Física 3: Electricidad y Magnetismo

Pablo Dmitruk

Clase 11

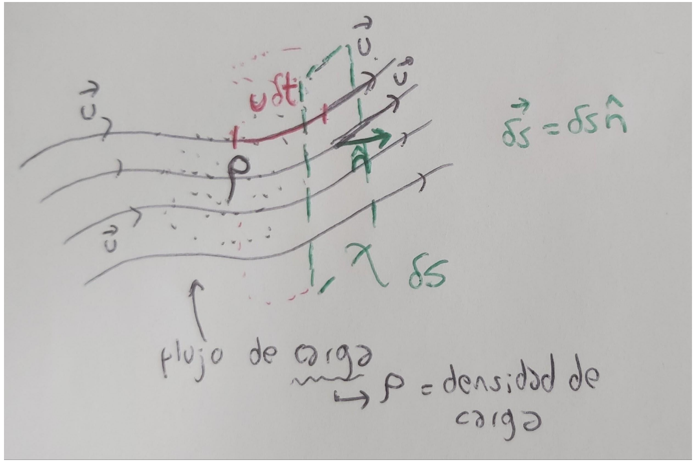
Corriente eléctrica

Volvemos a los conductores, y vamos a considerar el movimiento de las cargas (electrones), que ocurre en el material (metal por ejemplo) en la red cristalina (formada por los iones positivos que quedaron de los átomos que perdieron sus electrones).

Los electrones se mueven en forma desordenada, si no actúa ningún campo externo podemos suponer que en cada punto del material la velocidad promedio de los electrones será 0, $<\overrightarrow{\mathbf{v}}>=\overrightarrow{\mathbf{u}}=0$

Si hay un campo eléctrico actuando, puede haber una velocidad media neta (se la suele llamar la "*velocidad de deriva*") de los electrones distinta de 0 y va a depender del punto y del instante de tiempo que estoy mirando, $\overrightarrow{\mathbf{u}}=\overrightarrow{\mathbf{u}}(\overrightarrow{\mathbf{r}},t)$

Es como el campo de velocidades de un fluido. Podemos dibujar líneas de ese campo de velocidades, que se llaman *líneas de corriente.*



Cuánta carga atraviesa un elemento de superficie δS en un tiempo δt ?

→ La que está contenida en un volumen $u\,\delta t\,\delta S$

→ La carga que atraviesa δS por unidad de tiempo es:

$$\frac{\rho\, u\, \delta t\, \delta S}{\delta t} = \rho\, u\, \delta S$$

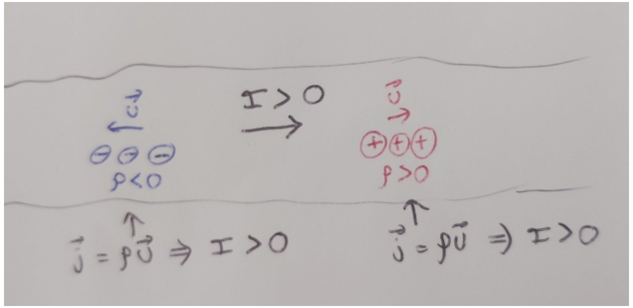
Si la velocidad forma un ángulo con el diferencial de superficie, entonces será $\rho\, \overrightarrow{\mathbf{u}} \cdot \overrightarrow{\delta S}$

Llamamos *densidad de corriente* al vector $\overrightarrow{\mathbf{j}} = \rho \overrightarrow{u}$ que nos indica la cantidad de carga por unidad de tiempo por unidad de superficie que atraviesa un elemento de superficie.

Y llamamos *corriente* $I = \int_S \overrightarrow{\mathbf{j}} \cdot \overrightarrow{\delta S}$ a la cantidad de carga por unidad de tiempo que atraviesa una superficie dada S.

Notemos que el signo de la corriente dependerá del signo de la densidad de carga (en general negativa ya que los que se mueven son los electrones) y del signo de la velocidad.

Por ejemplo, electrones moviéndose hacia la izquierda dan el mismo signo a la corriente que iones positivos moviéndose hacia la derecha.



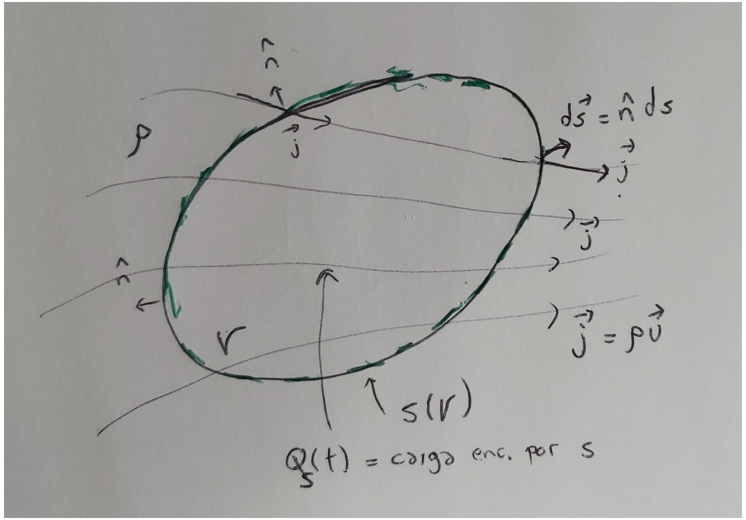
Unidades:

$$[I] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{C}{s} = A \ \ (\text{Ampere})$$

André-Marie Ampère

Recordando que 1 Coulomb representa la carga de $\approx 10^{19}$ electrones entonces 1 Ampere corresponde a $\approx 10^{19}$ electrones pasando por una superficie en 1 segundo.

Conservación de la carga



Tomemos alguna superficie cerrada cualquiera en alguna región del espacio.
Por definición de la densidad de corriente, sabemos que si $Q_S(t)$ es la carga total encerrada por S en algún instante de tiempo t, entonces:

$$\frac{dQ_S}{dt} = -\oint_S \vec{\mathbf{j}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{dS}}$$

que expresa el balance de carga en el volumen encerrado por S

Usando $\frac{dQ_S}{dt} = \int_{\mathcal{V}(\mathcal{S})} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathcal{V}$ y $\oint_S \vec{\mathbf{j}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{dS}} = \int_{\mathcal{V}(\mathcal{S})} \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{j}}\, d\mathcal{V} \Rightarrow \int_{\mathcal{V}(\mathcal{S})} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathcal{V} = -\int_{\mathcal{V}(\mathcal{S})} \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{j}}\, d\mathcal{V}\ ,\ \forall\, \mathcal{V}(\mathcal{S})$

$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{j}}$ que expresa el balance de carga en forma local.

Vamos a considerar en esta parte *corrientes estacionarias*, no se acumula carga en ningún punto,

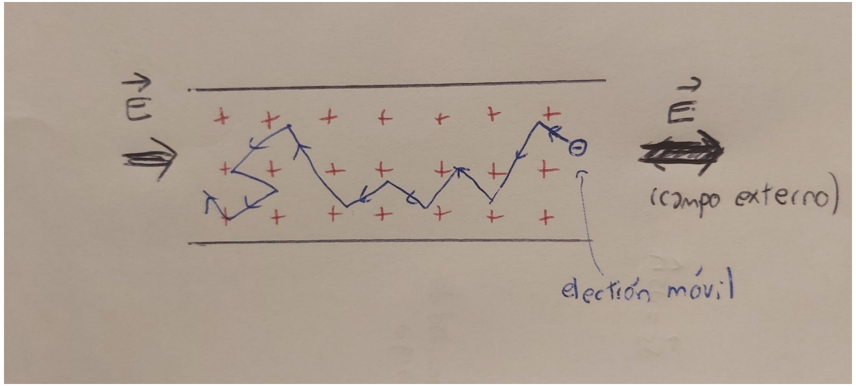
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{j}} = 0$$

Esto significa que si consideramos un tubo de corriente (un cable conductor por ej.), la corriente $I = \int_{Seccion} \vec{\mathbf{j}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{dS}}$ es constante a través de cualquier sección del cable.

Modelo de conducción de corriente: Ley de Ohm

Georg Simon Ohm

Si no hay un campo externo aplicado, los electrones se van a mover desordenadamente, con la *velocidad térmica* (en realidad con la velocidad de Fermi, pero eso es cuántico), que es muy alta (en un material como el cobre puede ser de $10^4\ m/s$) pero no da un movimiento neto promedio de electrones.



Cuando aplicamos un campo eléctrico, los electrones se van a empezar a mover en dirección opuesta a la del campo, pero van a chocar contra los iones positivos de la red cristalina y se van a ir desviando y recorriendo trayectorias más o menos intrincadas, aunque con un movimiento neto promedio opuesto al campo. Ese movimiento tiene una velocidad promedio que es la velocidad de deriva u.

Vamos a llamar t_c al tiempo medio entre colisiones y $\nu_c = 1/t_c$ a la frecuencia media de colisiones (en cobre por ejemplo este valor es $t_c \approx 10^{-14}\,s$)

La fuerza sobre un electrón debida al campo eléctrico externo será $\vec{\mathbf{F}} = -e\vec{\mathbf{E}}$

La aceleración de ese electrón será entonces $\vec{\mathbf{a}} = -\dfrac{e\vec{\mathbf{E}}}{m_e}$

Entre choque y choque el electrón adquiere una velocidad $\vec{\mathbf{u}} = -\dfrac{e\vec{\mathbf{E}}}{m_e} t_c = -\dfrac{e}{m_e \nu_c}\vec{\mathbf{E}}$

Si suponemos que en promedio los electrones arrancan con velocidad inicial 0 después de cada choque, entonces esta velocidad que calculamos podemos suponer que es la velocidad promedio de los electrones, es decir, la velocidad de deriva (en cobre por ej., usando la carga y la masa del electrón y el tiempo entre colisiones $10^{-14}s$, para un campo eléctrico de 1V/m nos da $u \approx 5\ 10^{-3} m/s$, más o menos la velocidad de un caracol !) $\longrightarrow$ link para leer sobre la "velocidad de la electricidad"

Calculamos ahora la densidad de corriente que esta deriva produce,

$\vec{\mathbf{j}} = \rho\vec{\mathbf{u}} = -\dfrac{e\,\rho}{m_e \nu_c}\vec{\mathbf{E}} = \dfrac{e^2 n}{m_e \nu_c}\vec{\mathbf{E}}$, donde n es el número de electrones por unidad de volumen y $\rho = -e\,n$

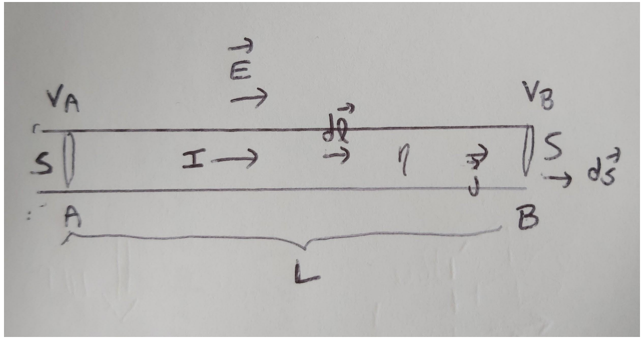
$$\boxed{\vec{\mathbf{j}} = \sigma\vec{\mathbf{E}} \ \text{, con } \ \sigma = \frac{e^2 n}{m_e \nu_c}}$$ la conductividad eléctrica.

Esto se conoce como la *Ley de Ohm local*

Notar que la conductividad aumenta con el num. de portadores, disminuye al aumentar la frecuencia de choques y aumenta al disminuir la masa.
En cobre, usando $n \approx 10^{29}/m^3$ se obtiene $\sigma \approx 10^8\ A\,V^{-1}m^{-1}$(en un aislante la conductividad puede ser 10^{20} veces más chica).

Se define la resistividad $\eta = 1/\sigma$ y la ley de Ohm puede escribirse también como: $\vec{\mathbf{E}} = \eta\, \vec{\mathbf{j}}$

Consideremos un conductor delgado extenso → cable conductor



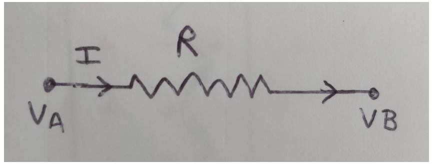
Suponemos una corriente estacionaria $I = \int_S \vec{\mathbf{j}} \cdot \vec{\mathbf{dS}} \approx j\, S = cte$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{dl}} = \int_A^B \eta\, \vec{\mathbf{j}} \cdot \vec{\mathbf{dl}} = \int_A^B \eta \frac{I}{S} dl = I \int_A^B \frac{\eta}{S} dl = I\, R_{AB}$$

con $R_{AB} = \int_A^B \frac{\eta}{S} dl$ la resistencia entre A y B

Esta es la versión más conocida de la Ley de Ohm: $\boxed{\Delta V = I\, R}$ con $\Delta V = V_A - V_B$ y $R = R_{AB}$

Se utiliza la representación



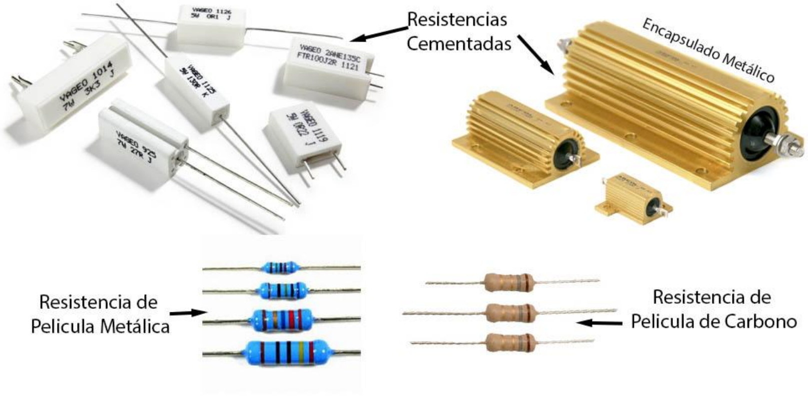
Decimos que la caída de potencial entre A y B es igual al producto de la corriente por la resistencia.

$$\text{Si } \eta = cte \ , \ S = cte \ \Rightarrow R_{AB} = \int_A^B \frac{\eta}{S} dl = \frac{\eta}{S} \int_A^B dl = \frac{\eta}{S} L$$

La resistencia aumenta con la resistividad y con la longitud del cable pero disminuye con la sección.

Unidades: $[R] = \frac{[V]}{[I]} = \frac{V}{A} = \Omega \ \text{(ohm)}$

Para el cobre, a temperatura ambiente, con una conductividad $\sigma = 10^8 \Omega^{-1} m^{-1}$ $(\eta = 10^{-8} \Omega \, m)$ si tenemos un cable de $L = 1 m$ y sección $S = 1 \, mm^2$ nos da $R = 10^{-2} \Omega$, Para un aislante (vidrio o goma con $\eta = 10^{12} \Omega \, m$) con la misma longitud y sección nos daría $R = 10^{18} \Omega$.



Las resistencias comerciales pueden tener valores que van desde 1Ω hasta $10 \, M\Omega$

Tabla: resistividad y coeficientes de temperatura

MATERIAL	RESISTIVIDAD A 20 °C ρ (Ω-m)	COEFICIENTE DE TEMPERATURA α (1/°C)
Plata	1.6×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Cobre	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Aluminio	2.8×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tumgsteno	5.5×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Hierro	10×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Plomo	22×10^{-8}	4.3×10^{-3}
Mercurio	96×10^{-8}	0.9×10^{-3}
Nicrón	100×10^{-8}	0.4×10^{-3}
Carbono	35000×10^{-8}	-0.5×10^{-3}
Germanio	0.45	-48×10^{-3}
Silicio	640	-75×10^{-3}
Madera	10^{8}-10^{14}	-
Vidrio	10^{10}-10^{14}	-
Goma dura	10^{13}-10^{16}	-
Ambar	5×10^{14}	-
Azufre	10^{15}	-

$$\eta = \eta_{20^\circ C} + \eta_{20^\circ C}\alpha(T - 20^\circ C)$$

La resistividad (y por lo tanto la resistencia) también varía con la temperatura, en general aumentándola (los electrones están más desordenados al aumentar la temperatura).

→ si usamos la ley de Ohm $\Delta V = IR$, el aumento de R hará disminuir la corriente I a un mismo voltaje.

Ojo: la corriente no siempre es exclusivamente debida a los electrones

→ <u>en gases o soluciones salinas también hay corriente por iones positivos.</u>

Allí influye mucho la concentración iónica (el n=número de iones por unidad de volumen, que aparece en la conductividad) que además en general aumenta con la temperatura.

→ aire (gas) más caliente conduce más

→ agua de mar, más salada, conduce más que el agua común

→ agua con sal al 3% (solución salina) aumenta su conductividad hasta 1 millón de veces !

Experimentos con agua y electricidad

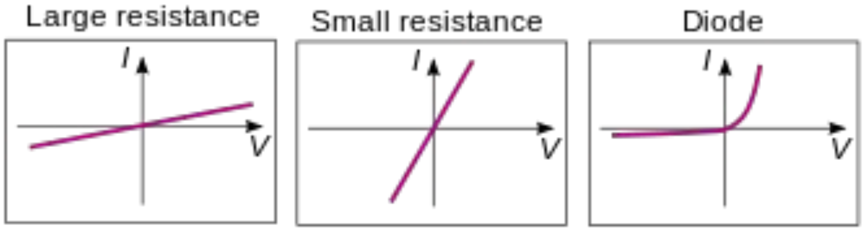
https://www.youtube.com/watch?v=ZojoJPiN3UM

https://www.youtube.com/watch?v=uAYZPI41nhE

https://www.youtube.com/watch?v=8DHbFiIvZWg

La ley de Ohm $\Delta V = IR$ establece una relación lineal entre voltaje y corriente. Sabemos que esto puede depender de la temperatura, ya que R depende de la temperatura, lo cual entonces rompe la linealidad (a menos que nos quedemos a temperatura más o menos fija o que el material no sea muy sensible a la temperatura). También la linealidad puede romperse si aumentamos mucho el voltaje (o sea, el campo eléctrico) y eso afecte al material.

En los circuitos que vamos a ver en esta materia, vamos a suponer siempre elementos lineales, o sea materiales óhmicos, de forma tal que el cociente entre voltaje y corriente se mantiene constante.



→ elemento no-lineal

La pendiente de la recta es 1/R