿Qué valor tiene la fuerza eléctrica que se ejerce sobre el cuerpo?

   b) Como consecuencia de la inducción de cargas sobre la superficie del conductor, el campo dejará de ser uniforme en la vecindad del cuerpo. Si se "congela" la distribución superficial de carga y se quita el campo externo, ¿cómo será el campo en el interior del cuerpo?
   Nota: al congelar la carga superficial, el cuerpo pierde las propiedades de conductor.

3. Tres esferas conductoras idénticas de radio a están colocadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado b ($b \gg a$). Inicialmente las tres esferas tienen cargas iguales de valor q. A continuación, una a una y, sucesivamente se conectan a tierra y se desconectan. ¿Cuál será la carga de cada esfera al final del proceso?

4. Tres esferas conductoras A_1, A_2 y A_3, concéntricas de radios a_1, a_2 y a_3 ($a_1 < a_2 < a_3$) estan conectadas, respectivamente, a tres baterias V_1, V_2 y V_3. A_1 es maciza, y A_2 y A_3 son huecas de espesor despreciable (respecto de su radio) pero no nulo.

   Datos: $a_1 = a$, $a_2 = 2a$ y $a_3 = 3a$; $V_1 = V_0$, $V_2 = V_3 = 2V_0$, con $V_\infty = 0$.

a) ¿Cuál es la carga de cada una de las esferas? Detallar su distribución.

b) Si se desconectan las esferas de las baterias y a continuación la esfera A_2 se une a tierra, calcular en esta situación, las cargas (detallar su distribución) y los potenciales de cada esfera.

c) Partiendo de (b), se separa de la configuración al conductor A_3. Qué sucede en este caso con las cargas de las esferas A_1 y A_2?. Justificar su respuesta.

5. Un conductor esférico A contiene dos cavidades esféricas. La carga total en el conductor es nula. Existe una carga puntual q_b en el centro de una de las cavidades, y una carga q_c en el centro de la otra. A una gran distancia r existe otra carga q_d. ¿Cuál es la fuerza sobre los cuatro objetos: A, q_b, q_c, q_d? ¿Alguna de las respuestas depende de que r sea grande?

6. **(Método de imágenes)** Una carga puntual q se encuentra a una distancia d de un plano conductor infinito conectado a tierra (potencial cero). Se demuestra que el potencial en el semiespacio ocupado por la carga, es el mismo que obtenemos si reemplazamos el conductor por una carga $-q$, ubicada en el punto que resulta de reflejar la carga q sobre la superficie del conductor (imagen especular).

   a) Calcule la densidad de carga sobre la superficie del conductor, utilizando que $E = \sigma/\epsilon_0$.

   b) Obtenga la carga total sobre la superficie del conductor.

   c) Calcule el trabajo realizado para traer la carga q desde el infinito, en presencia del conductor.

   d) Comparar con el trabajo necesario para traer dos cargas (q y $-q$) desde el infinito hasta una distancia $2\,d$.

7. **(Método de imágenes)** Se tiene una esfera conductora de radio R conectada a tierra. Dentro de la esfera hay un anillo de radio $b < a$ cargado con densidad lineal de carga λ en un plano paralelo a un plano ecuatorial de la esfera, a una distancia d $(< a)$ de su centro.

   a) Calcule el potencial electrostático sobre el eje perpendicular al anillo que pasa por el centro del mismo.

   b) Calcule el potencial electrostático para todo punto exterior a la esfera.

   c) Calcule la carga total inducida sobre la superficie de la esfera conductora.

   d) ¿Cómo se modifican los resultados anteriores si se coloca el anillo fuera de la esfera?

8. Calcule la fuerza sobre un dipolo $\mathbf{p}$ ubicado a una distancia d de un plano conductor infinito, si el dipolo está: (a) perpendicular al plano y (b) paralelo al plano.

9. Calcular la capacidad de las siguientes configuraciones de conductores:

   a) Una esfera de radio R en el vacío. Dar el valor de R que haga $C = 1\,\mathrm{pF}$.

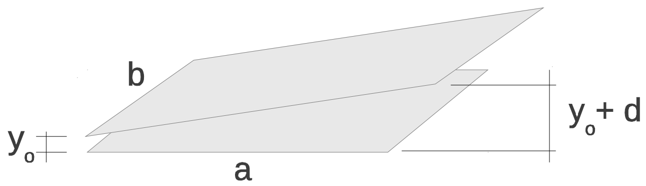
   b) Un condensador esférico de radio interior a y exterior b. Comparar con el resultado anterior para b muy grande.

   c) Por unidad de longitud, para un condensador cilíndrico infinito.

   d) Por unidad de área, para un condensador plano infinito. Si la separación entre placas es de 1 mm, dar el valor del área para que $C = 1\,\mathrm{pF}$.

10. Dos placas plano-paralelas metálicas muy extensas, separadas por una distancia D, están unidas por un cable. Entre ambas se coloca paralelamente una placa plana no conductora, cargada uniformemente con densidad σ, a una distancia d de la placa superior. Hallar el campo eléctrico despreciando efectos de borde.

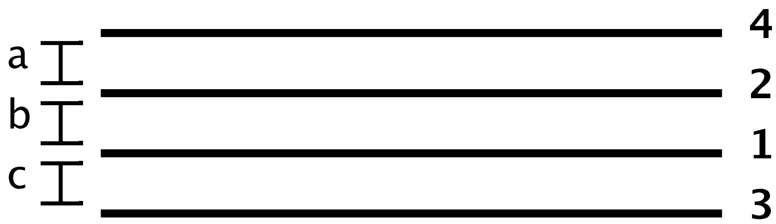
11. Un condensador posee placas rectangulares de longitud a y ancho b. La placa superior está inclinada un pequeño ángulo como indica la figura. La separación de las placas varía desde y_0 a la izquierda a $y_0 + d$ a la derecha, siendo d mucho menor que a y que b. Despreciando efectos de borde, calcular la capacidad del sistema.



12. Obtenga los coeficientes de capacidad e inducción C_{11}, C_{12}, C_{21} y C_{22} para la configuración de planos conductores de la figura, despreciando efectos de borde (las dimensiones de los planos son mucho mayores que las distancias entre ellos). Para ello considere que $V_3 = V_4 = 0$ y $V_2 > V_1 > 0$ (los coeficientes no dependen de los valores de los potenciales).

   a) Grafique el potencial en todo el espacio, teniendo en cuenta que debe ser lineal (¿por qué?) entre dos placas consecutivas.

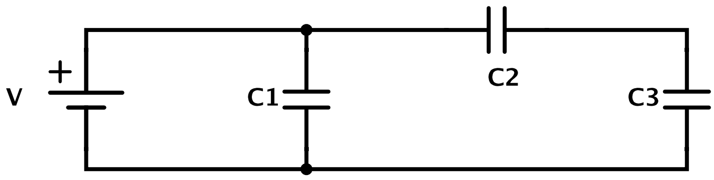
   b) Encuentre σ_1 y σ_2 utilizando que el salto de la componente normal del campo eléctrico es σ/ϵ_0 y obtenga los coeficientes de capacidad.



13. Se tienen dos cuerpos conductores con coeficientes de capacidad e inducción conocidos. Calcule el trabajo para cargarlos hasta que alcancen potenciales V_1 y V_2. Se sugiere el siguiente método: (i) Mantenga el cuerpo 2 conectado a tierra y cargue el cuerpo 1 hasta que alcance el potencial deseado V_1 (¿qué carga adquirió el cuerpo 2, durante este proceso?); (ii) Ahora mantenga el cuerpo 1 conectado a una batería V_1 y cargue el cuerpo 2 hasta que alcance el potencial V_2. Compare el resultado con el que se hubiera obtenido invirtiendo el papel de los cuerpos 1 y 2. Concluya que debe ser $C_{12} = C_{21}$.

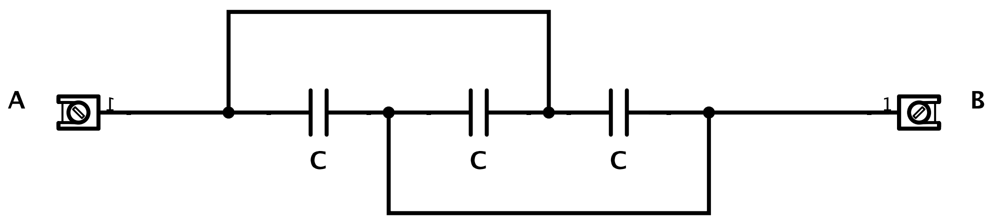
14. Un condensador de $1\,\mu$F soporta tensiones no mayores de 6 kV, y otro de $2\,\mu$F, no superiores a 4 kV. ¿Qué tensión soportan si se los conecta en serie?

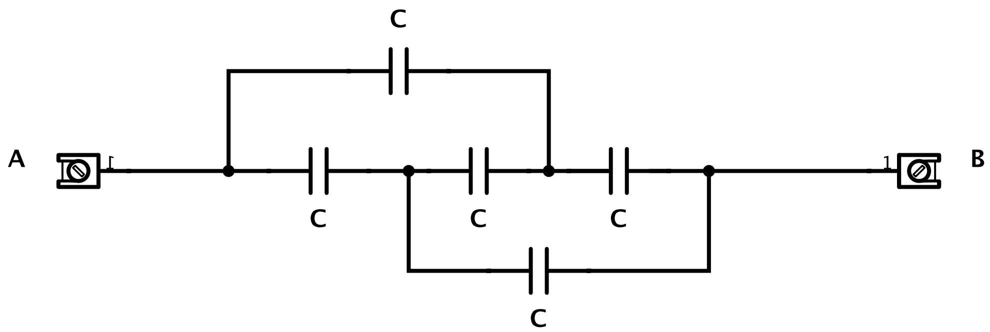
15. En el circuito de la figura:

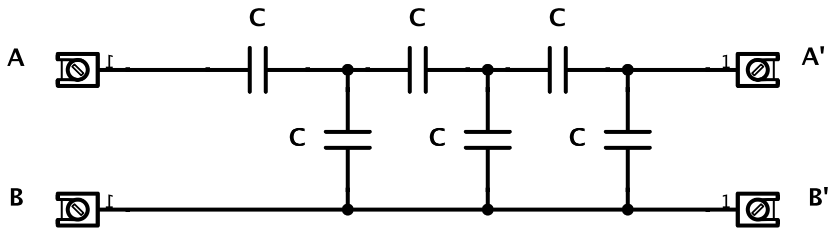


   a) Calcule la capacidad equivalente que se observa desde la batería.
   b) Encuentre las cargas de cada condensador y calcule la energía del sistema.
   c) Se desconecta la batería, ¿se redistribuyen las cargas?

16. Hallar la capacidad equivalente entre los puntos A y B para los sistemas de las figuras.

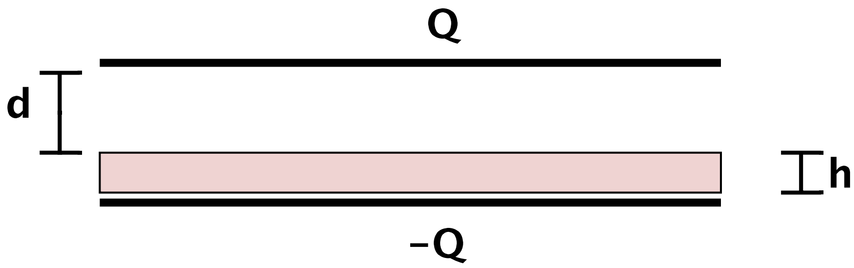


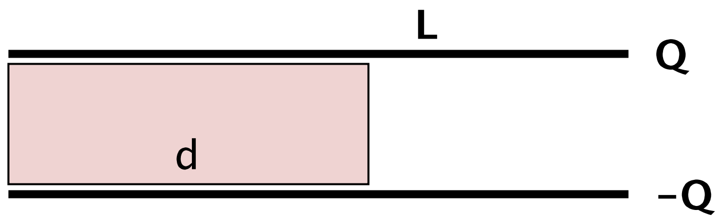




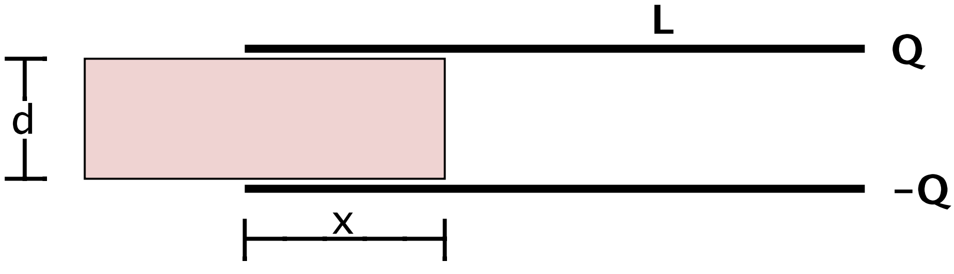
17. Usando el principio de trabajos virtuales obtenga la fuerza entre las placas de un capacitor: (i) aislado y (ii) conectado a una batería. El resultado debe ser el mismo en ambos casos.

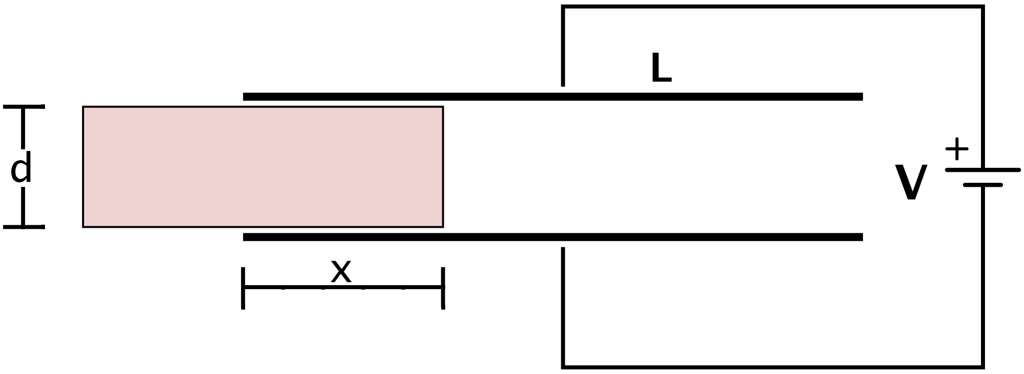
18. Hallar **E**, **D** y **P** en todo el espacio y calcular la capacidad y la energía para las configuraciones de las figuras (despreciando efectos de borde).





19. Usando el principio de trabajos virtuales obtenga la fuerza sobre el dieléctrico en los casos que muestra la figura.





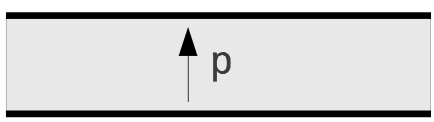
20. Mostrar que sobre la superficie de un dieléctrico lineal de permitividad ϵ, en contacto con un conductor, vale que $\sigma_{\rm pol} = -\sigma(\epsilon - 1)/\epsilon$, donde ϵ es la carga superficial sobre el conductor. ¿Cuál es la carga total sobre la superficie cuando ϵ tiende a infinito?

21. Considere un condensador cilíndrico de radios interno y externo a y b, con dos medios dieléctricos lineales en su interior, de forma que la permitividad es ϵ_1 si $a \leq r < c$ y ϵ_2 si $c \leq r \leq b$. Los valores máximos del campo eléctrico, más allá de los cuales se produce la descarga disruptiva y los dieléctricos se vuelven conductores, son $E_{\rm max1}$ y $E_{\rm max2}$, respectivamente.

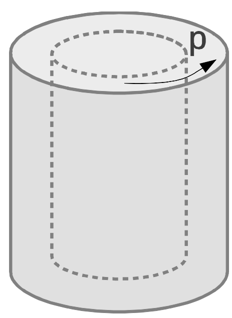
    a) ¿Cuál será la tensión disruptiva?

    b) Para ese valor de la tensión, ¿cuánto vale la carga de polarización dentro de los dieléctricos y en sus superficies?

22. Para los electretes de las figuras, muestre que $\mathbf{D} = 0$ en el primer caso y $\mathbf{E} = 0$ en el segundo caso. Recuerde que un electrete es un material que presenta polarización en ausencia de fuentes externas, por lo tanto no es un material lineal.



Caso 1



Caso 2

23. Encuentre en todo el espacio los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{D}$ generados por un electrete esférico polarizado uniformemente. Observe que fuera de la esfera se obtiene el campo de un dipolo y dentro de la misma el campo resulta uniforme.

    Ayuda: la única fuente de $\mathbf{E}$ es $\sigma_{\rm pol} = \mathbf{P}\cdot\hat{\mathbf{n}}$. Esta distribución de carga se puede simular superponiendo dos esferas cargadas uniformemente con densidades ρ_0 y $-\rho_0$, desplazados sus centros una distancia d, en el límite $\rho_0 \to \infty$, $d \to 0$ tal que $\rho_0 d \to P$. Calcule el potencial electrostático para esta distribución equivalente.

24. Se puede demostrar que cuando una esfera dieléctrica lineal es sometida a un campo externo uniforme $\mathbf{E}_0$, la polarización que se induce es uniforme. Esta es una propiedad exclusiva de la geometría esférica y la razón para que así sea se puede comprender aprovechando el resultado del problema anterior. Sabiendo esto, obtenga el campo $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_{\mathbf{esfera}}$ dentro de la esfera como función de su permitividad ϵ. Muestre que cuando ϵ tiende a infinito, la esfera se comporta, electrostáticamente hablando, como un conductor.

Ley de Ohm, teorema de Thevenin, potencia, redes con resistencias.

1. Calcular la resistencia eléctrica de una plancha, una estufa de cuarzo, una lamparita eléctrica de 60W, una lamparita de linterna, un cable de cobre de 1 mm^2 de sección (por metro).

2. Por un cable de cobre de 2 mm^2 de sección circula una corriente de 1 A. Si hay un electrón de conducción por cada átomo, encuentre la velocidad media de los electrones.

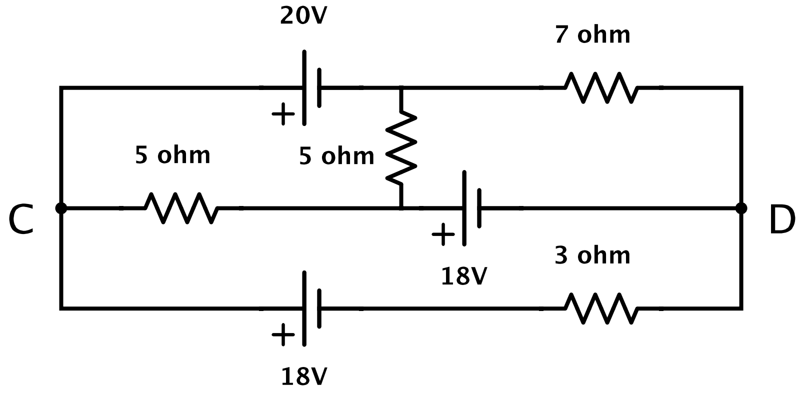
   Datos: $\delta_{Cu} = 9\,\text{g}/\text{cm}^3$, $e \simeq 1,6 \times 10^{-19}\,\text{C}$, $N_a = 6 \times 10^{23}/\text{mol}$, peso atómico del Cu es $63,5$.

3. La resistividad del cobre a 20°C es de $1,77 \times 10^{-6}$ Ohm-cm. Sabiendo que la masa del electrón es de $\text{m}_e \simeq 9 \times 10^{-31}\,\text{kg}$, estimar el tiempo medio de las colisiones de los electrones dentro de un conductor de cobre. Utilice los datos del problema anterior.

4. Una sustancia de conductividad σ llena el espacio entre dos conductores cilíndricos coaxiales de radios a y b. Los conductores están conectados a una batería de tensión V . Encuentre el vector densidad de corriente y determine la resistencia entre los electrodos.

5. En un tubo de vacío hay un cátodo y un ánodo plano paralelos entre los que fluye una corriente de electrones. Este flujo de electrones crea una densidad de carga entre el cátodo y el ánodo a causa de la cual el potencial electrostático varía según la ley $V(x) = ax^{4/3}$, siendo x la distancia al cátodo y $a > 0$. Encuentre la densidad de carga y la densidad de corriente. Suponga que los electrones salen del cátodo con una velocidad despreciable.

6. Para el siguiente circuito calcular:



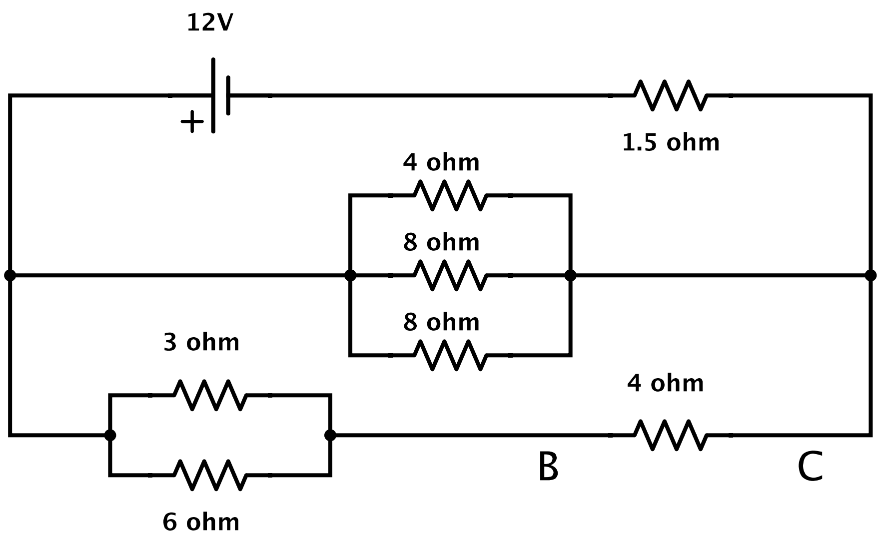
   a) Las corrientes en los bornes de las fuentes de tensión de 18 V y 20 V.
   b) La diferencia de potencial entre C y D.
   c) La potencia disipada por la resistencia de $5\,\Omega$ (entre C y la fuente de 18 V).

d) Se coloca un amperímetro en serie con la batería de 20 V. ¿Qué corriente mide si la resistencia del amperímetro es $R_a = 1\,\Omega$?

e) Repita el punto anterior pero ahora considerando que el amperímetro está en serie con la resistencia de $3\,\Omega$.

f) Comparar los dos puntos anteriores con el primero.

7. Para el siguiente circuito calcular:

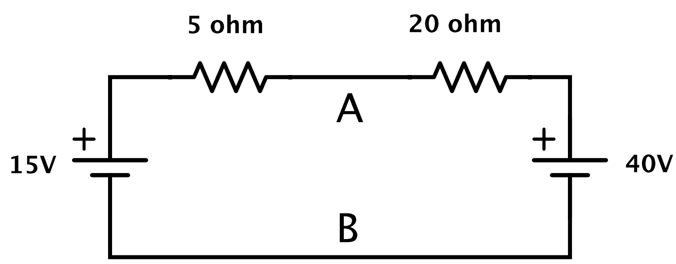


a) La resistencia equivalente vista desde la fuente.

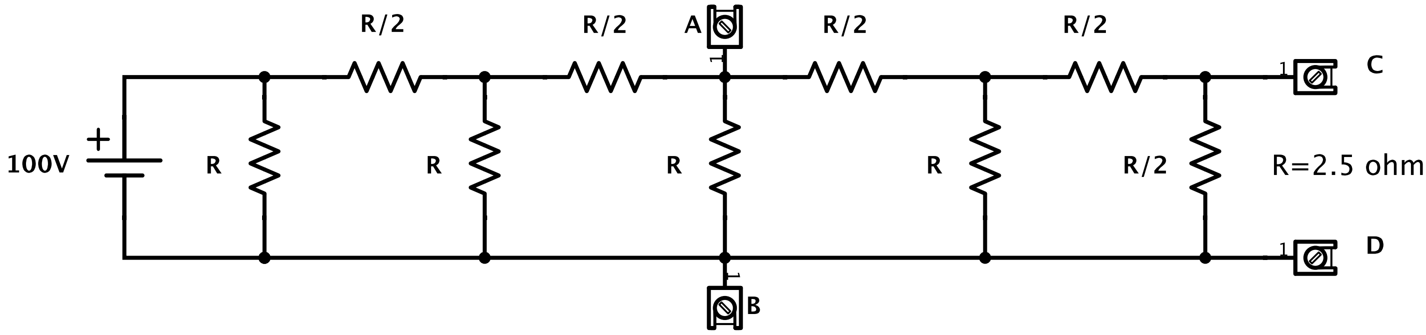
b) La corriente i y la caída de potencial entre B y C.

c) La potencia entregada por la fuente.

8. Hallar el equivalente de Thevenin del siguiente circuito desde los puntos A y B. Determinar la potencia suministrada a una resistencia que se conecta entre A y B si su valor es: (i) $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 5\Omega$ o $R_3 = 10\Omega$ (ii) R_4 tal que la transferencia de potencia resulte máxima.



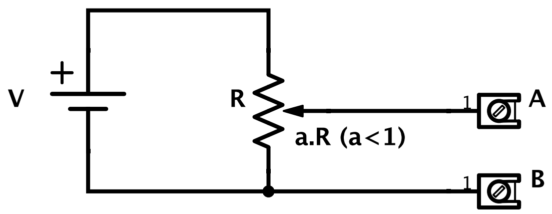
9. Aplicando el teorema de Thevenin al siguiente circuito, calcular

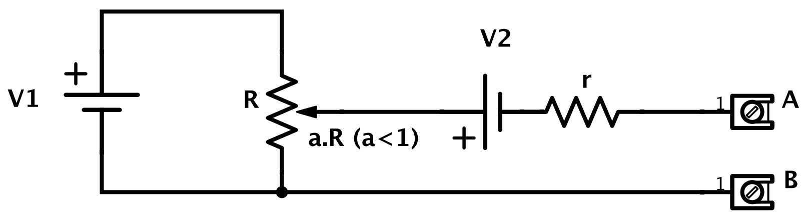


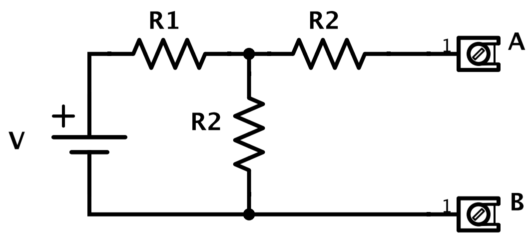
   a) La caída de tensión entre A y B.

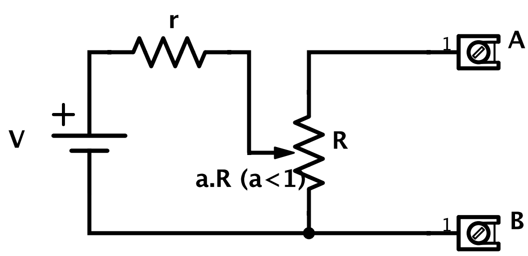
   b) Si se conectara entre C y D una resistencia de 10Ω, ¿qué potencia disiparía?

10. Reemplazar los circuitos de las figuras por su equivalente Thevenin entre los terminales indicados.

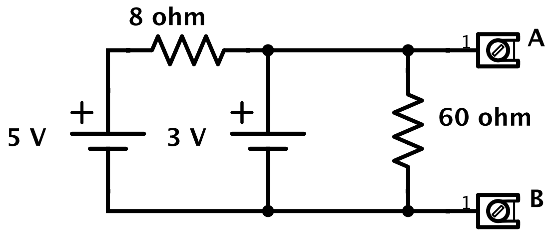




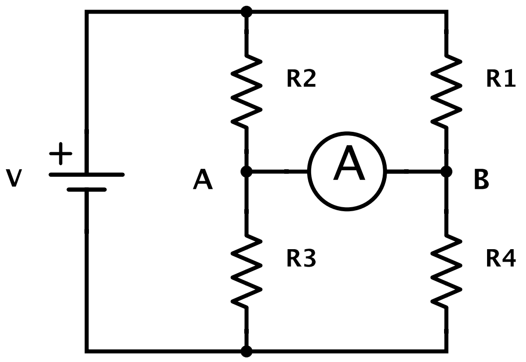




11. Calcular tensión y resistencia equivalente entre A y B en el circuito representado abajo. ¿Qué tensión mediría un voltímetro ($R_v = 1\Omega$) conectado entre A y B? Justifique.



12. El puente de la figura, es un circuito generalmente utilizado para medir resistencias desconocidas en función de las otras.



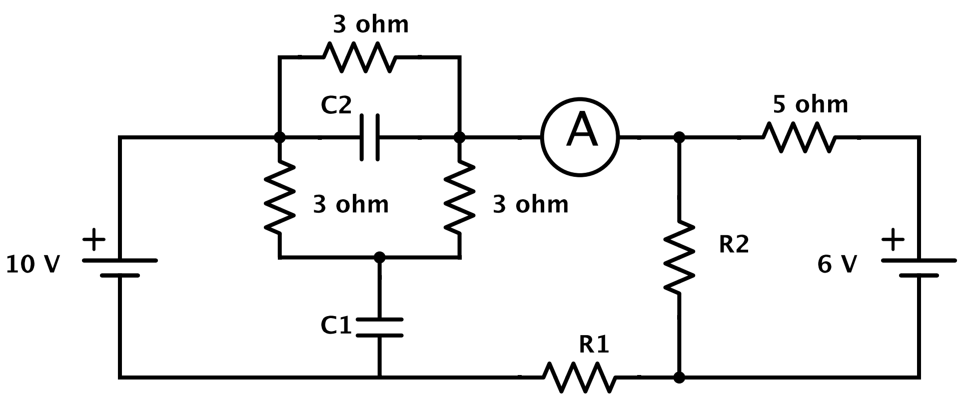
a) Obtener el equivalente de Thevenin desde los puntos A y B. Indicar bajo qué condiciones la tensión equivalente es nula.

b) Entre A y B se conecta un galvanómetro de resistencia interna R. Calcular la corriente que pasa por él en función de V, R_1, R_2, R_3, R_4 y R.

c) ¿Cuál es el error que se comete al medir una de las resistencias en términos de la precisión del galvanómetro y de la precisión con que se conocen las otras tres?

d) Hallar la potencia disipada por el galvanómetro cuando: $V = 1\,\mathrm{V}$, $R_4 = 1,1\Omega$, $R_1 = R_2 = R_3 = 1\Omega$ y $R = 0,1\Omega$.

13. En el circuito de la figura los condensadores están cargados de modo que las corrientes son continuas. Calcular:



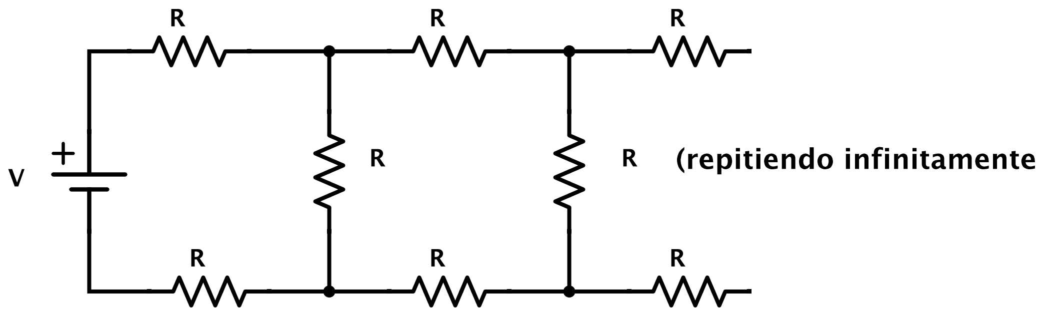
a) La lectura del amperímetro.

b) Las caídas de potencial a través de R_1, R_2, C_1 y C_2.

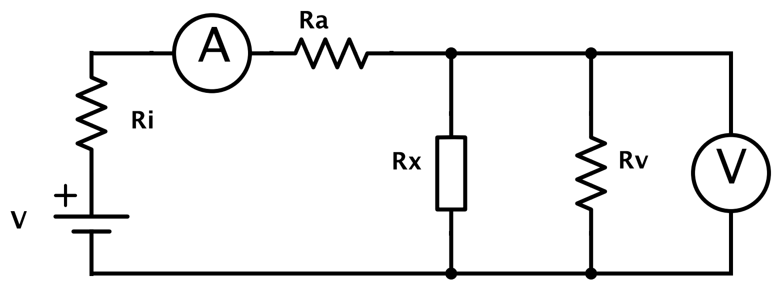
c) Las cargas y tensiones sobre los condensadores.

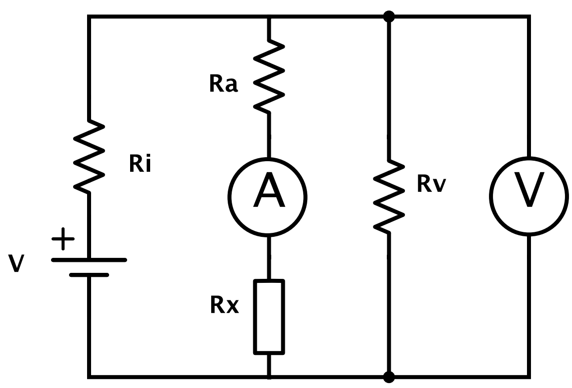
Datos:$R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $C_1 = 2\mu\text{F}$ y $C_2 = 3\mu\text{F}$.

14. Calcular la resistencia equivalente vista desde la fuente en el circuito representado.



15. Un método habitual para medir resistencias es medir la corriente y la caída de tensión simultáneamente. Teniendo en cuenta las resistencia de los instrumentos (R_v y R_A). Hay dos circuitos alternativos posibles (ver figuras). En ambos casos calcule el error sistmático que se comete al determinar R_x como $R_M = V/I$. Determinar asimismo para ambos casos la precisión del método en función de las precisiones de los instrumentos.





16. Dibuje un circuito elemental que describa la instalación eléctrica en un automóvil (incluya la bateria y algunos elementos como luces altas y bajas delanteras, luces traseras, encendedor, desempañador, etc) Suponga que todos los elementos mencionados funcionan con 12 V, salvo uno de ellos que funciona con 3 V.

    a) ¿Dónde colocaría fusibles para evitar daños en la batería en el caso en que se produzca un corto circuito?

    b) Para los que manejan (o acompañantes), ¿Es realista despreciar la resistencia interna de la bateria?

Campo de magnético, momento magnético, ley de Ampère, medios magnéticos.

1. Estudie la trayectoria de una partícula de carga q y masa m que entra en una región donde existen campos magnético y eléctrico uniformes y perpendiculares entre sí. Discuta en particular los siguientes puntos:

   a) Los casos en que $\mathbf{E} = 0$ ó $\mathbf{B} = 0$.

   b) La necesidad de considerar ecuaciones de movimiento relativistas.

   c) Muestre que si los campos eléctrico y magnético son diferentes de cero existe una única velocidad inicial para la cual la trayectoria de la partícula es una línea recta (este es el principio de funcionamiento de un filtro de velocidades).

   d) Estime el tiempo que tarda en recorrer una órbita circular un grano de polvo interestelar que se mueve con velocidad no relativista en el campo magnético de la galaxia

   Datos: $B = 10^{-10}\,\mathrm{T}$, $m = 10^{-13}\,\mathrm{g}$, $q = 10^{-18}\,\mathrm{C}$.

2. Considere dos partículas cargadas que se mueven con velocidades perpendiculares entre sí. Analice cualitativamente las fuerzas sobre cada una de ellas y discuta la validez del principio de acción y reacción.

3. Un hilo infinito, cargado uniformemente con densidad λ, y una carga q se mueven ambos con velocidad v paralela al hilo.

   a) ¿Cuánto debe valer v para que la interacción electrostática sea de la misma magnitud que la interacción magnética?

   b) ¿Cuál es la relación entre las fuerzas magnética y eléctrica si v es $1/100$ de la velocidad hallada en la pregunta anterior?

   Nota: el campo eléctrico del hilo es estático porque la distribución de cargas que lo genera es independiente del tiempo, a pesar del movimiento del hilo.

   Dato: $(\mu_0 \epsilon_0)^{-1} = 8{,}99 \times 10^{16}\,\mathrm{m^2/s^2}$.

4. Calcule la fuerza por unidad de longitud entre dos cables paralelos por los que circula una corriente de 30 A. La separación entre cables es de 2 cm. Estime hasta qué distancia por encima de los cables se verá afectada la indicación de una brújula. Considere los dos posibles sentidos de circulación de la corriente.

   Nota: suponga que la intensidad del campo magnético terrestre en el lugar es de $0{,}5 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$ y forma un ángulo de 30° con la vertical.

5. Calcule la fuerza por unidad de longitud entre una cinta infinita de ancho b por la que circula una densidad superficial de corriente $\mathbf{g}$ uniforme, y un cable infinito coplanar y paralelo por el que circula una corriente I de igual sentido que $\mathbf{g}$.

6. Calcule el campo magnético sobre el eje de una espira circular de área A y corriente I.

   a) Repita el cálculo para una espira cuadrada.

   b) Estudie y compare los comportamientos de ambos resultados para distancias grandes. Expréselos en función de los momentos magnéticos de las espiras.

7. Una esfera de radio R, cargada superficialmente con densidad σ uniforme, gira sobre su eje con velocidad angular ω. Hallar el campo magnético sobre el eje de rotación y el momento magnético.

8. Aprovechando la simetría de la distribución de corrientes y usando la Ley de Ampère, determine el vector campo magnético en los siguientes casos:

   a) Un cable rectilíneo infinito por el que circula una corriente I.

   b) Un cilindro infinito de radio R por el que circula una densidad de corriente uniforme $\mathbf{j}$.

   c) Un solenoide infinito de n vueltas por unidad de longitud ($n = N/\ell$) y corriente I (suponga que el devanado es suficientemente denso como para despreciar la componente longitudinal de los elementos de corriente).

   d) Un plano infinito con densidad superficial de corriente $\mathbf{g}$ uniforme.

   e) Dos planos infinitos paralelos con densidades uniformes $\mathbf{g}$ y $-\mathbf{g}$.

   f) Una lámina infinita de caras plano-paralelas y espesor d, con densidad de corriente $\mathbf{j}$ uniforme.

   g) Un toroide de radio interior a y radio exterior b, con un arrollamiento denso de N vueltas por el que circula una corriente I.

9. Calcule el campo magnético sobre el eje de un solenoide de longitud L, con N vueltas devanadas densamente, por el que circula una corriente I.

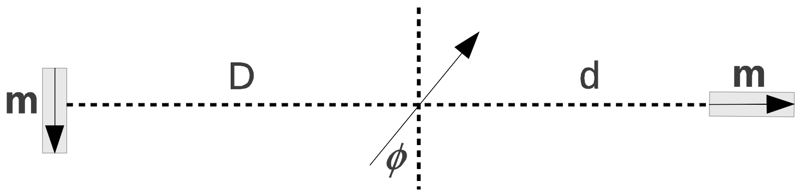
   a) Estudie el comportamiento a grandes distancias y encuentre el valor del momento magnético del solenoide.

   b) Suponga que el solenoide tiene 40 cm de largo, 10 cm de diámetro y el campo en el centro es de 3 T (este es un campo muy intenso). Si el solenoide se encuentra en el subsuelo del pabellón I, ¿influirá en la medición del campo magnético terrestre que realizan los alumnos en el segundo piso?

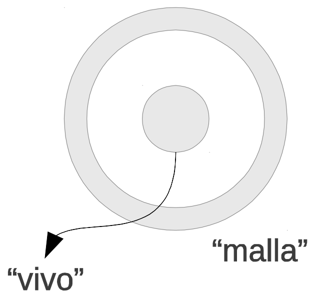
   c) Obtenga el límite de solenoide infinito.

10. Calcule la fuerza sobre una aguja pequeña magnetizada con momento magnético m, colocada sobre el eje del solenoide finito del problema anterior. Exprese la fuerza en función de la distancia al centro del solenoide. Discuta el sentido de la fuerza en relación a los sentidos de m y B.

11. Dos imanes permanentes de momento magnético m, están situados como muestra la figura. La distancia que los separa es grande comparada con sus dimensiones. Cuando se coloca entre ambos una brújula, la posición de equilibrio de la aguja forma un ángulo ϕ con la dirección que une los imanes. Hallar d/D en función del ángulo ϕ.



12. Un cable coaxil está formado por dos conductores cilíndricos coaxiales (ver figura). Por ambos conductores circulan corrientes I iguales y opuestas. Suponiendo densidad de corriente uniforme, encuentre $\mathbf{B}$ en todo el espacio.

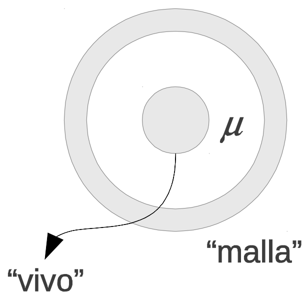


13. Si se elige el gauge $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, dada una distribución de corrientes es posible calcular $\mathbf{A}$ resolviendo tres problemas electrostáticos (¿porque?). Utilice este hecho para calcular el potencial vector y el campo magnético de las siguientes distribuciones:

   a) Corriente I circulando por un alambre recto muy largo.

   b) Espira rectangular de lados a y b (en este caso calcule el potencial y el campo lejos de la espira).

14. Un cable coaxil está formado por dos conductores cilíndricos coaxiales, separados por un medio de permeabilidad μ (ver figura). Por ambos conductores circulan corrientes I iguales y opuestas. Suponiendo densidad de corriente uniforme, encuentre $\mathbf{B}$ en todo el espacio.



15. Considere un imán recto magnetizado uniformemente. Encuentre las fuentes de **B** y **H** que aparecen en este caso. ¿Con cuál tipo de fuente está asociado el concepto de polo magnético?

16. Considere un toroide de material magnético, con magnetización **M** en la dirección φ. Teniendo en cuenta cuáles son las fuentes de **B** y **H** en este caso, muestre que $\mathbf{H} = 0$ y $\mathbf{B} \neq 0$ (¿podría tratarse de un material lineal?). ¿Qué ocurre con **H** si cortamos un entrehierro?

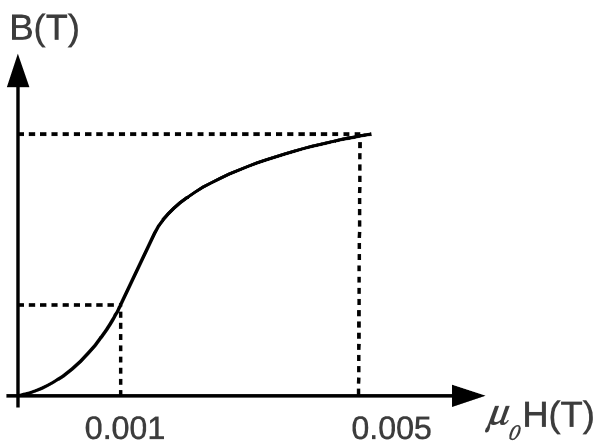
17. Se enrollan uniformemente 100 vueltas de cable alrededor de un toroide de hierro de permeabilidad relativa 1000, circunferencia media de 48 cm y 2 cm^2 de sección. Por el cable circula una corriente de 10 A. Calcular:

    a) **B** y **H** en el núcleo de hierro.
    b) El flujo magnético en el núcleo.
    c) El espesor del entrehierro que se debe abrir para que el flujo disminuya un 50 %.

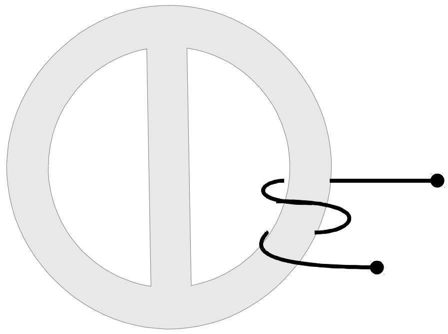
    Utilice las aproximaciones usuales para resolver circuitos magnéticos.

18. En el Problema anterior se reemplaza el material por otro no lineal con la curva B vs. H que muestra la figura. Obtenga los valores de B y H cuando el entrehierro tiene la medida calculada en el ítem (c) del problema anterior. Resuelva gráficamente.

    Ayuda: usando las aproximaciones de circuitos magnéticos y la continuidad del flujo magnético, se llega a una ecuación que tiene por incógnitas a los valores de B y H en el núcleo. Esta ecuación más el gráfico nos da la solución.



19. Un anillo de hierro (permeabilidad relativa 500) de 15 cm de radio medio y 1,2 cm^2 de sección tiene soldada una barra de 0,8 cm^2 de sección. Se enrollan 160 vueltas de cable sobre una de las mitades del anillo, por el que circulan 2 mA. Calcular el flujo magnético en la barra.



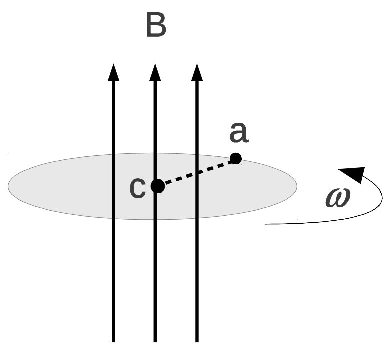
Corrientes Variables, ley de Faraday, ley de Lenz, coeficientes de inducción, energía magnética.

1. Una espira circular de 1000 vueltas y 100 cm^2 de area está colocada en un campo magnético uniforme de 0,01 T y rota 10 veces por segundo en torno de uno de sus diámetros que es normal a la dirección del campo. Calcular:

   a) La f.e.m. inducida en la espira, en función del tiempo t y en particular cuando su normal forma un ángulo de 45° con el campo.

   b) La f.e.m. máxima y mínima y los valores de t para que aparezcan estas f.e.m.

2. En la figura se muestra un "disco de Faraday' ', consistente en un disco de cobre de radio a cuyo eje es paralelo a un campo magnético uniforme $\mathbf{B}$. Si el disco rota con una velocidad angular ω, calcular la f.e.m. que aparece entre los puntos A y C.

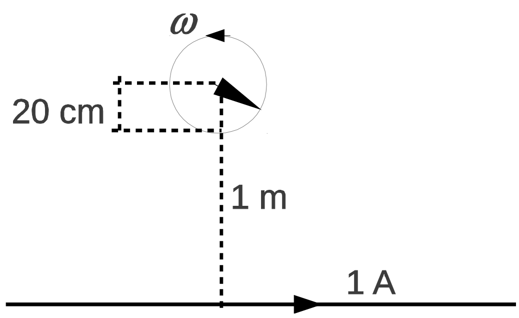


3. Los rieles de una vía están separados por 1,5 m y están aislados entre sí. Se conecta entre ellos un milivoltímetro. ¿Cuánto indica el instrumento cuando pasa un tren a 200 km/h ? (Considere que esto pasa en Francia o en Italia donde tal fenómeno es posible). Suponer que la componente vertical del campo magnético de la Tierra mide allí $1,5 \times 10^{-5}$ T.

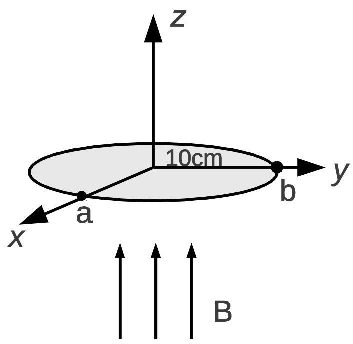
4. Una barra metálica de masa m se desliza sin rozamiento sobre dos rieles conductores largos y paralelos, separados por una distancia b. Se conecta una resistencia R entre los extremos de los dos rieles. Existe un campo magnético uniforme perpendicular al plano de los rieles.

   En el instante $t = 0$ se comunica a la barra una velocidad v_0 ¿Qué sucede a continuación? ¿Se para la barra? ¿Cuándo y dónde? ¿Qué ocurre con la conservación de la energía?

5. Un cable rectilíneo muy largo, conduce una corriente de 1A. A 1m del cable se encuentra el extremo de una aguja de 20 cm de largo que gira en torno de ese extremo en el plano del cable, con una velocidad angular $\omega = 20\pi \mathrm{s}^{-1}$, como se muestra en la figura. Calcular la f.e.m. inducida entre los extremos de la aguja, como función del tiempo.



6. El campo magnético $\mathbf{B}$ en todos los puntos dentro de la circunferencia de la figura es igual a 0,5 T. Está dirigido hacia el plano del papel y decrece a razón de 0,1 T/s.



a) ¿Cuál es la forma de las líneas de fuerza de campo eléctrico inducido dentro de la circunferencia?

b) ¿Cuáles son el módulo y la dirección de este campo en cualquier punto del anillo conductor, y cual es la f.e.m. en el mismo?

c) ¿Cuál es la corriente en el anillo si su resistencia es de 2Ω?

d) Calcule el voltaje entre dos puntos del aro ubicados a un cuarto de vuelta de distancia, circulando a izquierda y a derecha por el aro y circulando en línea recta.

e) ¿Qué mediá un voltímetro conectado entre dichos puntos, si el instrumento está ubicado a lo largo de la cuerda?

7. Un solenoide tiene 1000 vueltas, 20 cm de diámetro y 40 cm de largo. En su centro se ubica coaxialmente otro solenoide de 1000 vueltas, 4 cm de diámetro y longitud despreciable, cuya resistencia vale 50Ω. Inicialmente circulan 5 A por el solenoide exterior, luego se reduce linealmente la corriente a 1 A en 0,5 s. Calcular la corriente que se induce en el solenoide interior, cuya auto-inductancia es L.

8. Calcular la auto-inductancia de:

   a) Un solenoide infinito de radio R y $n = N/\ell$ vueltas por unidad de longitud (exprese el resultado por unidad de longitud).

   b) Un toroide con N vueltas y radio medio R, usando que la diferencia entre el radio exterior e interior es mucho menor que R.

   c) Un solenoide de longitud ℓ y radio R (suponga $R \ll \ell$), con N vueltas.

9. Calcule la energía magnética por unidad de longitud para el cable coaxil. Utilizando la relación entre la energía y la auto-inductancia, encuentre esta última.

10. Estime la energía magnética almacenada en el campo de una bobina superconductora diseñada para estudios de resonancia magnética nuclear (diámetro 0,9 m, largo 2,2 m, campo en el centro 0,4 T)

11. Dos cables rectilíneos paralelos de radio r separados por una distancia d, pueden suponerse como un circuito que se cierra por el infinito. Encuentre la auto-inductancia por unidad de longitud cuando $r \ll d$.

12. Calcule M_{12} y M_{21} entre una espira circular de radio R y un solenoide finito de longitud L y radio r (suponga $r \ll L$ y $r \ll R$), dispuestos de tal forma que los centros y los ejes de ambos son coincidentes. Utilice las aproximaciones que crea necesarias y diga cuál de los dos resultados es más confiable cuando L es chico con respecto a R.

13. Dos bobinas están conectadas en serie a una distancia tal que la mitad del flujo de una de ellas atraviesa también la otra. Si la auto-inducción de las bobinas es L, calcular la auto-inducción del conjunto.

14. Una espira conductora circular de masa m, resistencia R y radio a puede girar alrededor de uno de sus diámetros. Perpendicularmente al eje de giro existe un campo magnético $\mathbf{B}$ constante y uniforme. Si en un cierto instante la espira tiene una velocidad angular ω_0, determinar el número de vueltas n que dará antes de detenerse y el tiempo empleado para ello. Desprecie la auto-inductancia.

    Ayudas:

    (i) Resulta conveniente suponer que la espira realiza un número entero de vueltas.

    (ii) Utilizar la relación $\ddot{\theta} = \dot{\theta}\,\dfrac{d\dot{\theta}}{d\theta}$

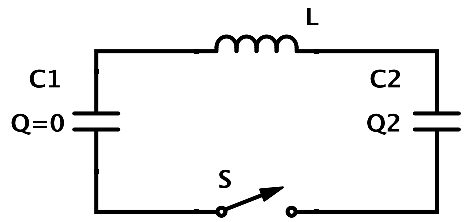
Transitorios, Circuitos de Corriente Alterna, Transformadores.

1. Un condensador de 3μF se carga a $270\,\mathrm{V}$ y luego se descarga a través de una resistencia de $1\,\mathrm{M\Omega}$. Calcular:

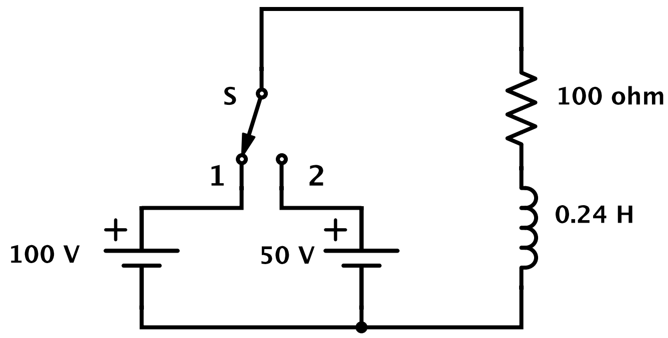
    a) El voltaje sobre el condensador luego de 3 segundos.

    b) El calor disipado en la resistencia durante la descarga completa del condensador. Comparar el valor obtenido con la energía almacenada en el condensador al comienzo de la descarga.

2. La figura muestra las condiciones del circuito antes de $t = 0$, instante en que se cierra la llave S. Calcular para todo $t > 0$ el voltaje sobre el condensador C_2 y la corriente en el circuito.



3. En el circuito serie de la figura se pone el interruptor en la posición 1 en $t = 0$ y se aplica una tensión de $100\,\mathrm{V}$. En $t = 500\,\mu$s se pasa la llave a la posición 2. Calcular la intensidad $i = i(t)$ en todo instante y graficarla.



4. Una f.e.m. de $400\,\mathrm{V}$ se conecta en $t = 0$ a un circuito serie formado por $L = 2\,\mathrm{H}$, $R = 20\,\Omega$ y $C = 8\,\mu\mathrm{F}$.

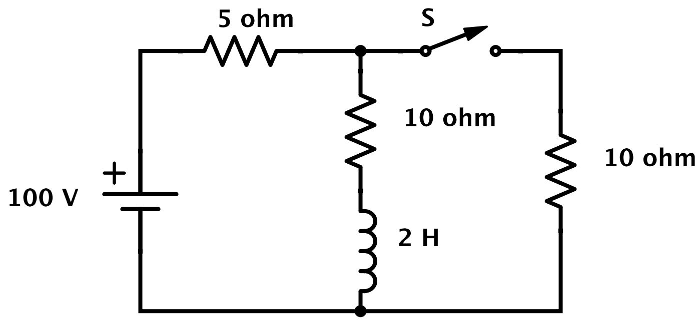
    a) Demostrar que el proceso de carga es oscilatorio y calcular la frecuencia de las oscilaciones. Comparar esta frecuencia con el valor de $(LC)^{-1/2}$.

    b) Calcular la derivada temporal inicial de la corriente.

    c) Hallar, en forma aproximada, la máxima tensión sobre C.

    d) ¿Qué resistencia debe agregarse en serie para que el amortiguamiento del circuito sea crítico?

5. En el circuito de la figura se cierra la llave S en $t = 0$. Calcular las corrientes que circulan sobre cada rama. Compare el trabajo de la f.e.m. con la energía disipada en las resistencias, al cabo de 10 s. ¿Por qué difieren?



6. Un condensador $C = 1\,\mu$F está conectado en paralelo con una inductancia $L = 0{,}1$ H cuya resistencia interna vale $R = 1\Omega$. Al conectar la combinación a una fuente alterna de 220 V y 50 Hz determinar:

   a) La corriente en cada elemento del circuito.
   b) La corriente total por la fuente.
   c) La potencia total disipada.

   Construir el diagrama vectorial en el plano complejo para cada paso.

7. Tres impedancias Z_1, Z_2 y Z_3 están conectadas en paralelo a una fuente de 40 V y 50 Hz. Suponiendo que $Z_1 = 10\,\Omega$, $Z_2 = (20 + j\,20)\,\Omega$ y $Z_3 = (3 - j\,40)\,\Omega$:

   a) Calcular la admitancia, conductancia y susceptancia en cada rama.
   b) Calcular la conductancia y la susceptancia resultante de la combinación.
   c) Calcular la corriente en cada rama, la corriente resultante y la potencia total disipada.
   d) Trazar el diagrama vectorial del circuito.

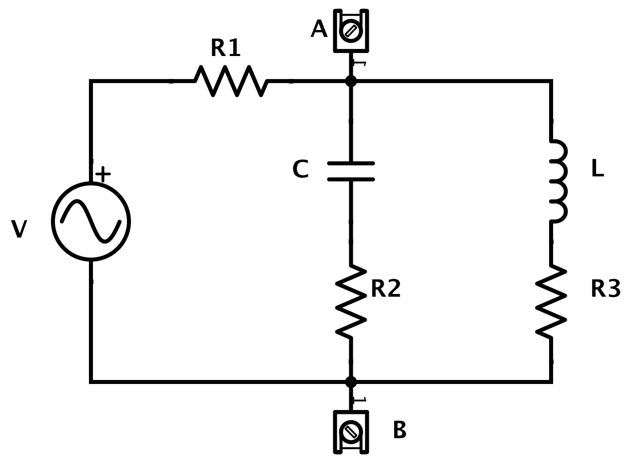
8. Una inductancia L que tiene una resistencia interna r está conectada en serie con otra resistencia $R = 200\,\Omega$. Cuando estos elementos están conectados a una fuente de 220 V y 50 Hz la caída de tensión sobre la resistencia R es de 50 V. Si se altera *solamente* la frecuencia de la fuente de modo que sea 60 Hz, la tensión sobre R pasa a ser 44 V. Determinar los valores de L y r.

9. En el circuito indicado la fuente de tensión V tiene 100 V y 50 Hz, $C = 20\,\mu$F, $L = 0,25$ H, $R_1 = R_2 = R_3 = 10\,\Omega$.

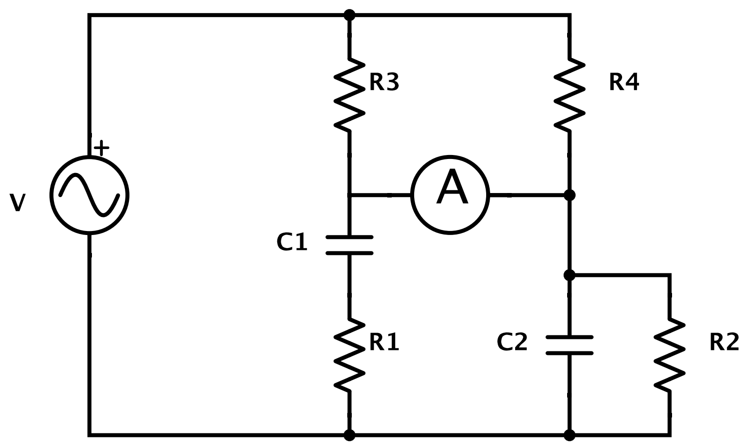
    a) Calcular la impedancia equivalente a la derecha de los puntos A y B.

    b) Calcular la corriente que circula por cada resistencia.

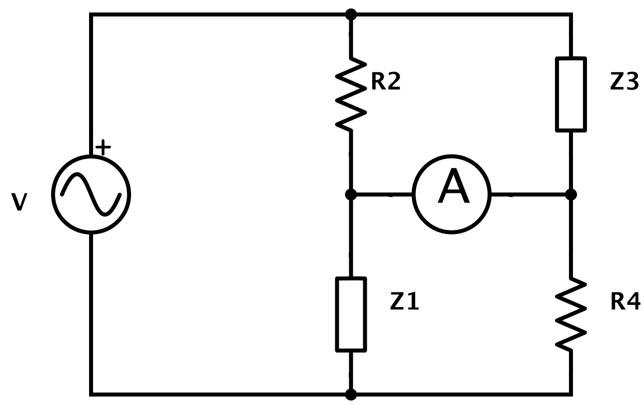
    c) Construir el diagrama vectorial del circuito.



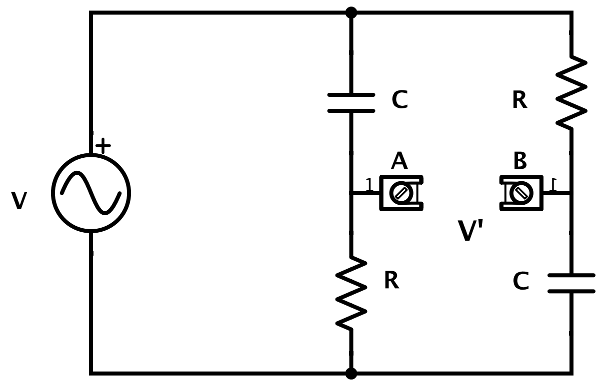
10. Deducir las condiciones de equilibrio para el puente de Wien de la figura. En particular, si $C_1 = C_2$ y $R_1 = R_2$, hallar el cociente R_3/R_4 requerido para el equilibrio (A: detector).



11. Deducir las condiciones de equilibrio para el puente que se muestra en la figura, donde $Z_1 = R_1 + j\,X_1$ y $Z_3 = R_3 + j\,X_3$. Discutir la relación entre los signos posibles de X_1 y X_3 en el equilibrio. Resolver Z_3 para el caso particular en que $R_2 = 2\,R_4 = 10\,\Omega$, $R_1 = 1\,\Omega$ y $X_1 = 0,5\,\Omega$.

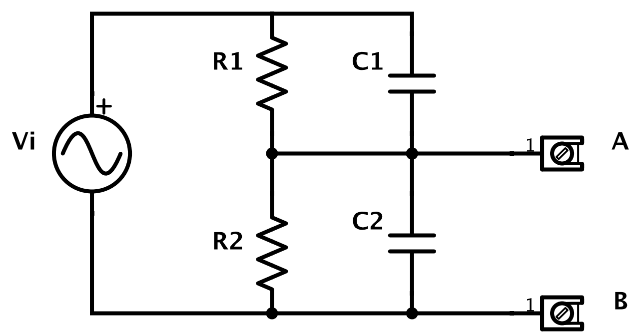


12. La figura muestra un desfasador de voltaje.



   a) Calcular la diferencia de fase entre las tensiones V y V'.
   b) Demostrar que $|V| = |V'|$.
   c) Estudiar la variación de la diferencia de fase cuando se varía el producto ωRC entre cero e infinito. Graficar.

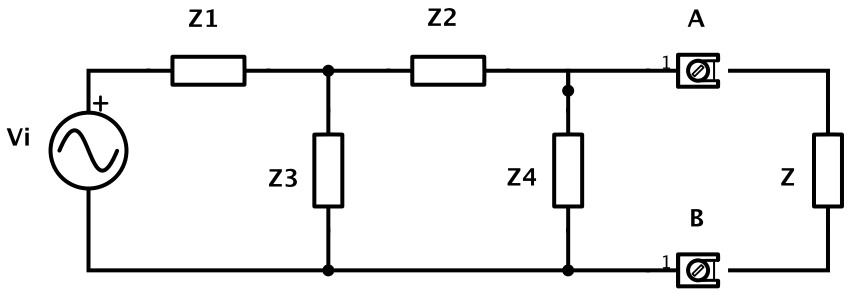
13. El circuito de la figura corresponde a un divisor de tensión compensado, donde V_0/V_i es el cociente entre las tensiones de salida ($V_0 = V_A - V_B$) y de entrada.



   a) Hallar la condición para que V_0/V_i sea independiente de la frecuencia.
   b) Calcular el valor de V_0/V_i cuando se cumple dicha condición.

14. Hallar el equivalente de Thevenin del circuito de la figura entre los puntos A y B y luego calcular la corriente y la potencia disipada en la impedancia $Z = (2 - j\,2)\,\Omega$ cuando se conecta entre A y B.

Datos: $V = 10\,e^{j\omega t}\,\mathrm{V}$, $Z_1 = (5 - j\,2)\,\Omega$, $Z_2 = 3\,\Omega$, $Z_3 = j\,5\,\Omega$ y $Z_4 = (2 - j\,2)\,\Omega$.



15. Una resistencia R, un condensador C y una inductancia L están conectados en serie.

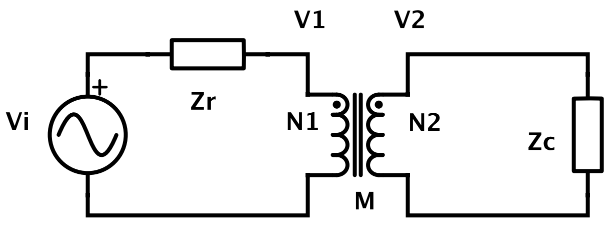
   a) Calcular la impedancia compleja de la combinación y su valor en resonancia (esto es, cuando la reactancia X se anula).

   b) Construir el diagrama vectorial. Empleándolo, hallar el valor de la impedancia para $X = R$ y para la resonancia. Notar que existen dos valores de frecuencia para los cuales se tiene $X = R$.

   c) Trazar la curva de resonancia y hallar el ancho de banda $(\omega_2 - \omega_1)$.

   d) Repetir los puntos anteriores suponiendo ahora que los mismos componentes se conectan en paralelo.

16. En el circuito de la figura se muestra un transformador ideal con N_1 y N_2 espiras en el devanado primario y secundario, respectivamente.



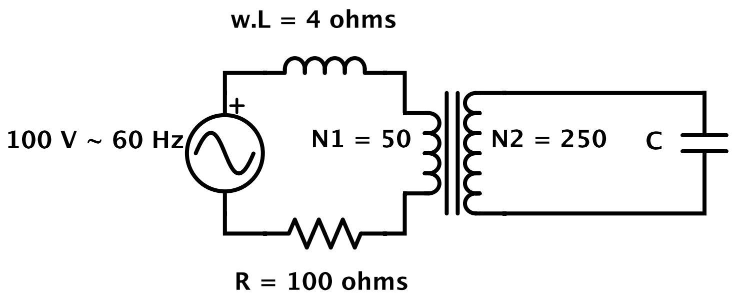
   a) Discutir detalladamente las relaciones entre las impedancias que corresponden a un transformador ideal. Analizar las aproximaciones.

   b) Hallar las corrientes que circulan por el primario y por el secundario.

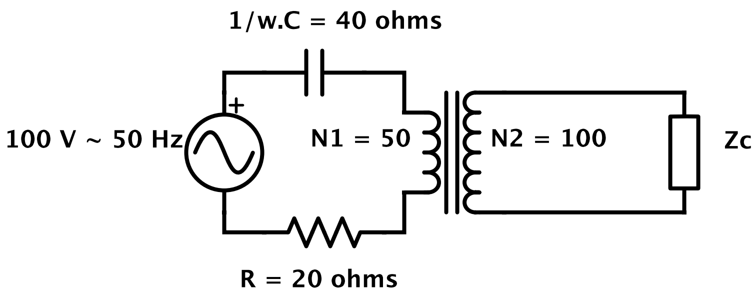
   c) Determinar las tensiones sobre cada elemento del circuito.

   d) Hallar las relaciones i_2/i_1 y v_2/v_1.

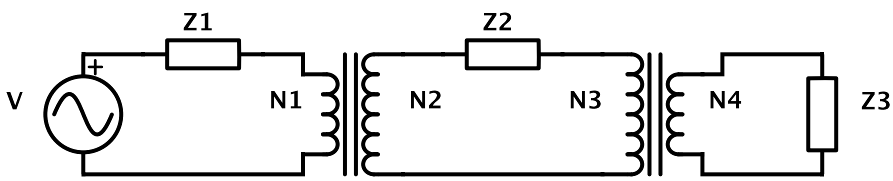
17. En el circuito de la figura se muestra un transformador ideal. Calcular el valor de C que corresponde al máximo valor de corriente por el primario.



18. En el circuito de la figura, ¿qué valor (complejo) de la impedancia de carga Z_c corresponde a la máxima transferencia de potencia al secundario?



19. Para el circuito de la figura calcular:



a) Las corrientes que circulan por cada malla.

b) La condición de máxima transferencia de potencia a cada impedancia, suponiendo en cada caso las restantes fijas.

c) El circuito de la figura puede ser considerado como un esquema de una línea de transmisión de energía eléctrica. Entre la planta generadora V y la carga Z_3, que representa la impedancia equivalente de todos los dispositivos conectados a la línea, existen dos plantas transformadoras. Z_2 es la impedancia de la línea de transmisión. Consideraremos despreciable a Z_1. Suponga que $V = 3000\,\mathrm{V}$ y que se desea una tensión en la carga de $220\,\mathrm{V}$. Elija N_2/N_1 y N_4/N_3 de forma tal que la pérdida de energía en la línea de transmisión sea menor que un $10\,\%$ de la energía entregada a la carga. (El resultado de este problema explica por qué las líneas de transmisión de energía eléctrica son de alta tensión).