Física 3-Cátedra Grecco

Guía 1

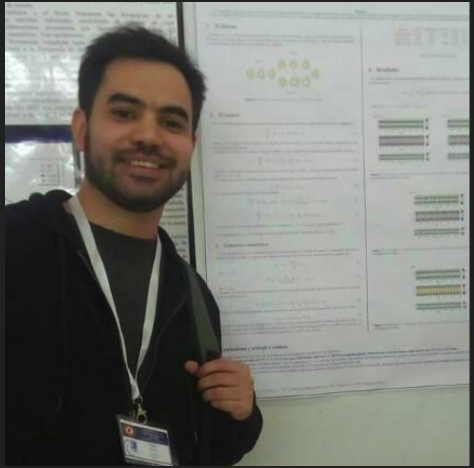
Clase 1

Andrea Buccino

Plantel docente de la práctica

Andrea Buccino

Facundo Pugliese



Pablo Olivar

Generalidades de la materia

Correlatividades

Es importante tener los TPs de Mate 2 y Mate 3 aprobados. Además se necesita Física 1 y Mate 1.

¿Cómo nos comunicamos?

Prácticas en zoom lunes y jueves de 11 a 14 hs. Las clases se graban y se publican en el Youtube del DF. Se publican las presentaciones en la página de la materia y si quedan consultas pendientes pueden comunicarse en googlegroups.

zoom

https://exactas-uba.zoom.us/j/86489898094

https://discord.com/channels/874841906645987330/874841906645987333

YouTube

https://www.youtube.com/fisicaexactasuba

WordPress

http://materias.df.uba.ar/f3aa2021c2/

Generalidades de la materia

¿Cómo se aprueba?

2 parciales cada uno se puede recuperar una sola vez.

Primer parcial: 14/10 , Segundo parcial: 25/11, Recu1: 2/12 y Recu2:...

Otros ejercicios para repasar

Guía 1

Las Guías que vamos a utilizar en esta materia están disponibles en https://materias.df.uba.ar/f3aa2021c2/guias/ o en el campus.

En la Guía 1 veremos conceptos y herramientas de cálculos para problemas de electrostática.

En los ejercicios 1.1 a 1.3 estudiaremos la ley de Coulomb (magnitud y cálculo de la fuerza electrostática).

Comenzamos por acá...

Ley de Coulomb

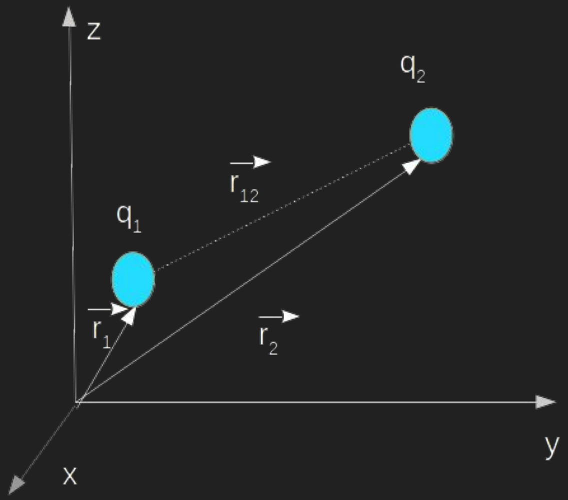
La ley de Coulomb es una ley experimental que establece que la fuerza entre dos partículas es directamente proporcional al valor de las cargas, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. Dado que se trata de una magnitud vectorial debemos considerar no sólo su módulo, sino también dirección y sentido. Su dirección está dada por la recta que une a ambas cargas y su sentido depende del signo de las cargas.

La expresión está dada por

$$\vec{F_e} = \frac{k\, q_1 q_2}{|\vec{r_{12}}|^2}\hat{r_{12}}$$

La reescribiremos para su aplicación

$$\vec{F_e} = \frac{k\, q_1 q_2}{|\vec{r_{12}}|^2}\hat{r_{12}} = \frac{k\, q_1 q_2}{|\vec{r_{12}}|^3}\vec{r_{12}}$$



Donde *k* recibe el nombre de constante electrostática

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

Y ε_0 es la permitividad eléctrica del vacío.

Ejercicio 1.1

Física 3 - *Turno : Mañana*

Guía N° 1 - Primer cuatrimestre de 2019
Electrostática, ley de Coulomb, campo electrostático, distribuciones de carga, energía.

1. Calcular el cociente q/m entre la carga y la masa de dos partículas idénticas que se repelen electrostáticamente con la misma fuerza con que se atraen gravitatoriamente. Comparar el valor hallado con el cociente e/m para el electrón.

   Datos: $G = 6,7\times10^{-11}$ N m^2/kg^2; $k = 9\times10^{9}$N m^2/C^2; $m_e \approx 9\times10^{-31}$ kg; $e = 1,6\times10^{-19}$ C.

Suponemos que en este caso tenemos dos partículas idénticas de carga *q* y masa *m* conocidas a una distancia *d*.

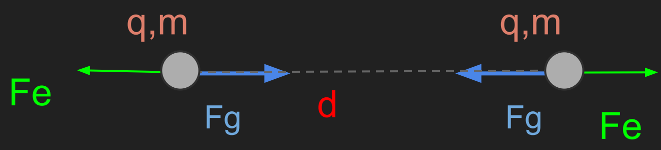
Entonces la interacción gravitatoria está dada por la expresión,

$$\vec{F_g} = \frac{G\, m_1 m_2}{|\vec{r_{12}}|^3}\vec{r_{12}}$$

Y la interacción electrostática por $$\vec{F_e} = \frac{k\, q_1 q_2}{|\vec{r_{12}}|^3}\vec{r_{12}}$$

Ambas fuerzas son colineales y en este caso

$$q_1 = q_2 = q \text{ y } m_1 = m_2 = m \text{ y } |\vec{r_{12}}| = d$$



Y dado que el problema dice que ambas interacciones se equiparan en módulo

$$|\vec{F}_g| = |\vec{F}_e|$$

Es decir,

$$\frac{k\,q^2}{d^2} = \frac{G\,m^2}{d^2}$$

Esta condición se da cuando se cumple la siguiente relación entre masa y carga:

$$\frac{q}{m} = \sqrt{\frac{G}{k}}$$

Aplicando los valores de las constantes el cociente q/m=8.6 10^{-11} C kg^{-1}

Pero cómo es esta relación en la naturaleza? Veamos el caso del electrón,

el cociente e/m_e=1.77 10^{11} C kg^{-1}. Es decir claramente las interacciones no son equiparables.

Suponiendo entonces que dos electrones idénticos interactúan electrostática y gravitatoriamente de manera clásica y despreciando cualquier otro tipo de interacción, se puede calcular el cociente entre ambas fuerzas con las fórmulas ya aplicadas en este problema

$$\frac{|\vec{F}_e|}{|\vec{F}_g|} = \frac{k\,q^2}{G\,m^2}$$

Teniendo en cuenta la carga y masa del electrón este cociente da 4.24 10^{42}, donde se puede ver que la interacción gravitatoria es despreciable respecto a la electrostática.

Simulación para adquirir noción de las magnitudes

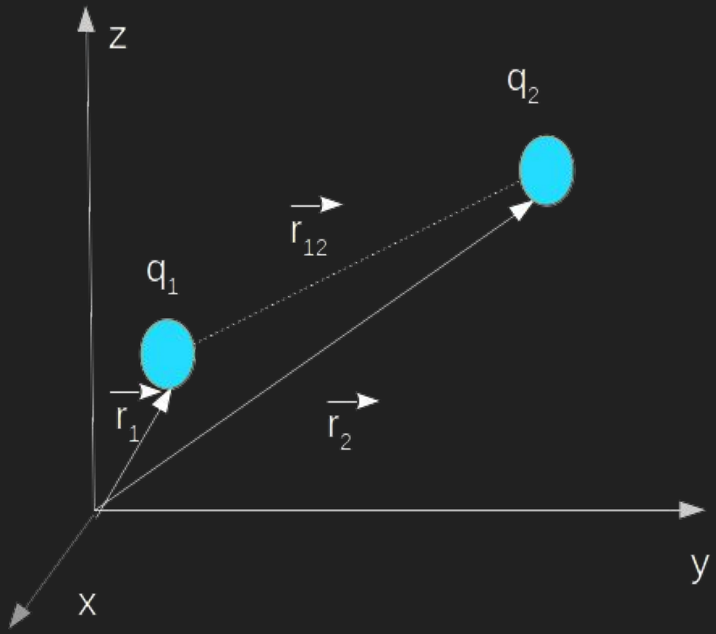
En https://phet.colorado.edu/es/simulation/coulombs-law podrán encontrar una simple experiencia donde podrán ver cómo varía la magnitud de la fuerza electrostática con los diferentes parámetros en escala macro y microsópica.

En la página en Multimedia está insertado el video.

Fuerza electrostática-Principio de superposición

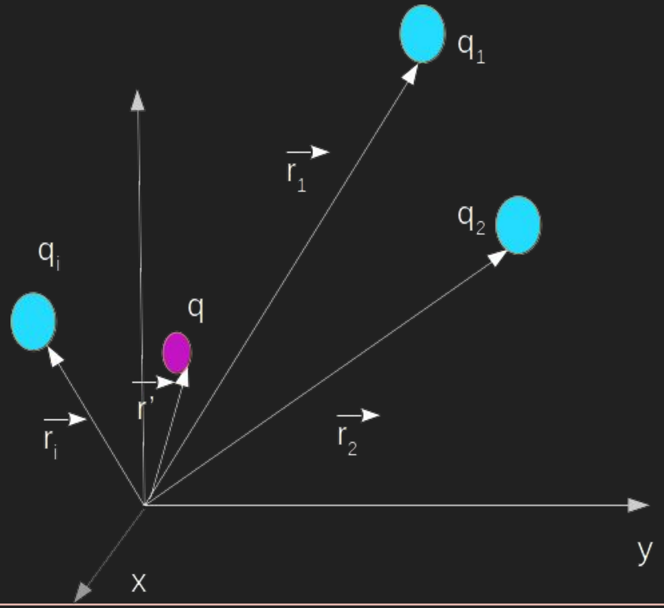
Recordamos que la expresión para la interacción electrostática entre dos cargas en determinadas posiciones está dada por

$$\vec{F}_{q1,q2} = \frac{k q_1 q_2 (\vec{r_2} - \vec{r_1})}{|\vec{r_2} - \vec{r_1}|^3}$$



Fuerza electrostática-Principio de superposición

Si la carga q está en presencia de otras cargas deben sumarse las interacciones (principio de superposición) y la fuerza resultante es

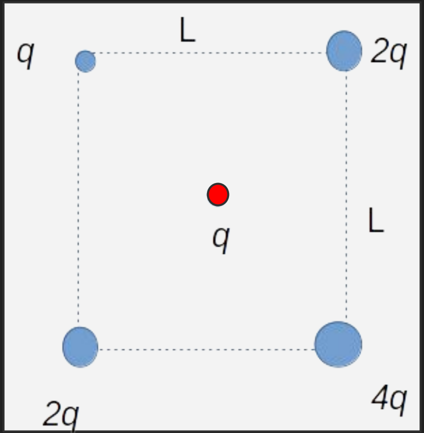


$$\vec{F}_{tot} = \sum_i \frac{kq_i q(\vec{r} - \vec{r_i})}{|\vec{r} - \vec{r_i}|^3}$$

Con estos conceptos podremos resolver el ejercicio 1.3 de la Guía

3. Hallar la fuerza neta sobre una carga q ubicada en el centro de un cuadrado de lado L, cuando se han colocado cargas $q, 2q, 4q$ y $2q$ en los cuatro vértices (en ese orden). Saque provecho de la simetría de la configuración de cargas, para simplificar el cálculo.

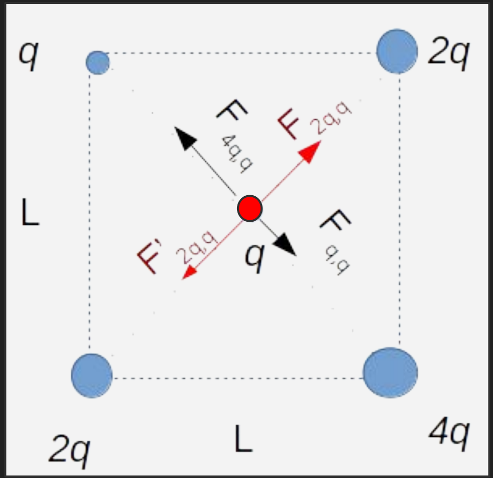
Donde se plantea la interacción entre la carga *q* (roja) en presencia de cuatro cargas *4q*, *2q*, *2q* y *q* (celestes) según muestra la figura



El enunciado del problema nos convoca a que aprovechemos la simetría del problema para plantear el sistema de coordenadas, esta estrategia nos acompañará durante TODA la cursada.

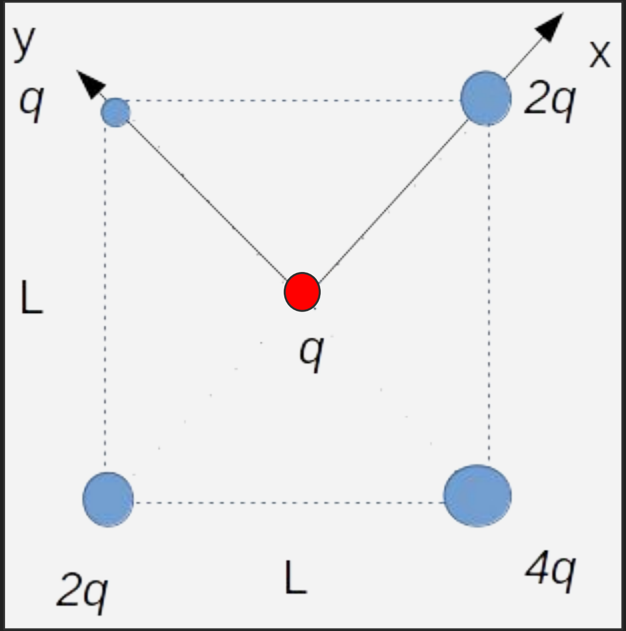
Aprovechar la simetría del problema nos facilitará no sólo el álgebra del problema sino también la interpretación física.

En este caso podemos ver que las fuerzas se encontrarán sobre las diagonales del cuadrado.



Por lo tanto nos conviene elegir un sistema de coordenadas que coincida con los diagonales, en este caso esto es posible porque ambas son perpendiculares.

Por lo tanto nos conviene elegir un sistema de coordenadas que coincida con los diagonales, en este caso esto es posible porque ambas son perpendiculares.



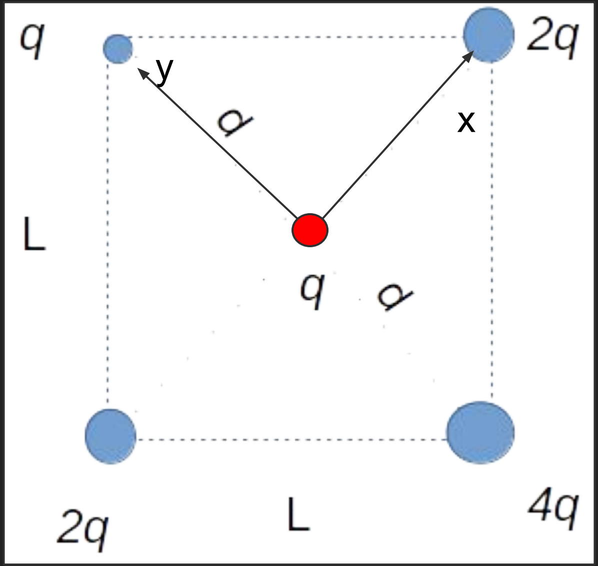
Una vez planteado el sistema de coordenadas tenemos que plantear la posición de las fuentes q_i y la fuente q donde se aplica la fuerza total.

Recordamos

$$\vec{F}_{tot} = \sum_i \frac{kq_i q(\vec{r} - \vec{r_i})}{|\vec{r} - \vec{r_i}|^3}$$

$$2d = \sqrt{L^2 + L^2}$$

$$d = \frac{\sqrt{2}}{2} L$$



Una vez planteado el sistema de coordenadas tenemos que plantear la posición de las fuentes q_i y la fuente q donde se aplica la fuerza total.

Recordamos

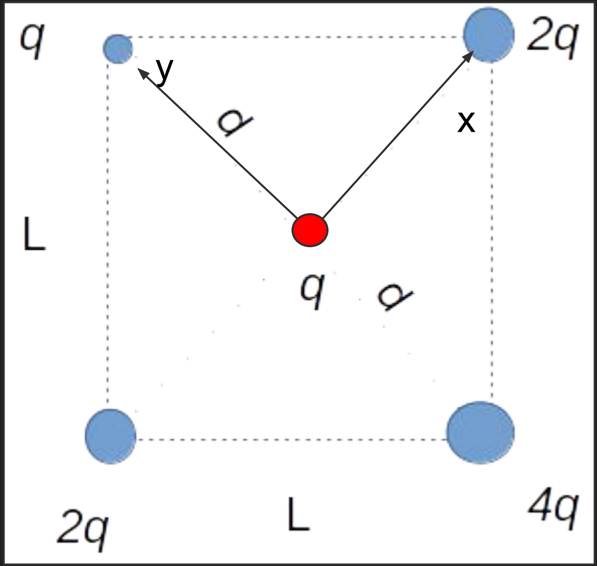
$$\vec{F}_{tot} = \sum_i \frac{k q_i q (\vec{r} - \vec{r_i})}{|\vec{r} - \vec{r_i}|^3}$$

$$\boxed{\vec{r_q} = (0,0)}$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{r_{2q}} &= (d,0) \\ \vec{r_{2q}} &= (-d,0) \\ \vec{r_q} &= (0,d) \\ \vec{r_{4q}} &= (0,-d) \end{aligned}\right\}\ \text{fuentes}$$

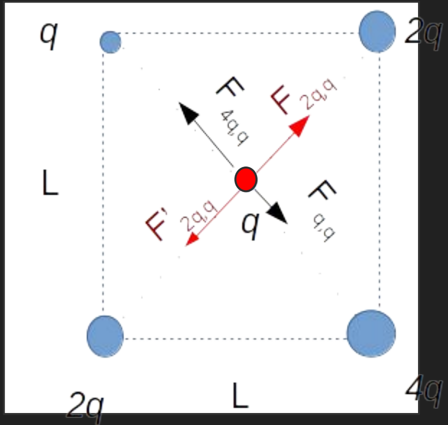
$$2d = \sqrt{L^2 + L^2}$$

$$d = \frac{\sqrt{2}}{2} L$$



Entonces ya estamos en condiciones de calcular la fuerza como la suma de todas contribuciones

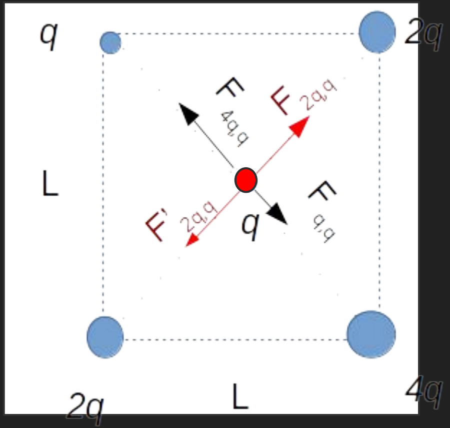
$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_{2q,q} + \vec{F'}_{2q,q} + \vec{F}_{q,q} + \vec{F}_{4q,q}$$



Entonces ya estamos en condiciones de calcular la fuerza como la suma de todas contribuciones

$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_{2q,q} + \vec{F'}_{2q,q} + \vec{F}_{q,q} + \vec{F}_{4q,q}$$

$$\vec{F}_{tot} = \frac{kq2q(-d\hat{x})}{d^3} + \frac{kq2q(d\hat{x})}{d^3} - \frac{kqq(d\hat{y})}{d^3} + \frac{kq4q(+d\hat{y})}{d^3}$$

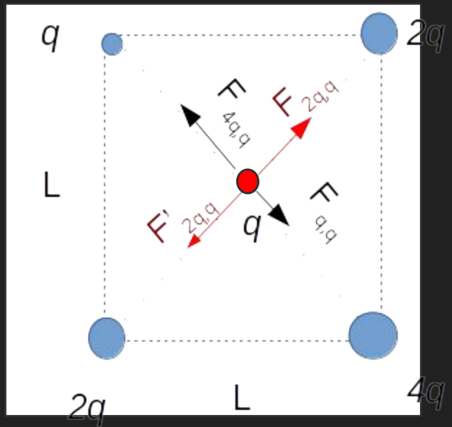


Entonces ya estamos en condiciones de calcular la fuerza como la suma de todas contribuciones

$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_{2q,q} + \vec{F'}_{2q,q} + \vec{F}_{q,q} + \vec{F}_{4q,q}$$

$$\vec{F}_{tot} = \frac{kq2q(-d\hat{x})}{d^3} + \frac{kq2q(d\hat{x})}{d^3} - \frac{kqq(d\hat{y})}{d^3} + \frac{kq4q(+d\hat{y})}{d^3}$$

$$\vec{F}_{tot} = \frac{k3q^2}{d^2}\hat{y}$$



Podemos ver que la fuerza total tiene dirección *y*, pues las contribuciones en *x* se anulan. Efectivamente si observamos la distribución de cargas es simétrica en el eje *x* y
Por lo tanto no hay razón física para que haya una fuerza en esa dirección, porque hay balances de fuerzas (Fuerzas rojas en la figura).

Física 3-Cátedra Grecco

Guía 1

Clase 2

Andrea Buccino

Guía 1

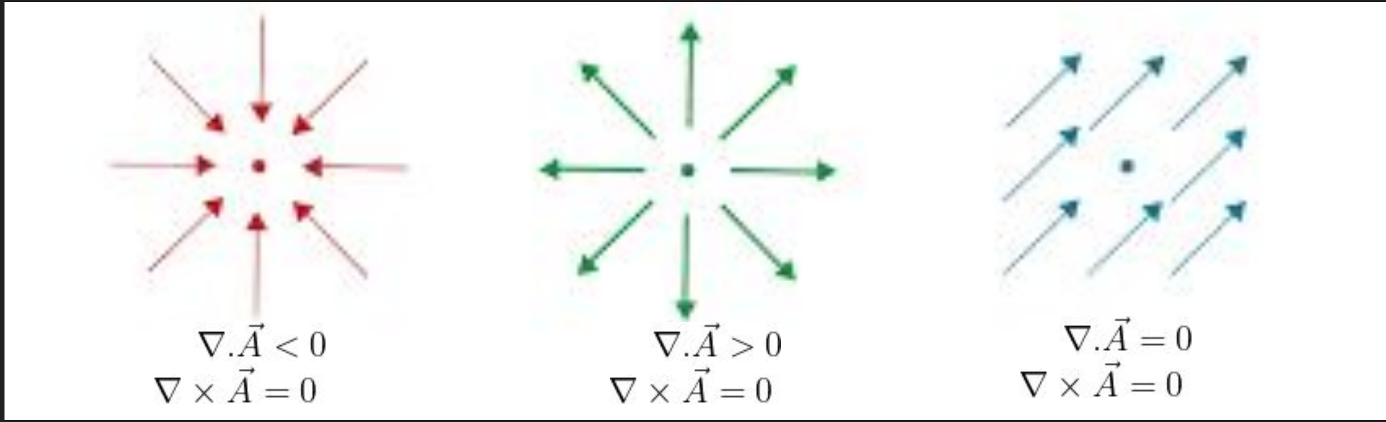
Las Guías que vamos a utilizar en esta materia están disponibles en https://materias.df.uba.ar/f3aa2021c2/guias/

En esta clase aprenderemos el concepto de campo eléctrico para una distribución de cargas discreta y continua localizada.

A través de la resolución de los problemas 1.4 y 1.5 discutiremos estos aspectos.

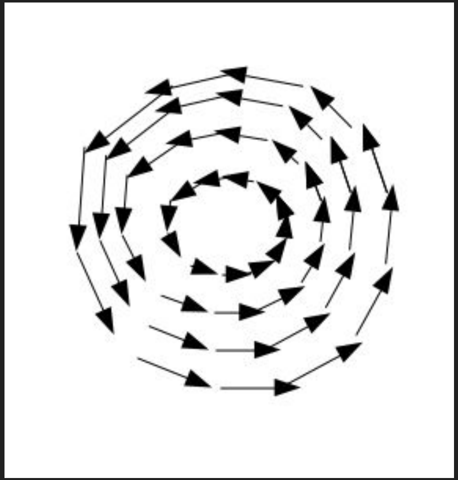
Campos vectoriales

Un campo vectorial es una función $\vec{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ que está definida por su rotor y divergencia.



Campos vectoriales

Un campo vectorial es una función $\vec{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ que está definida por su rotor y divergencia.



$$\nabla . \vec{A} = 0$$
$$\nabla \times \vec{A} \neq 0$$

Campo Eléctrico

El campo eléctrico $\vec{E}$ es una magnitud vectorial en el punto $\vec{r}$ que depende de la distribución de cargas que lo genera. Se puede definir e interpretar como la fuerza que siente una carga unitaria ubicada en el punto $\vec{r}$

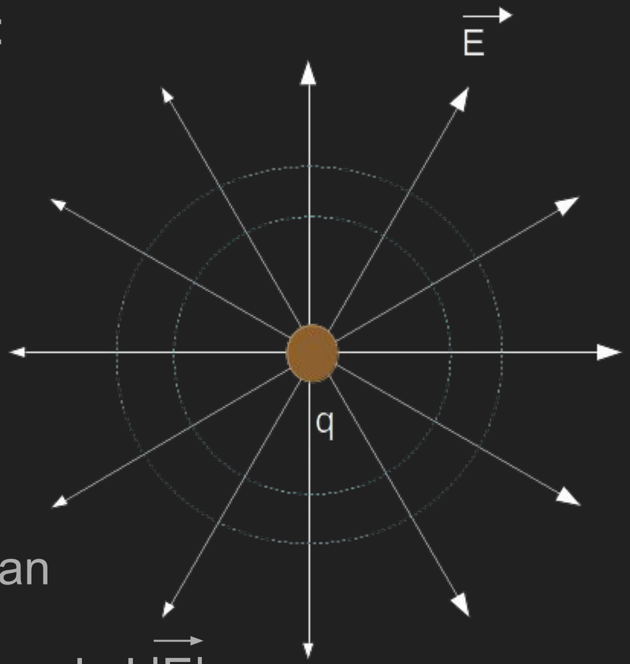
Es decir el campo eléctrico puede definirse a partir de la fuerza electrostática

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q}$$

Campo eléctrico en distribuciones discretas de cargas

Partiendo de la definición presentada, el campo eléctrico generado por una carga puntual en el origen está dada por la expresión:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{kq}{|\vec{r}|^2}\hat{r} = \frac{kq}{|\vec{r}|^3}\vec{r}$$



La simetría de las líneas de campo es esférica,

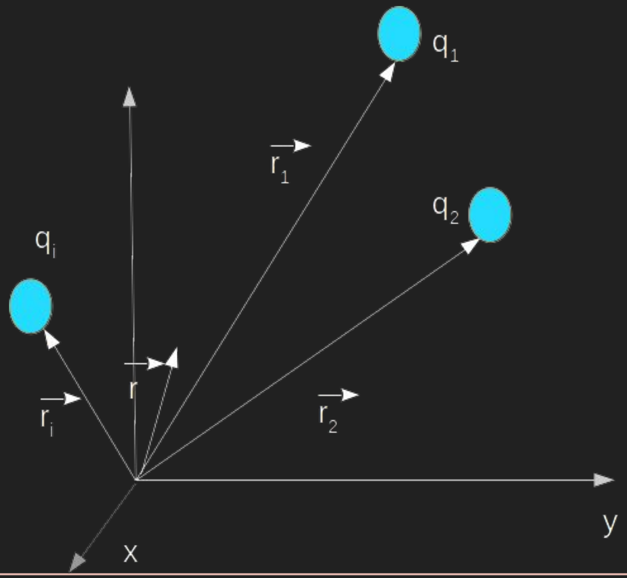
se puede ver que todos los puntos que equidistan

de la carga *q* (circunferencias celestes) tienen igual el $|\vec{E}|$.

Campo eléctrico - Principio de Superposición

En el caso de tener una distribución discreta de cargas q_i en diferentes posiciones $\vec{r}_i$ el campo que generan en todo el espacio está dado por la suma de las contribuciones individuales (Principio de Superposición).

$$\vec{E}(\vec{r}) = \Sigma_i \frac{kq_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}(\vec{r} - \vec{r}_i)$$

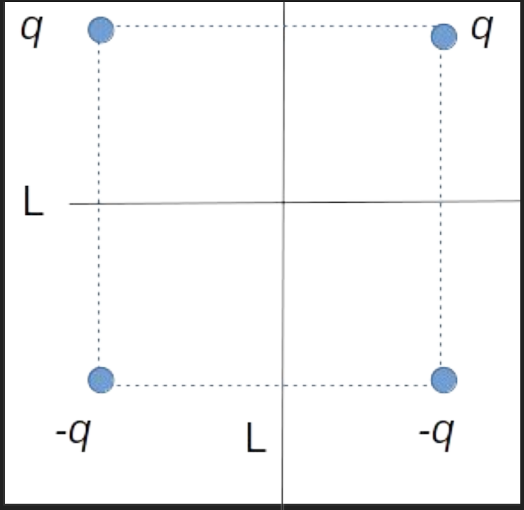


Resolvamos entonces el ejercicio 1.4

4. En dos vértices contiguos de un cuadrado de lado L se hallan dos cargas q. En los dos vértices restantes se colocan dos cargas $-q$. Determine por razonamientos de simetría cuál será la dirección y el sentido del campo sobre los ejes del cuadrado perpendiculares a sus lados. Calcule el campo eléctrico sobre esos ejes.

Lo primero que debemos hacer es elegir un sistema de coordenadas que nos permita 'aprovechar' la simetría de la distribución.

Por otro lado, el problema nos pide calcular el Campo en los ejes perpendiculares a los lados, marcados con líneas rectas.



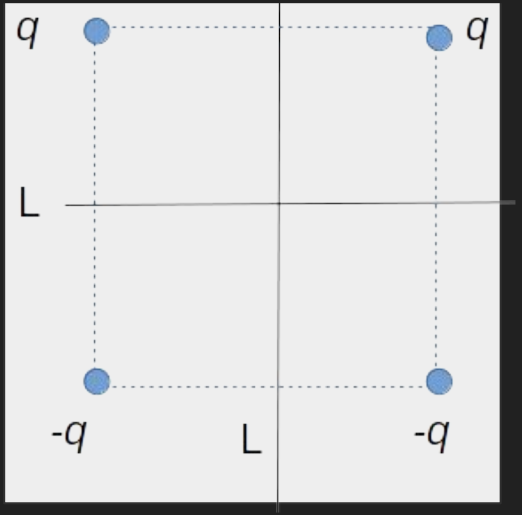
Podemos ver que la distribución es simétrica

respecto al eje vertical y antisimétrica

respecto al eje horizontal.

Por lo tanto podemos hacer coincidir ambos ejes

los ejes del sistema de referencia.



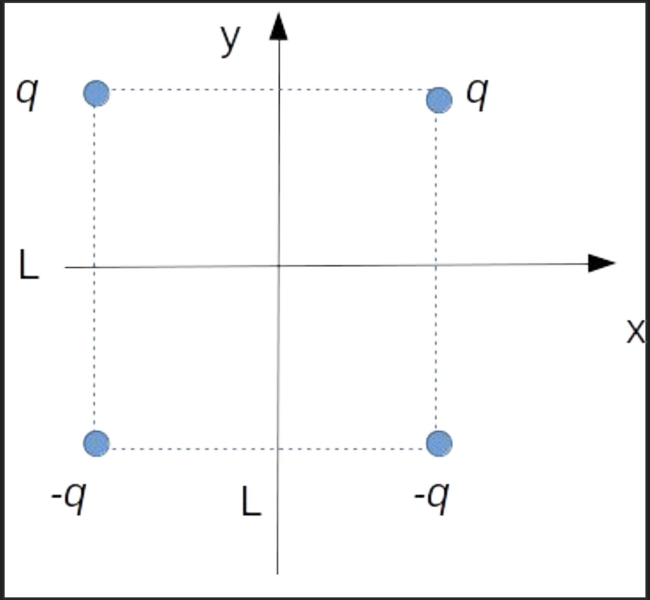
Podemos ver que la distribución es simétrica

respecto al eje vertical y antisimétrica

respecto al eje horizontal.

Por lo tanto podemos hacer coincidir ambos ejes

los ejes del sistema de referencia.

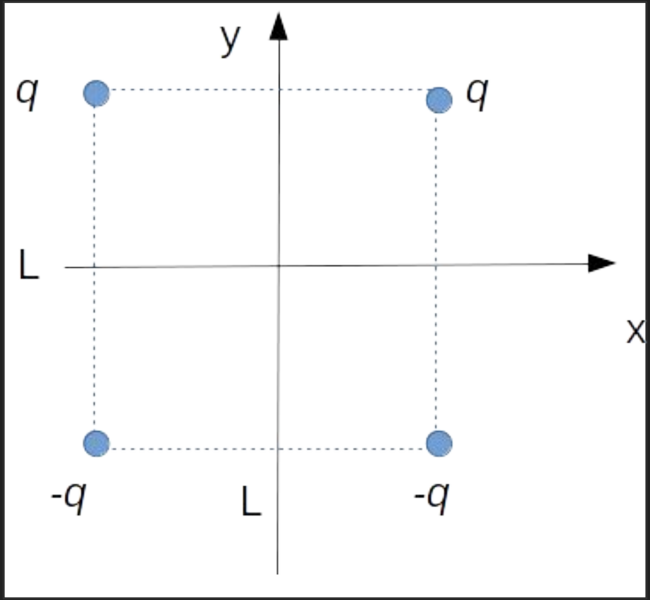


Para calcular el campo eléctrico

$$\vec{E}(\vec{r}) = \Sigma_i \frac{kq_i}{|\vec{r}-\vec{r_i}|^3}(\vec{r}-\vec{r_i})$$

debemos conocer las posiciones de las cargas individuales en este sistema de coordenadas.

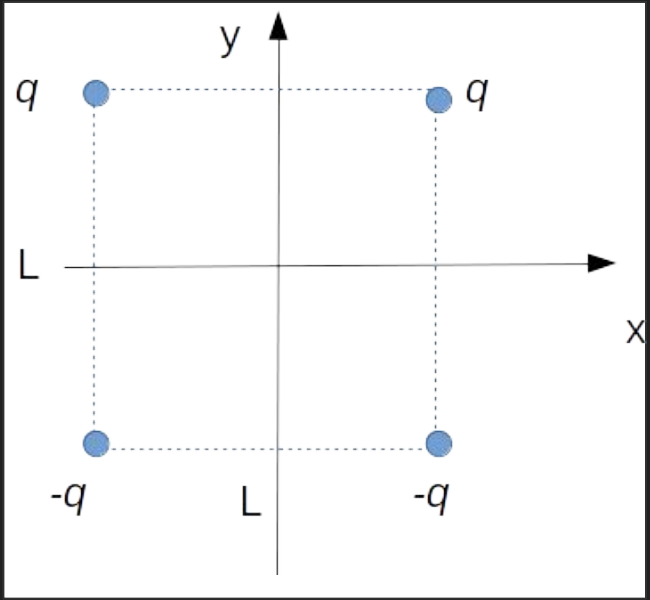
$$\begin{aligned}
\vec{r} &= (x,0)\,\acute{o}\,(0,y) \\
\vec{r_q} &= (L/2, L/2) \\
\vec{r_q} &= (-L/2, L/2) \\
\vec{r'_{-q}} &= (L/2, -L/2) \\
\vec{r'_{-q}} &= (-L/2, -L/2)
\end{aligned}$$



Para calcular el campo eléctrico

$$\vec{E}(\vec{r}) = \Sigma_i \frac{kq_i}{|\vec{r}-\vec{r_i}|^3}(\vec{r}-\vec{r_i})$$

debemos conocer las posiciones de las cargas individuales en este sistema de coordenadas.



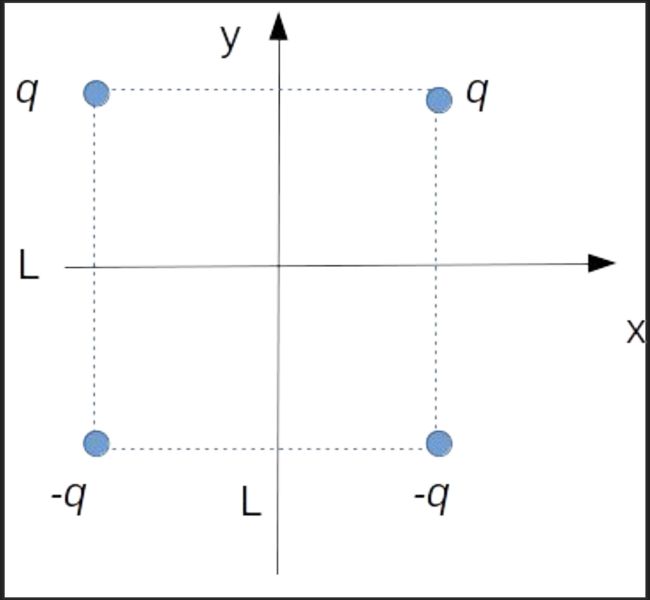
$$\begin{aligned}
\vec{r} &= (x,0)\,\text{ó}\,(0,y)\\
\vec{r'_q} &= (L/2, L/2)\\
\vec{r'_q} &= (-L/2, L/2)\\
\vec{r'_{-q}} &= (L/2, -L/2)\\
\vec{r'_{-q}} &= (-L/2, -L/2)
\end{aligned}$$

Punto campo, depende dónde calculamos el campo.

Puntos fuente

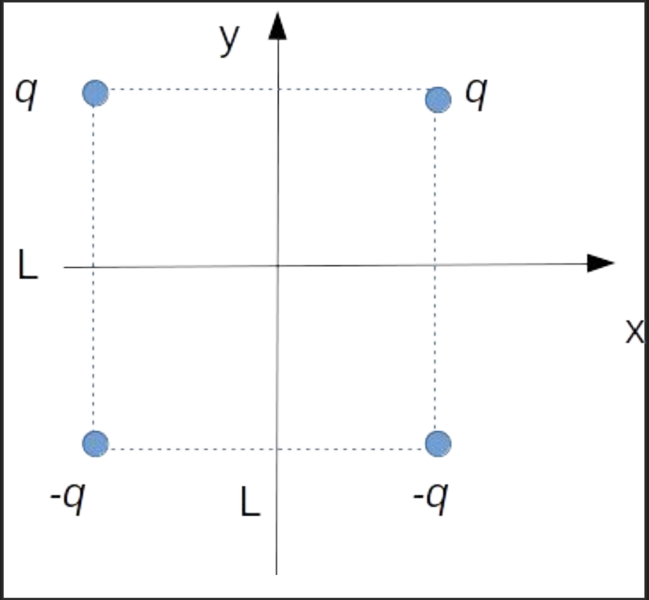
Por ejemplo calculando el campo eléctrico para la carga *q* ubicada en el vertice superior derecho es decir en el punto (L/2, L/2) sobre el eje *x*:

$$\vec{E}_q(x\hat{x}) = kq\left(\frac{(x - L/2)\hat{x} - L/2\hat{y}}{[(x-L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}}\right)$$



Por ejemplo calculando el campo eléctrico para la carga *q* ubicada en el vertice superior derecho es decir en el punto (-L/2, L/2) sobre el eje *x*:

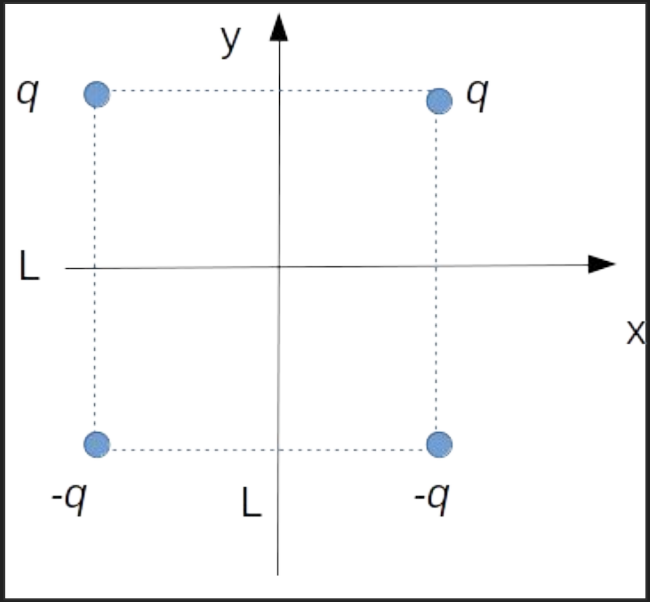
$$\vec{E}_q(x\hat{x}) = kq\left(\frac{(x + L/2)\hat{x} - L/2\hat{y}}{[(x + L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}}\right)$$



Por ejemplo calculando el campo eléctrico para la carga *q* ubicada en el vertice superior derecho es decir en el punto (L/2, L/2) sobre el eje *x*:

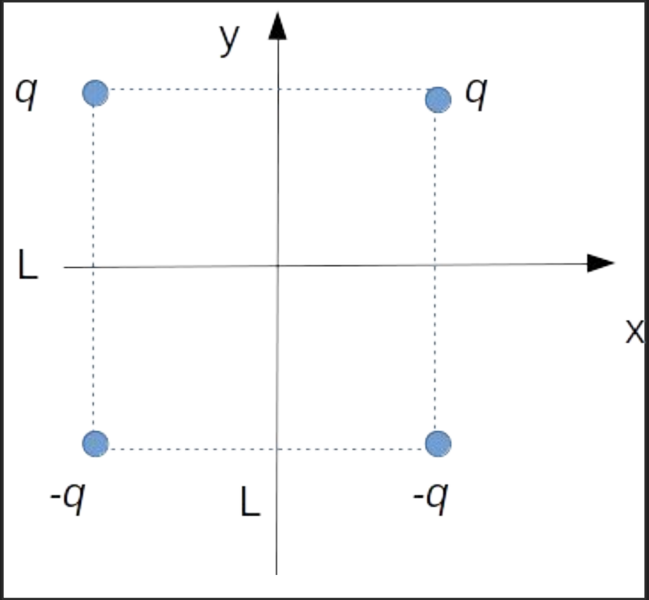
$$\vec{E}_q(x\hat{x}) = kq\left(\frac{(x-L/2)\hat{x} - L/2\hat{y}}{[(x-L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}}\right)$$

Sumando todas las contribuciones...



Por ejemplo calculando el campo eléctrico para la carga *q* ubicada en el vertice superior derecho es decir en el punto (L/2, L/2) sobre el eje *x*:

$$\vec{E}_q(x\hat{x}) = kq\Big(\frac{(x-L/2)\hat{x} - L/2\hat{y}}{[(x-L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}}\Big)$$

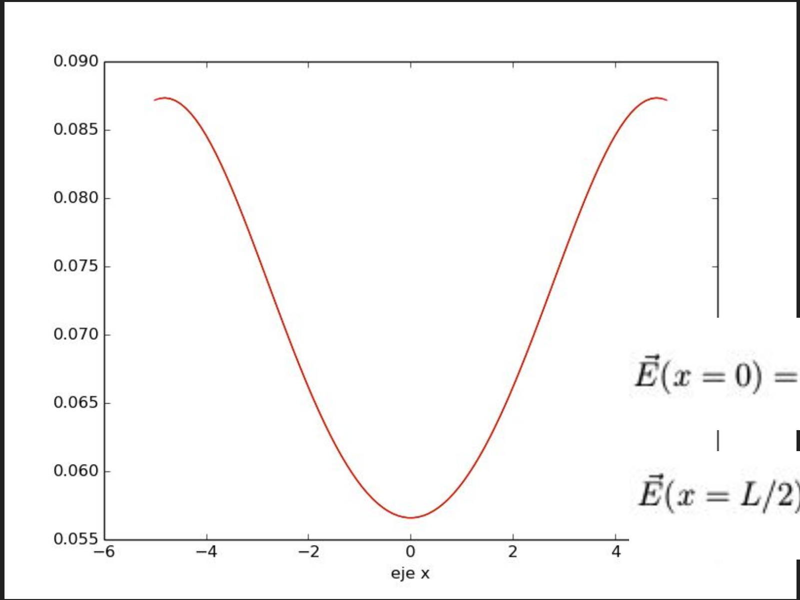


Sumando todas las contribuciones...

$$\vec{E}(x\hat{x}) = kq\Big(\frac{((x-L/2)\hat{x} - L/2\hat{y})}{[(x-L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} + \frac{((x+L/2)\hat{x} - L/2\hat{y})}{[(x+L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} - \\ - \frac{((x-L/2)\hat{x} + L/2\hat{y})}{[(x-L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} - \frac{((x+L/2)\hat{x} + L/2\hat{y})}{[(x+L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}}\Big)$$

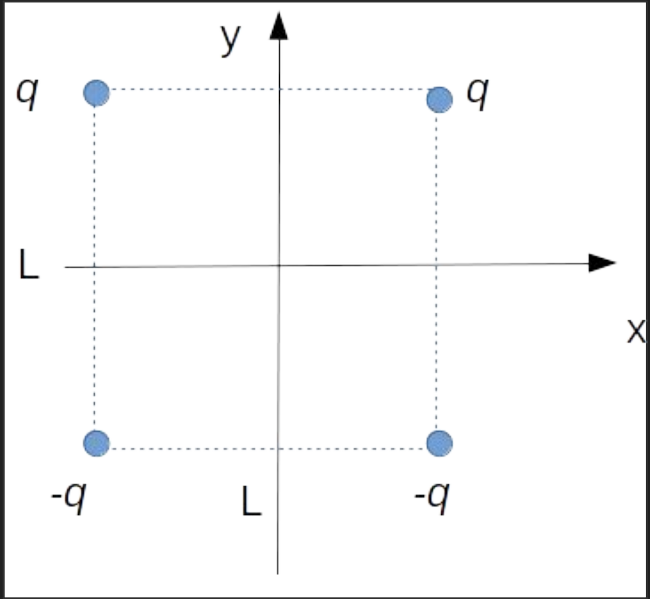
En el eje *x* resultante está en la dirección y. Es esperable porque hay simetría en torno al eje y

$$\vec{E}(x\hat{x}) = -kq\left(\frac{L\hat{y}}{[(x-L/2)^2+L^2/4]^{3/2}} + \frac{L\hat{y}}{[(x+L/2)^2+L^2/4]^{3/2}}\right)$$



$$\vec{E}(x=0) = -kq\frac{2\sqrt{2}}{L^2}\hat{y}$$

$$\vec{E}(x=L/2) = -kq8\frac{5\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}L^2}\hat{y}$$



Una estrategia para ver si tanto cuentería nos llevó a buen puerto es analizar el campo en algunos puntos determinados.

Podemos así ‘mapear’ el campo eléctrico en el eje *x* considerando una carga prueba unitaria y analizando qué fuerza sufriría debido a las fuentes.

Podemos que el campo resultante siempre se encuentra en la dirección *y*, y que alcanza un valor máximo en $x=L/2$ y $x=-L/2$ y un valor mínimo no nulo en $x=0$.

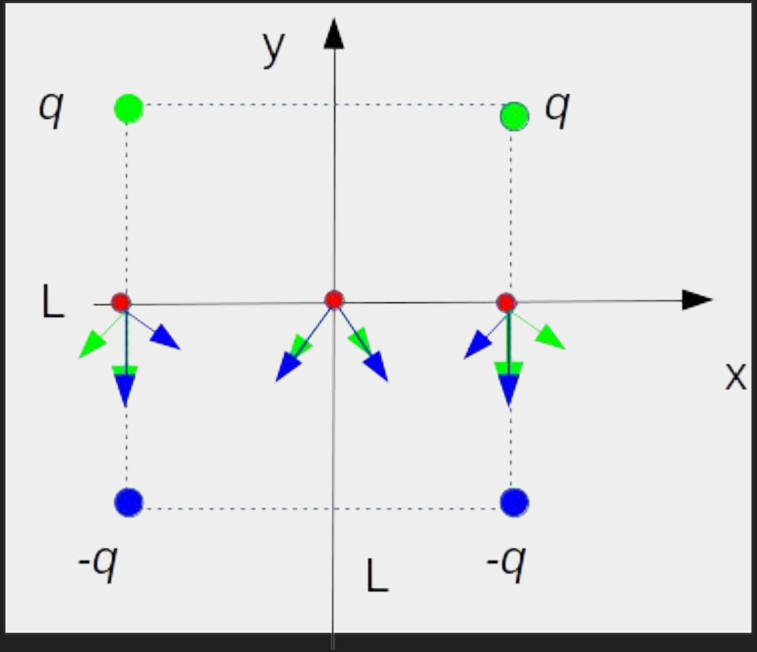


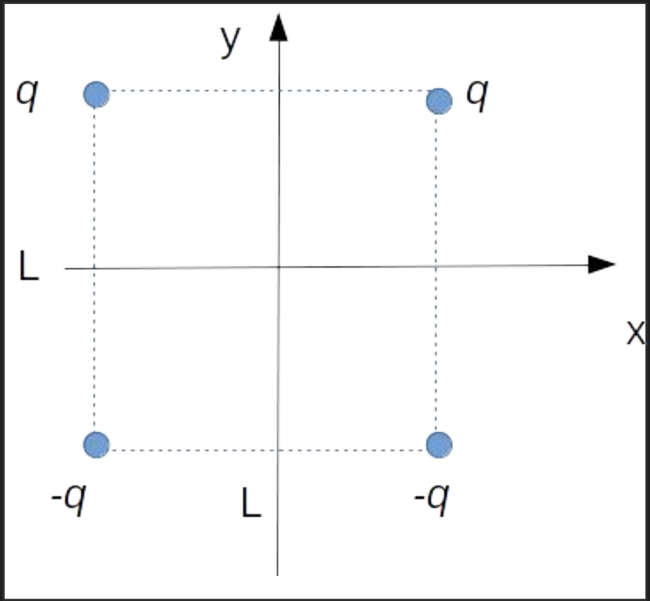
Figura cualitativa

Para calcular el campo eléctrico en el eje y, recordamos las posiciones

$$
\begin{aligned}
\vec{r} &= (x,0)\,\text{ó}\,(0,y) \\
\vec{r'_q} &= (L/2, L/2) \\
\vec{r'_q} &= (-L/2, L/2) \\
\vec{r'_{-q}} &= (L/2, -L/2) \\
\vec{r'_{-q}} &= (-L/2, -L/2)
\end{aligned}
$$

Punto campo, depende dónde calculamos el campo.

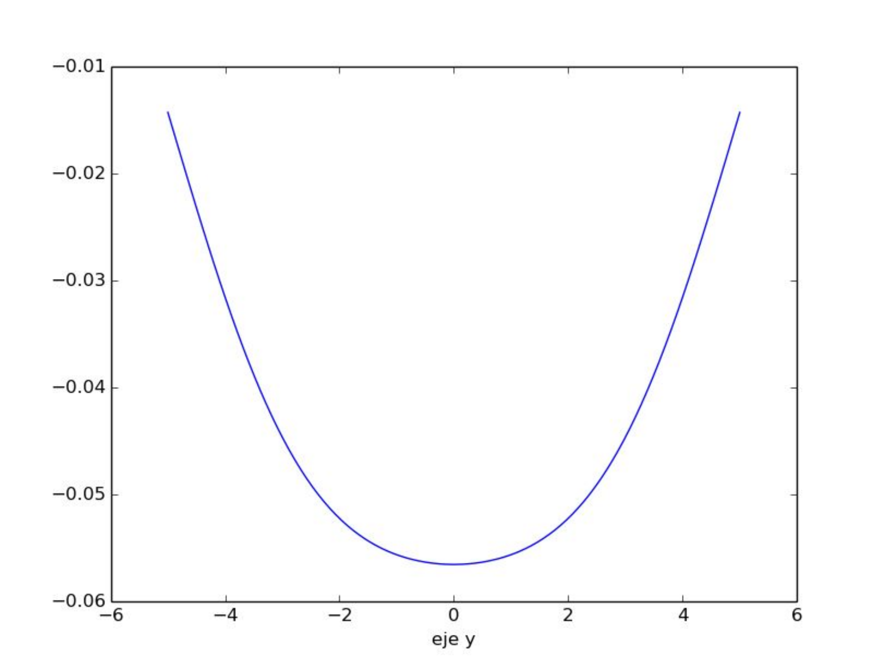
Puntos fuente

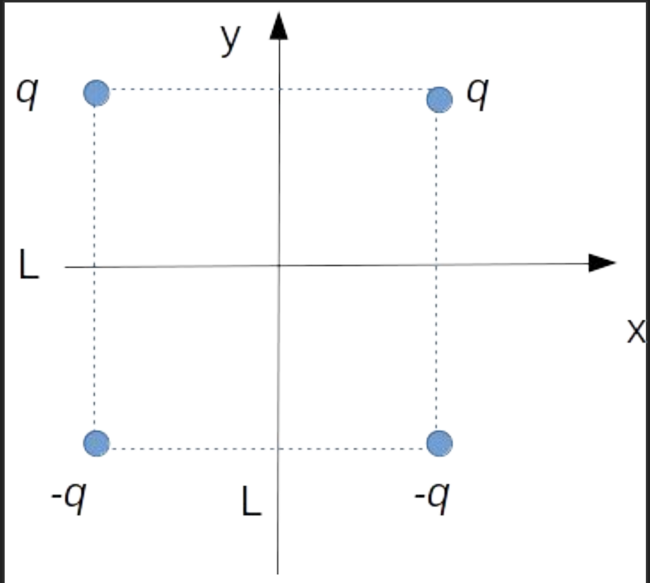


$$
\vec{E}(y\hat{y}) = kq\Big(\frac{((y-L/2)\hat{y}-L/2\hat{x})}{[(y-L/2)^2+L^2/4]^{3/2}} + \frac{((y-L/2)\hat{y}+L/2\hat{x})}{[(y-L/2)^2+L^2/4]^{3/2}} - \frac{((y+L/2)\hat{y}-L/2\hat{x})}{[(y+L/2)^2+L^2/4]^{3/2}} - \frac{((y+L/2)\hat{y}+L/2\hat{x})}{[(y+L/2)^2+L^2/4]^{3/2}}\Big)
$$

Haciendo cuentas...

$$\vec{E}(y\hat{y}) = kq\left(\frac{2(y-L/2)\hat{y}}{[(y-L/2)^2+L^2/4]^{3/2}} - \frac{2(y+L/2)\hat{y}}{[(y+L/2)^2+L^2/4]^{3/2}}\right)$$





Interpretemos los resultados obtenidos sobre el eje y

¿Es coherente que sea simétrico?

¿Está bien que el campo sólo tenga componente en y?

Lo charlamos...

Una manera de verlo es poniendo cargas de pruebas estratégicamente a lo largo del eje y, de manera de ‘mapear’ el campo eléctrico a lo largo del eje.

Se puede ver que el campo crece desde *y=L/2* a *y=0* (valor máximo) y luego disminuye en *y=-L/2*.

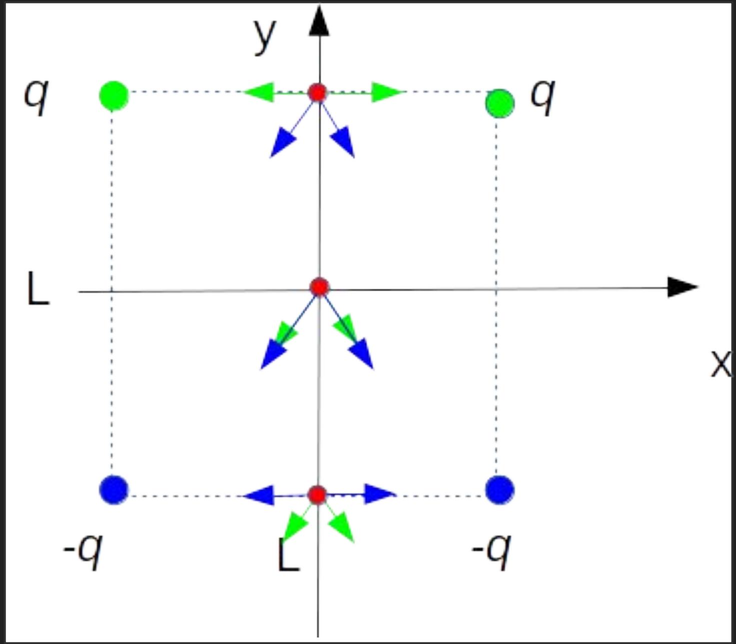
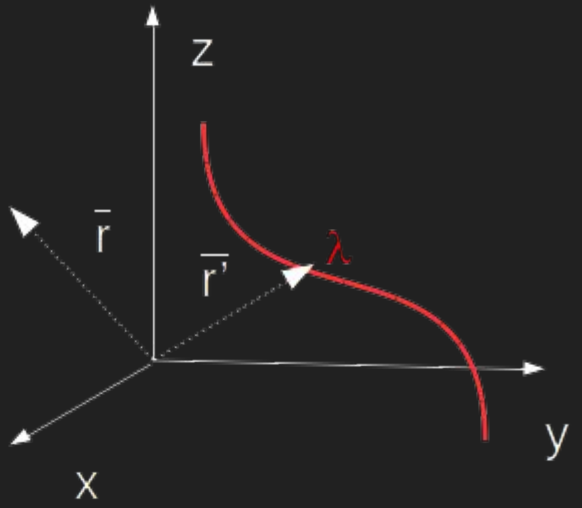


Figura cualitativa

Campo eléctrico en distribuciones de cargas continuas localizadas

Dada una distribución lineal de densidad de carga por unidad de longitud λ. El campo se calcula con la expresión:

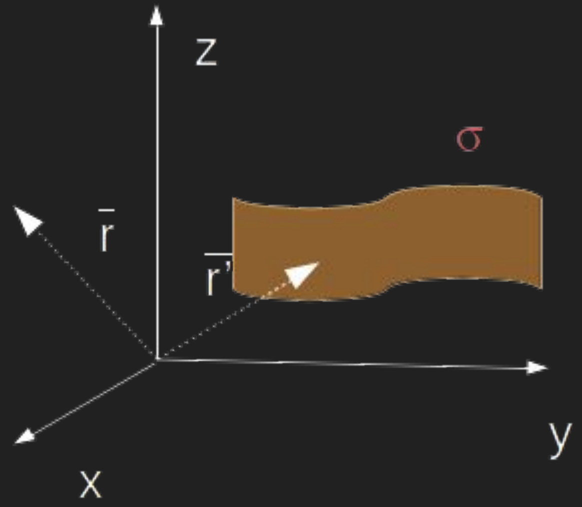
$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_C \frac{k\lambda' dl'}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}(\vec{r} - \vec{r'})$$



Campo eléctrico en distribuciones de cargas continuas localizadas

Dada una distribución superficial de densidad de carga por unidad de longitud σ.
El campo se calcula con la expresión:

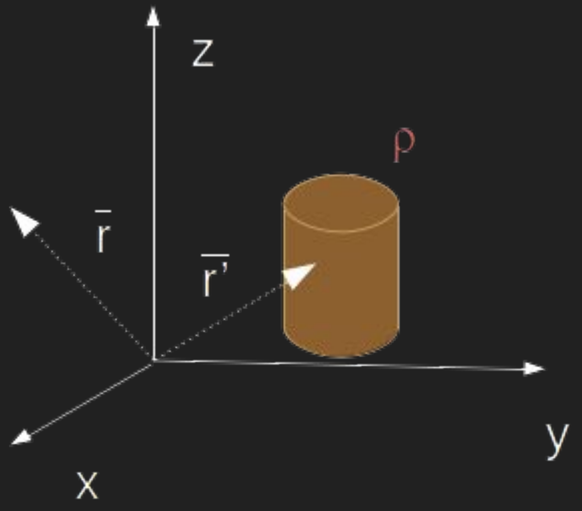
$$\vec{E}(\vec{r}) = \int\int_S \frac{k\sigma' dS'}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}(\vec{r} - \vec{r'})$$



Campo eléctrico en distribuciones de cargas continuas localizadas

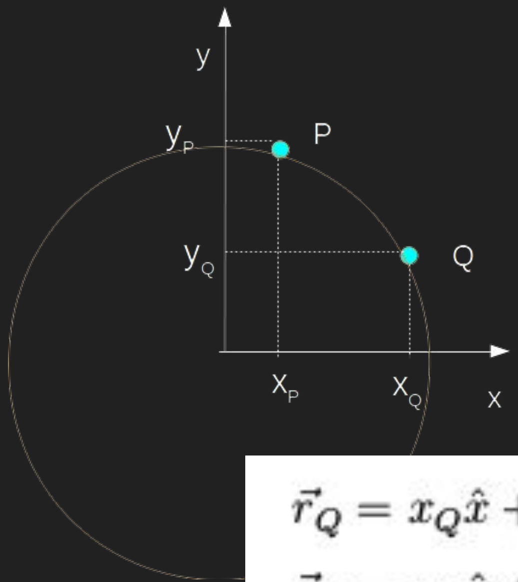
Dada una distribución superficial de densidad de carga por unidad de longitud ϱ.
El campo se calcula con la expresión:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int\int\int_V \frac{k\rho' dV'}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3}(\vec{r}-\vec{r'})$$



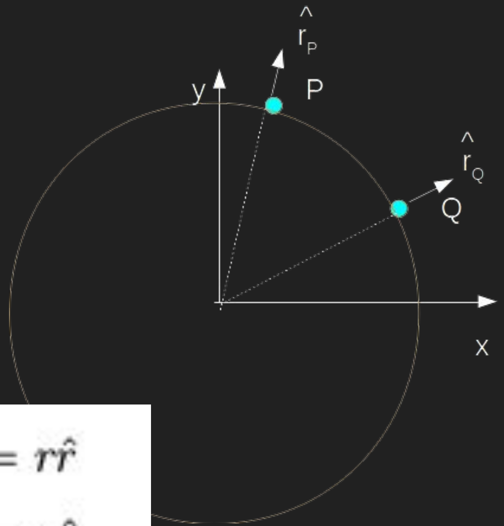
Versores ‘fijos’ vs. Versores ‘móviles’

Supongamos los puntos P y Q sobre una circunferencia de radio *r*. Podemos expresar sus coordenadas en polares o en cartesianas.



$$\vec{r}_Q = x_Q\hat{x} + y_Q\hat{y}$$

$$\vec{r}_P = x_P\hat{x} + y_P\hat{y}$$



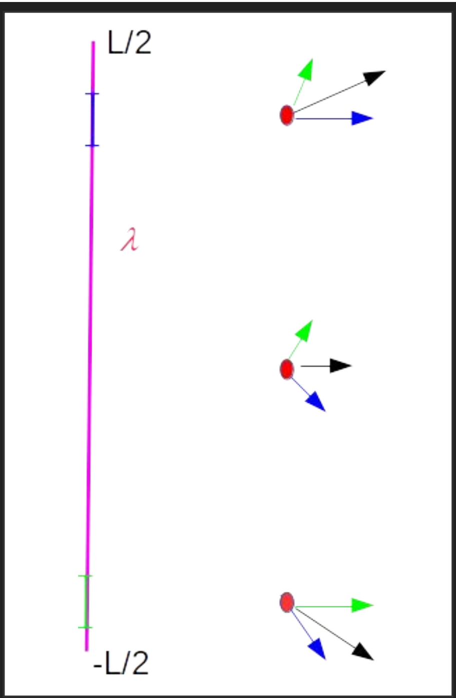
$$\vec{r}_Q = r\hat{r}$$

$$\vec{r}_P = r\hat{r}$$

Los ejercicios 1.5 y 1.6 de la Guía 1 son problemas donde se puede calcular el campo por integración directa. Empecemos por el 1.5:

5. Un hilo muy fino de longitud L está cargado uniformemente con una carga total Q. Calcular el campo eléctrico en todo punto del espacio.

Mapeamos el campo eléctrico. Para ello tomamos dos diferenciales de longitud simétricos representativos. Vemos que en ningún caso se genera campo eléctrico perpendicular al plano de la hoja que incluye el hilo. También vemos que en plano que corta el hilo a la mitad, las componentes paralelo al hilo se anulan.



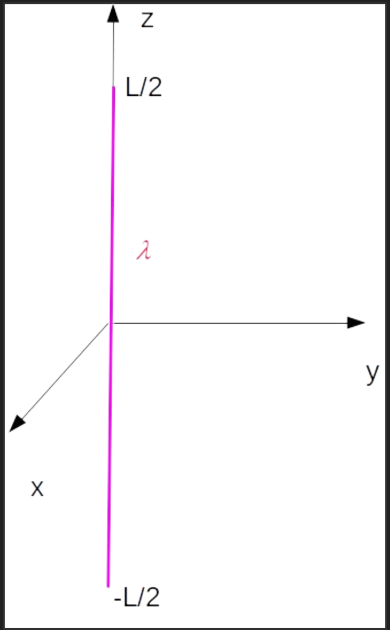
Los ejercicios 1.5 y 1.6 de la Guía 1 son problemas donde se puede calcular el campo por integración directa. Empecemos por el 1.5:

5. Un hilo muy fino de longitud L está cargado uniformemente con una carga total Q. Calcular el campo eléctrico en todo punto del espacio.

De lo visto anteriormente y dado que el campo va a reflejar la simetría de la distribución de la carga, podemos presumir que el campo tendrá simetría cilíndrica. Por los tanto convendría elegir un sistema de ejes que refleje esa simetría. Una manera de hacerlo es hacer que el eje z coincida con el hilo. Otra simetría que se puede explota es el plano que divide al hilo a la mitad.

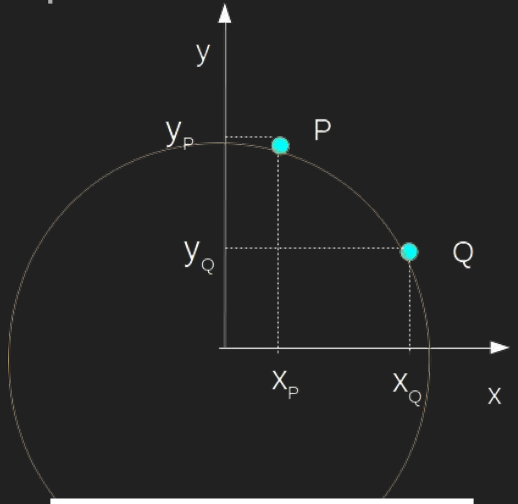
Los ejercicios 1.5 y 1.6 de la Guía 1 son problemas donde se puede calcular el campo por integración directa.

5. Un hilo muy fino de longitud L está cargado uniformemente con una carga total Q. Calcular el campo eléctrico en todo punto del espacio.



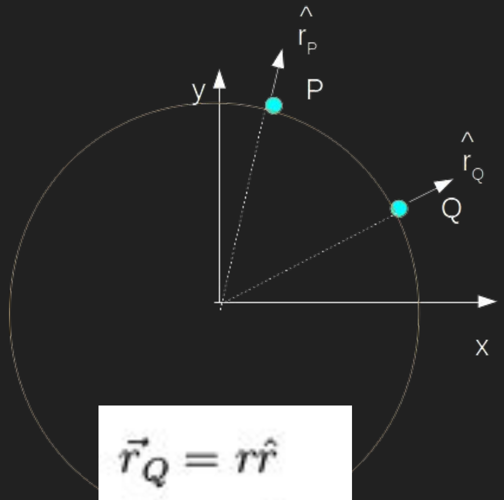
Versores ‘fijos’ vs. Versores ‘móviles’

Supongamos los puntos P y Q sobre una circunferencia de radio *r*. Podemos expresar sus coordenadas en polares o en cartesianas.



$$\vec{r}_Q = x_Q\hat{x} + y_Q\hat{y}$$

$$\vec{r}_P = x_P\hat{x} + y_P\hat{y}$$

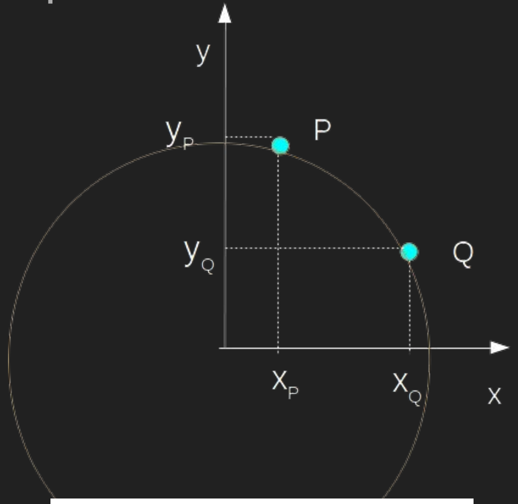


$$\vec{r}_Q = r\hat{r}$$

$$\vec{r}_P = r\hat{r}$$

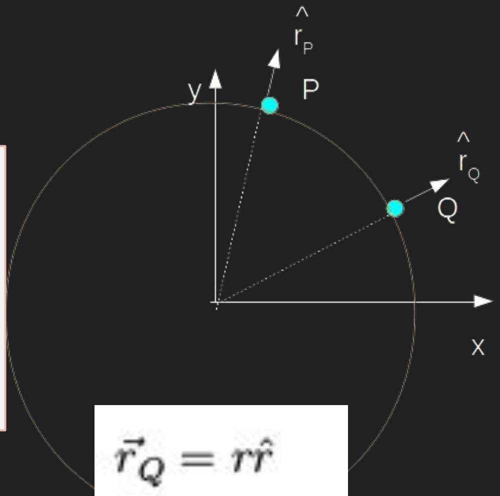
Versores ‘fijos’ vs. Versores ‘móviles’

Supongamos los puntos P y Q sobre una circunferencia de radio *r*. Podemos expresar sus coordenadas en polares o en cartesianas.



$$\vec{r}_Q = x_Q\hat{x} + y_Q\hat{y}$$
$$\vec{r}_P = x_P\hat{x} + y_P\hat{y}$$

Podemos ver que en polares si bien ambas posiciones se expresan de la misma manera los versores radiales dependel punto



$$\vec{r}_Q = r\hat{r}$$
$$\vec{r}_P = r\hat{r}$$

Hagamos cuentas...

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_C \frac{k\lambda' dl'}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}(\vec{r} - \vec{r'})$$

$$\vec{r'} = z'\hat{z} \quad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = r\hat{r} + z\hat{z}\, o\, r cos\phi\hat{x} + r sin\phi\hat{y} + z\hat{z}$$

$$dl' = dz'$$

$$\lambda' = \lambda_0 = \frac{Q}{L}$$

Hagamos cuentas...

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_C \frac{k\lambda' dl'}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3}(\vec{r}-\vec{r'})$$

$$\vec{r'} = z'\hat{z} \quad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = r\hat{r} + z\hat{z}\, o\, r cos\phi\hat{x} + r sin\phi\hat{y} + z\hat{z}$$

$$dl' = dz'$$

$$\lambda' = \lambda_0 = \frac{Q}{L}$$

$$|\vec{r}-\vec{r'}|^3 = |r\hat{r} + (z-z')\hat{z}|^3 = (\sqrt{r^2 + (z-z')^2})^3$$

Hagamos cuentas...

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_C \frac{k\lambda' dl'}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3}(\vec{r}-\vec{r'})$$

$$\vec{r'} = z'\hat{z} \quad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = r\hat{r} + z\hat{z}\, o\, r cos\phi\hat{x} + r sin\phi\hat{y} + z\hat{z}$$

$$dl' = dz'$$

$$\lambda' = \lambda_0 = \frac{Q}{L}$$

$$|\vec{r}-\vec{r'}|^3 = |r\hat{r} + (z-z')\hat{z}|^3 = (\sqrt{r^2 + (z-z')^2})^3$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda_0 dz'}{(\sqrt{r^2+(z-z')^2})^3}(r\hat{r} + (z-z')\hat{z})$$

Hagamos cuentas...

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_C \frac{k\lambda' dl'}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}(\vec{r} - \vec{r'})$$

$$\vec{r'} = z'\hat{z} \quad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = r\hat{r} + z\hat{z}\, o\, r cos\phi\hat{x} + r sin\phi\hat{y} + z\hat{z}$$

$$dl' = dz'$$

$$\lambda' = \lambda_0 = \frac{Q}{L}$$

$$|\vec{r} - \vec{r'}|^3 = |r\hat{r} + (z - z')\hat{z}|^3 = (\sqrt{r^2 + (z - z')^2})^3$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda_0 dz'}{(\sqrt{r^2 + (z - z')^2})^3}(r\hat{r} + (z - z')\hat{z})$$

Sólo hay que integrar en la coordenada z’

$$\vec{E}(\vec{r}) = \hat{r}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{k\lambda_0 dz' r}{(\sqrt{r^2+(z-z')^2})^3} + \hat{z}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{k\lambda_0 dz'(z-z')}{(\sqrt{r^2+(z-z')^2})^3}$$

El versor puede salir de la integral porque no se está integrando en función del ángulo.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \hat{r}\int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda_0 dz' r}{(\sqrt{r^2+(z-z')^2})^3} + \hat{z}\int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda_0 dz'(z-z')}{(\sqrt{r^2+(z-z')^2})^3}$$

El versor puede salir de la integral porque no se está integrando en función del ángulo.

De tablas….

$$\int \frac{dz'}{(r^2+(z-z')^2)^{3/2}} = \frac{z-z'}{r^2\sqrt{r^2+(z-z')^2}}$$

$$\int \frac{(z-z')dz'}{(r^2+(z-z')^2)^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt{r^2+(z-z')^2}}$$

$$E_r(\vec{r}) = k\lambda_0\left(\frac{r(z-L/2)}{r^2\sqrt{r^2+(z-L/2)^2}} - \frac{r(z+L/2)}{r^2\sqrt{r^2+(z+L/2)^2}}\right)$$

$$E_z(\vec{r}) = k\lambda_0\left(\frac{1}{\sqrt{r^2+(z-L/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2+(z+L/2)^2}}\right)$$

Veamos algunos puntos...

Esperamos que en z=0, E_z=0 y que E_r no sea nulo.

En z=L o z=-L y r=0, el campo debería dar de igual módulo y E_r=0