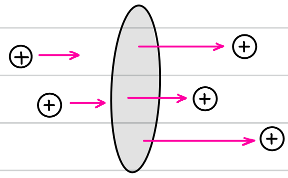
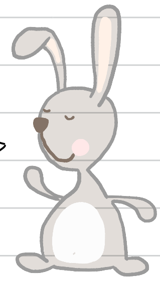
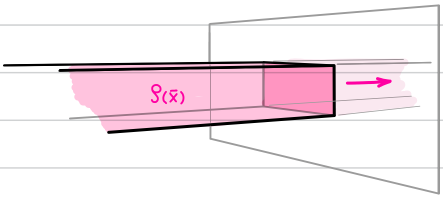
CORRIENTE

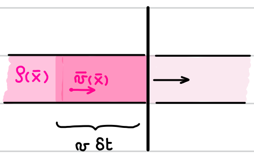


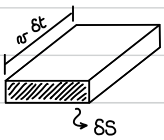
Definimos la corriente eléctrica como el flujo de carga a través de una superficie





¿Cuál es la carga que atraviesa un diferencial de superficie δS en un diferencial de tiempo δt?





$$\rightarrow \delta Q = \underbrace{v\,\delta t\,\delta S}_{Vol}\,\rho$$

$$\frac{\delta Q}{\delta t} = v\,\rho\,\delta S$$

flujo de carga a través de una superficie δS ⇒ corriente!

corriente $\quad \delta i = \dfrac{\delta Q}{\delta t} = \rho\, v\, \delta S$

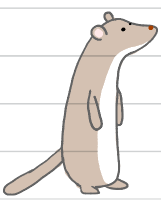
densidad de corriente $\quad j \equiv \dfrac{\delta i}{\delta S} = \rho\, v$

En un lenguaje más vectorial

$$\vec{j}(\bar{x}) = \rho(\bar{x})\,\bar{v}(\bar{x})$$

$$i = \int \vec{j}(\bar{x})\, d\vec{S}$$

convención: La dirección de la corriente es la misma que la del flujo de carga positiva

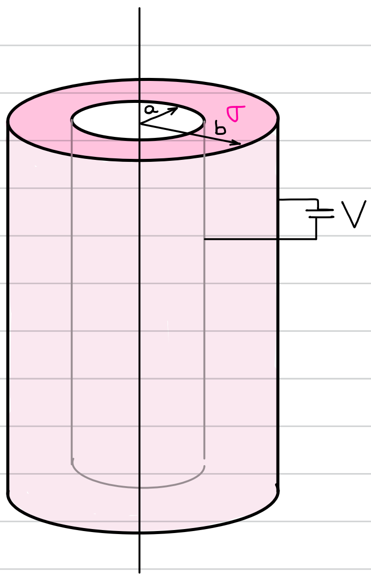


LEY DE OHM

El flujo de corriente en materia neutra obedece, en una gran cantidad de casos la ley de Ohm

$$\vec{J} = \underbrace{\sigma}_{\text{conductividad del medio}} \bar{E}$$

42 Una sustancia de conductividad σ llena el espacio entre dos conductores cilíndricos coaxiales de radios a y b. Los conductores están conectados a una batería de tensión V. Encuentre el vector densidad de corriente y determine la resistencia entre los electrodos.



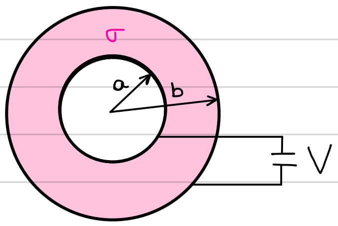
$$\vec{J} = \sigma \bar{E}$$

El campo $\bar{E}$ generado puede encontrarlo a partir del potencial. Despreciando efectos de borde

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\Phi}{dr}\right) = 0$$

$$r\frac{d\Phi}{dr} = A$$

$$\Phi(r) = A\ln(r) + B$$



En el interior

$$\Phi(b) - \Phi(a) = V$$

$$A\ln\left(\frac{b}{a}\right) = V \Rightarrow A = \frac{V}{\ln(b/a)}$$

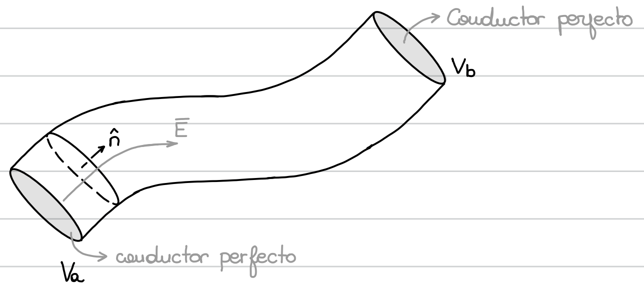
tomo $B = 0$

$$\Rightarrow \Phi(r) = V\frac{\ln(r)}{\ln(b/a)}$$

$$\bar{E}(\bar{r}) = E(r)\hat{r} = \frac{V}{\ln(b/a)}\frac{1}{r}\hat{r}$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{J} = \frac{V\sigma}{\ln(b/a)}\frac{1}{r}\hat{r}}$$

Resistencia eléctrica



$$\begin{cases} V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{\ell} = E\ell \\ \vec{j} = \sigma \vec{E} \end{cases}$$

$$\delta i = \vec{j}\,\hat{n}\, dS = \sigma \vec{E}\,\hat{n}\, d\vec{S} = \sigma \frac{\Delta V}{\ell} dS$$

$$\Rightarrow \quad i = \frac{\sigma A}{\ell} \Delta V$$

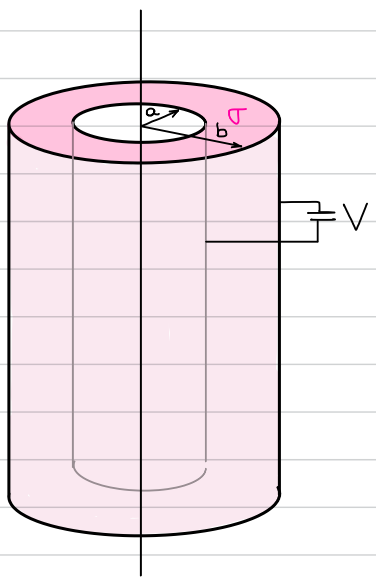
$$\boxed{\Delta V = \underbrace{\frac{\ell}{\sigma A}}_{\equiv R \,:\, \text{resistencia}} i}$$

Más en general

$$R = \frac{\int_A^B d\vec{\ell}\cdot\vec{E}}{\int \vec{j}\, d\vec{S}} = \frac{1}{\sigma} \frac{\int_A^B d\vec{\ell}\cdot\vec{E}}{\int \vec{E}\, d\vec{S}}$$

$\frac{1}{\sigma}$ → resistividad del medio

42 Una sustancia de conductividad σ llena el espacio entre dos conductores cilíndricos coaxiales de radios a y b. Los conductores están conectados a una batería de tensión V. Encuentre el vector densidad de corriente y determine la resistencia entre los electrodos.



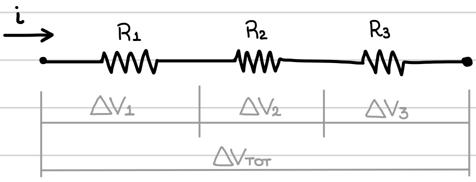
$$\boxed{\Rightarrow \quad \vec{j} = \frac{V\sigma}{\ln(b/a)} \frac{1}{r} \hat{r}}$$

$$i = \int \vec{j}\, d\vec{S} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^L dz \; r \frac{V\sigma}{\ln(b/a)} \frac{1}{r} \hat{r}\cdot\hat{r} = 2\pi L \frac{V\sigma}{\ln(b/a)}$$

$$\Delta V = R\, i$$

$$R = \frac{i}{V} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \frac{2\pi L\sigma}{\ln(b/a)}}$$

RESISTENCIAS EN SERIE

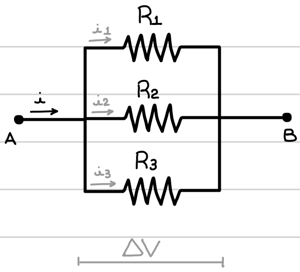


· La corriente que circula es la misma en todo el circuito

$$\Delta V_{TOT} = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3$$
$$= iR_1 + iR_2 + iR_3$$
$$= i(R_1 + R_2 + R_3)$$
$$\Delta V_{TOT} = i R_{eq} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$\boxed{R_{eq} = \sum_{j=1}^{N} R_j}$$

RESISTENCIAS EN PARALELO

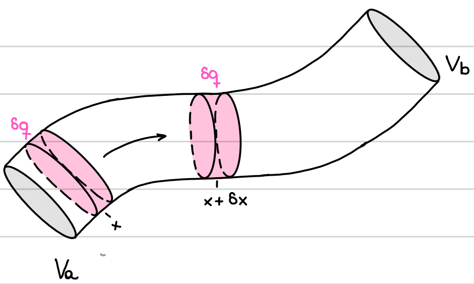


La diferencia de potencial es $\Delta V = V_B - V_A$ para todas las resistencias

$$i_{TOT} = i_1 + i_2 + i_3$$
$$= \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} + \frac{\Delta V}{R_3}$$
$$= \Delta V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$
$$i_{TOT} = \frac{\Delta V}{R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{R_j}}$$

POTENCIA DISIPADA



$$\delta W = \delta q\, \delta V$$
$$\frac{\delta W}{\delta t} = \frac{\delta q}{\delta t}\left(V(x+\delta x) - V(x)\right)$$
$$\frac{dW}{dt} = i\,\Delta V$$

FUERZA ELECTROMOTRIZ

$$\vec{f} = \vec{f}_{fuente} + \vec{E}$$

El efecto neto a lo largo del circuito es

$$\oint \vec{f}\, d\vec{l} = \oint \vec{f}_{fuente}\, d\vec{l} + \cancelto{=0}{\oint \vec{E}\, d\vec{l}}$$

$$\boxed{\mathcal{E} = \oint \vec{f}\, d\vec{l} = \oint \vec{f}_{fuente}\, d\vec{l}}$$

fuerza electromotriz

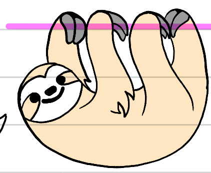
sobre un circuito cerrado completo

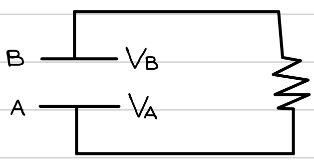
integral de una fuerza por unidad de carga

Si la fuente es ideal la fuerza neta sobre las cargas es nula (v es constante, el conductor está en equilibrio)

$$\Rightarrow \vec{f}_{fuente} = -\vec{E}$$

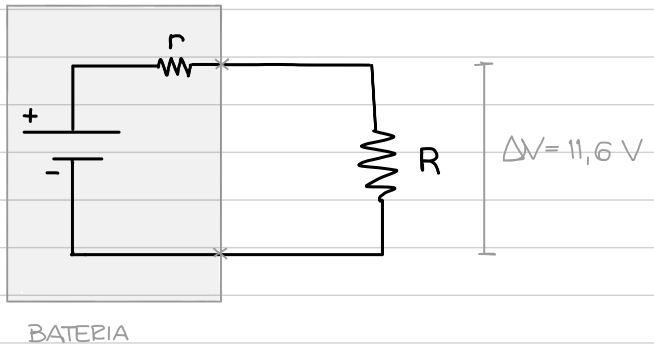
Observación: no son la misma cosa sino que toman el mismo valor!





$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{l} = \int_A^B \vec{f}_{fuente}\, d\vec{l} = \oint \vec{f}_{fuente}\, d\vec{l} = \mathcal{E}$$

43 Una batería tiene una fem de $15V$. Cuando entrega $20W$ de potencia a un resistor de carga externo R, el voltaje entre las terminales de la batería es de $11{,}6V$. Determinar los valores de R y de la resistencia interna de la batería.



$\mathcal{E}_{fuente} = 15V$

$$\mathcal{E} = ir + iR$$
$$\Delta V = iR$$
$$P = i^2 R$$

$15V = ir + iR$

$11{,}6V = iR$

$20W = i^2R = i\ 11{,}6V \rightarrow i = \frac{20}{11{,}6}\ A$

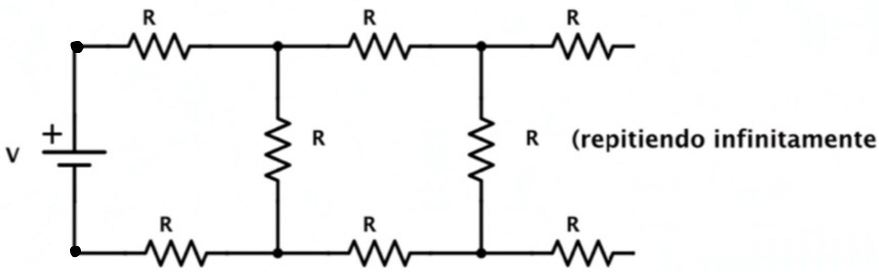
$11{,}6V = \frac{20}{11{,}6} A\, R$

$\rightarrow \boxed{R = \frac{(11{,}6)^2}{20}\Omega = 6{,}728\Omega}$

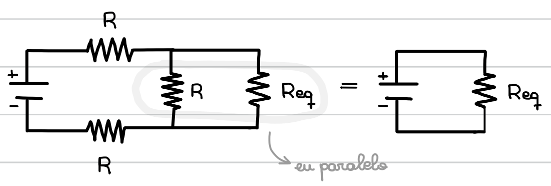
$3{,}4V = \frac{20}{11{,}6} A\, r$

$\Rightarrow \boxed{r = 1{,}972\Omega}$

44 Calcular la resistencia equivalente vista desde la fuente en el siguiente circuito:



Sea R_{eq} la resistencia que ve la fuente, agregar un cuadradito más no debe modificarla, puesto que la tira de resistencias es infinita



$$\Rightarrow \quad R'_{eq} = 2R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_{eq}}\right)^{-1} = R_{eq}$$

$$2R + \left(\frac{R_{eq} + R}{R\,R_{eq}}\right)^{-1} = R_{eq}$$

$$2R + \frac{R\,R_{eq}}{R_{eq} + R} = R_{eq}$$

$$2R(R_{eq} + R) + \cancel{R R_{eq}} = R_{eq}(\cancel{R} + R_{eq})$$

$$R_{eq}^2 - 2RR_{eq} - 2R^2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad R_{eq} = \frac{2R \pm \sqrt{4R^2 + 4 \cdot 2\,R^2}}{2}$$

$$R_{eq} = R \pm \sqrt{3}\,R$$

$$\boxed{R_{eq} = (1 + \sqrt{3})R}$$