

Clase 01

lunes, 1 de febrero de 2021

- Suscribirse a la página web:

<https://materias.df.uba.ar/f3a2021v/>

- Exámenes:

Primer Parcial	26/02
Segundo Parcial	17/03
Primer Recuperatorio	22/03
Segundo Recuperatorio	26/03

- Programa de la materia:

1. Electrostática en el vacío.
2. Electrostática en medios materiales.
3. Corriente eléctrica. Circuitos CC.
4. Magnetostática.
5. Inducción electromagnética.
6. Circuitos CA.

} 1er parcial

} 2do parcial

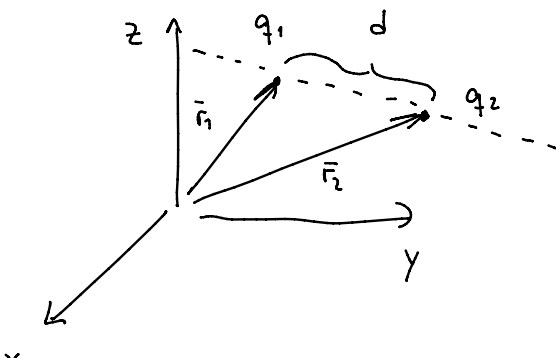
1. ELECTROSTÁTICA EN EL VACÍO

1.1. Carga eléctrica

q $\begin{cases} \nearrow \text{positiva o negativa} \\ \searrow ne, n \in \mathbb{N}, e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C} \end{cases}$

1.2. Interacción entre cargas puntuales

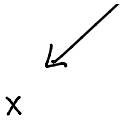
1.2.1. Ley de Coulomb



- $\vec{F}$ actúa en la línea que une q_1 con q_2

- $\vec{F} :$ $\begin{cases} \text{atractiva si } \text{sgn}(q_1) \neq \text{sgn}(q_2) \\ \text{repulsiva si } \text{sgn}(q_1) = \text{sgn}(q_2) \end{cases}$

- $|\vec{F}| \sim \frac{1}{r^2}$



1

$$\bullet |\vec{F}| \sim \frac{1}{d^2}$$

$$\vec{F}_{12} = K_e q_1 q_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (\text{Ley de Coulomb})$$

• K_e es una constante que se determina experimentalmente. En el SI tiene unidades de $\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$. Es común escribir K_e en términos de ϵ_0 (permitividad del vacío). $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{C}^2/(\text{Nm}^2)$

1.2.2. Principio de superposición

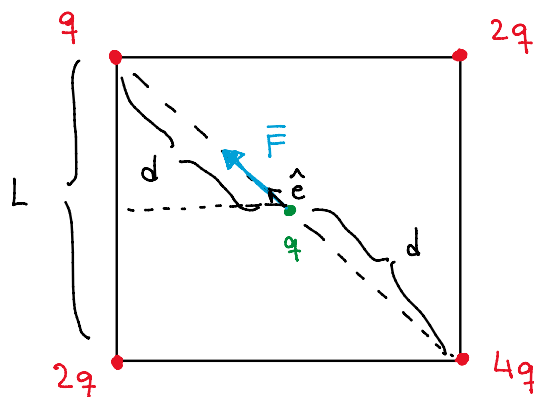
Si tenemos n cargas puntuales $q_1, \dots, q_n$, la fuerza total

$\vec{F}_1$ sobre q_1 debida a la presencia de $q_2, \dots, q_n$ está dada por:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n}$$

↖ asociado a la linealidad de
las leyes de Maxwell

Ejemplo (P01E03):



$$\vec{F} = \frac{3 K_e q^2}{d^2} \hat{e}$$

$$d = L/\sqrt{2}$$

1.2.3. Campo eléctrico

Si en el ejemplo anterior la carga del centro hubiera sido q' , habríamos encontrado que:

$$\frac{\bar{F}'}{q'} = \frac{\bar{F}}{q} \rightarrow \text{campo eléctrico } \bar{E}(\bar{r})$$

$\bar{F} = q_0 \bar{E} \rightarrow$ fuerza que actúa sobre una carga de valor q_0 en presencia de una distribución de cargas que generan un campo eléctrico $\bar{E}$.

Ejemplo: en el ejemplo anterior, el campo eléctrico generado por las cuatro cargas rojas en el centro del cuadrado es

$$\bar{E}_{\text{centro}} = \frac{3K_e q}{d^2} \hat{e}$$

↓
es la suma de los campos eléctricos individuales que generan las cargas en los vértices del cuadrado

↓
rate superposición para el campo eléctrico

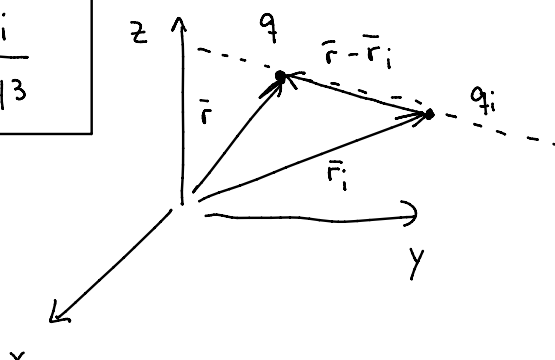
$$\bar{E}(\bar{r}) = \bar{E}_1(\bar{r}) + \bar{E}_2(\bar{r}) + \dots + \bar{E}_n(\bar{r})$$

↙
campo total generado por la distribución $q_1, \dots, q_n$

↑
campo generado por carga q_1

campo total generado por carga q_i
por la distribución $q_1, \dots, q_n$

¿cuál es el campo eléctrico $\vec{E}_i(\vec{r})$ que genera una
carga puntual q_i ubicada en $\vec{r}_i$?

$$\vec{E}_i(\vec{r}) = k_e q_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$


1.3. Distribuciones continuas de carga

Campo eléctrico generado por n cargas q_i ubicadas en
posiciones $\vec{r}_i$ es

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n k_e q_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

En muchas situaciones, es relevante considerar distribuciones
continuas de carga (una barra de vidrio cargada por fricción,
capacitores, un generador de Van der Graaf, etc.).



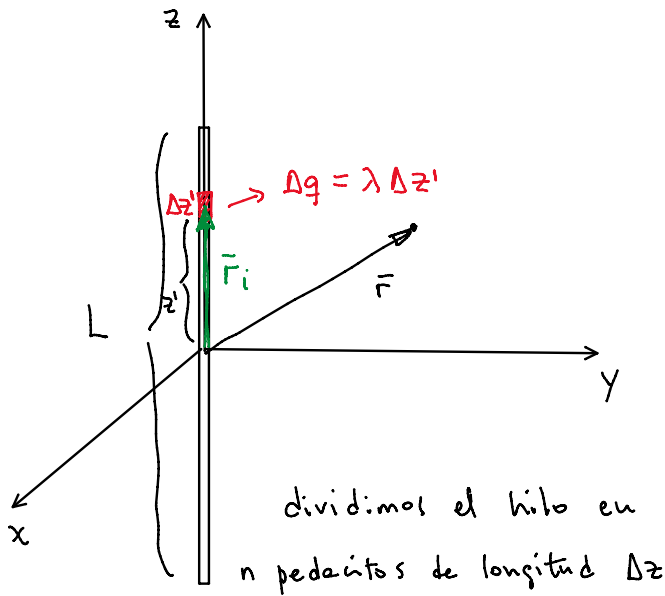
$$\Delta q(\vec{r}) = \rho(\vec{r})$$



$$\frac{\Delta q(\vec{r})}{\Delta V} = \rho(\vec{r})$$

↑ densidad de carga

Ejemplo (POLEOS):



$$\lambda \equiv \frac{Q}{L} \quad (\text{densidad lineal de carga})$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n K_e \Delta q_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

punto de observación punto fuente

$$\vec{r}_i = z' \hat{e}_z$$

Δq_i : carga contenida en el hilo entre z' y $z' + \Delta z'$

$$\Delta q_i = \lambda \Delta z'$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n K_e \lambda \Delta z' \cdot \frac{\vec{r} - z' \hat{e}_z}{|\vec{r} - z' \hat{e}_z|^3}$$

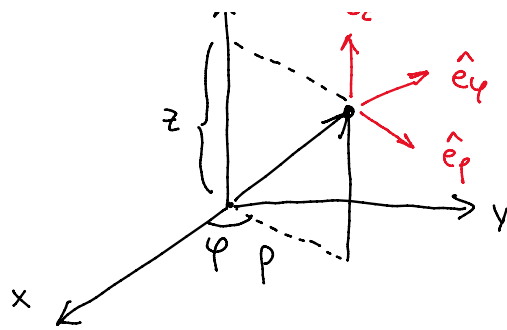
Tomando límite $n \rightarrow \infty$ ($\Delta z' \rightarrow 0$):

$$\vec{E}(\vec{r}) \rightarrow \int_{-L/2}^{L/2} dz' K_e \lambda \cdot \frac{\vec{r} - z' \hat{e}_z}{|\vec{r} - z' \hat{e}_z|^3}$$

~ ~ ~ 0 ~ ~ ~

Para comenzar a familiarizarnos con distintos sistemas de coordenadas utilizaremos coordenadas cilíndricas





ρ, φ, z

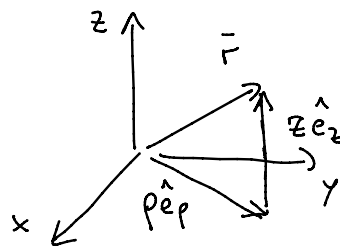
$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{y}{x}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = E_\rho(\rho, \varphi, z) \hat{e}_\rho + E_\varphi(\rho, \varphi, z) \hat{e}_\varphi + E_z(\rho, \varphi, z) \hat{e}_z$$

~~~~~ o ~~~~~

$$\vec{r} = \rho \hat{e}_\rho + z \hat{e}_z$$



$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{E}(\rho, \varphi, z) = K_e \lambda \int_{-L/2}^{L/2} dz' \frac{\rho \hat{e}_\rho + z \hat{e}_z - z' \hat{e}_z}{|\rho \hat{e}_\rho + z \hat{e}_z - z' \hat{e}_z|^3} =$$

$$= K_e \lambda \int_{-L/2}^{L/2} dz' \frac{\rho \hat{e}_\rho + (z - z') \hat{e}_z}{|\rho \hat{e}_\rho + (z - z') \hat{e}_z|^3} \rightarrow E_\varphi(\rho, \varphi, z) = 0$$

$$E_\rho(\rho, \varphi, z) = K_e \lambda \int_{-L/2}^{L/2} dz' \frac{\rho}{[\rho^2 + (z - z')^2]^{3/2}} =$$

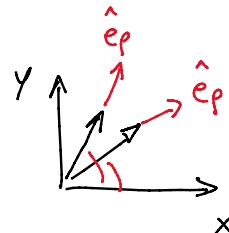
$$= \frac{K_e \lambda}{\rho} \left[ \frac{L - 2z}{\sqrt{(L - 2z)^2 + 4\rho^2}} + \frac{L + 2z}{\sqrt{(L + 2z)^2 + 4\rho^2}} \right]$$

$$E_z(\rho, \varphi, z) = K_e \lambda \int_{-L/2}^{L/2} dz' \frac{z - z'}{[\rho^2 + (z - z')^2]^{3/2}} =$$

$$= 2k_e \lambda \left[ \frac{1}{\sqrt{(L-2z)^2 + 4\rho^2}} - \frac{1}{\sqrt{(L+2z)^2 + 4\rho^2}} \right]$$

$$\vec{E}(\rho, \varphi, z) = E_\rho(\rho, \varphi, z) \hat{e}_\rho + E_z(\rho, \varphi, z) \hat{e}_z$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{no depende de } \varphi \text{ (asociado a simetría de rotación alrededor del eje } z)}$



$\hat{e}_\rho(\varphi) = \cos\varphi \hat{e}_x + \sin\varphi \hat{e}_y$

¿límite  $L \rightarrow \infty$ ?

$$E_\rho(\rho, \varphi, z) \xrightarrow{(L \rightarrow \infty)} \frac{2k_e \lambda}{\rho}$$

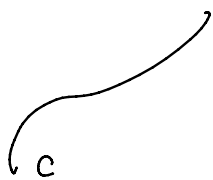
$$E_z(\rho, \varphi, z) \xrightarrow{(L \rightarrow \infty)} 0$$

$$\vec{E}(\rho, \varphi, z) = \frac{2k_e \lambda}{\rho} \hat{e}_\rho$$

desaparece la componente  $E_z$   
 y  $\frac{\partial E_\rho}{\partial z} = 0$ .

### 1.3.1. Campo eléctrico generado por distribuciones continuas de carga

- Densidad de carga lineal



Carga en:

$$C = \{ (x, y, z) : x = x(s), y = y(s), z = z(s), s \in I \subset \mathbb{R} \}$$

$\lambda(s) \rightarrow$  densidad de carga lineal

$$\vec{E}(\vec{r}) = k_e \int_C dl'(s) \lambda(s) \frac{\vec{r} - \vec{r}'(s)}{|\vec{r} - \vec{r}'(s)|^3}$$

$$= k_e \int_C dl'(s) \lambda(s) \hat{e}_r = \int_C dl'(s) \lambda(s) \hat{e}_r$$

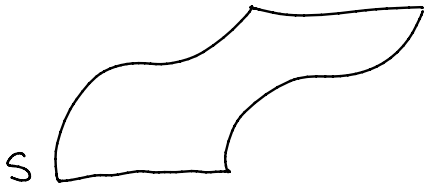
C

r = r(s)

$$\vec{r}'(s) = x(s)\hat{e}_x + y(s)\hat{e}_y + z(s)\hat{e}_z$$

- Densidad de carga superficial

Carga distribuida en:

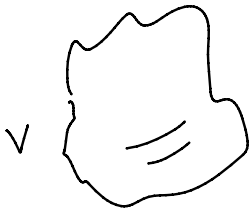


$$S = \{(x, y, z) : x = x(u, v), y = y(u, v), z = z(u, v), \\ \text{con } (u, v) \in U \subseteq \mathbb{R}^2\}$$

 $\sigma(u, v)$ : densidad de carga superficial

$$\vec{E}(\vec{r}) = k_e \int_S dS(u, v) \sigma(u, v) \frac{\vec{r} - \vec{r}'(u, v)}{|\vec{r} - \vec{r}'(u, v)|^3}$$

- Densidad de carga volumétrica



Carga distribuida en volumen:

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = x(u, v, w), y = y(u, v, w), z = z(u, v, w), \\ (u, v, w) \in U \subseteq \mathbb{R}^3\}$$

$$\text{Ejemplo: descripción de una esfera} \left\{ \begin{array}{ll} x = r \cos \varphi \sin \theta & r \in [0, R] \\ y = r \sin \varphi \sin \theta & \varphi \in [0, 2\pi] \\ z = r \cos \theta & \theta \in [0, \pi] \end{array} \right.$$

 $\rho(u, v, w)$ : densidad de carga por unidad de volumen

$$\vec{r}'(u, v, w) = x(u, v, w)\hat{e}_x + y(u, v, w)\hat{e}_y + z(u, v, w)\hat{e}_z$$

$$\bar{E}(\bar{r}) = k_e \int_V dV(u, v, w) \rho(u, v, w) \frac{\bar{r} - \bar{r}'(u, v, w)}{|\bar{r} - \bar{r}'(u, v, w)|^3}$$