

Física 3

Guía 4-Medios materiales

Andrea Buccino

Relaciones constitutivas

La magnetización puede ser constante o depender del campo que generan las corrientes libres.

Las corrientes libres y de magnetización son fuentes del campo magnético.

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} = \mu_0 (\vec{J}_M + \vec{J}_L)$$

Se puede definir un campo


$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

Relaciones constitutivas

Se puede definir un campo $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

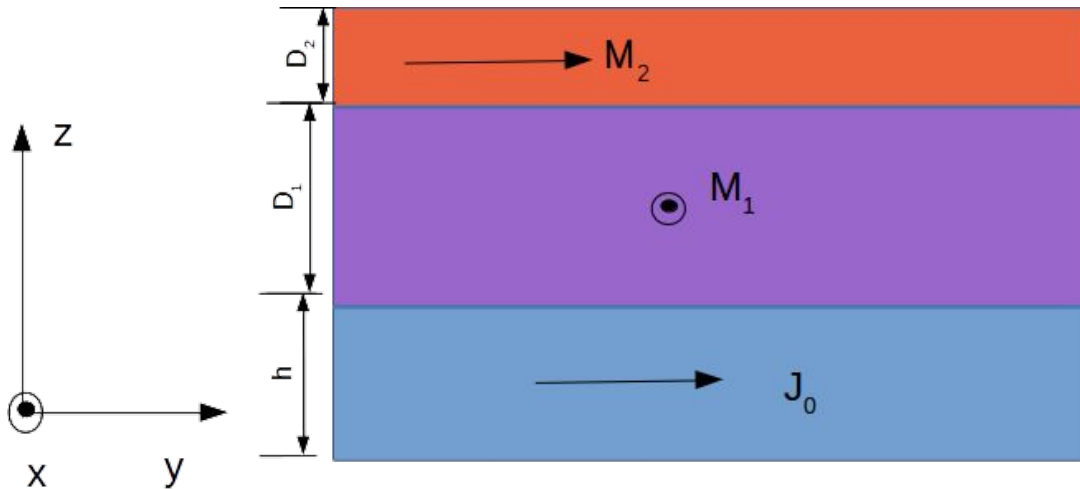
De manera que $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_L$

Resumen

Fuentes					
\vec{H}		\vec{M}		\vec{B}	
Vol	Sup	Vol	Sup	Vol	Sup
\vec{J}_L	\vec{g}_L, I_L	$\nabla \cdot \vec{M}$	$\vec{M} \cdot \hat{n}$	$\vec{J}_L + \vec{J}_M$	$\vec{g}_L + \vec{g}_M, I_L + I_M$
$\nabla \cdot \vec{M}$	$\vec{M} \cdot \hat{n}$	$\nabla \times \vec{M}$	$\vec{M} \times \hat{n}$		

Problema de medios materiales para practicar

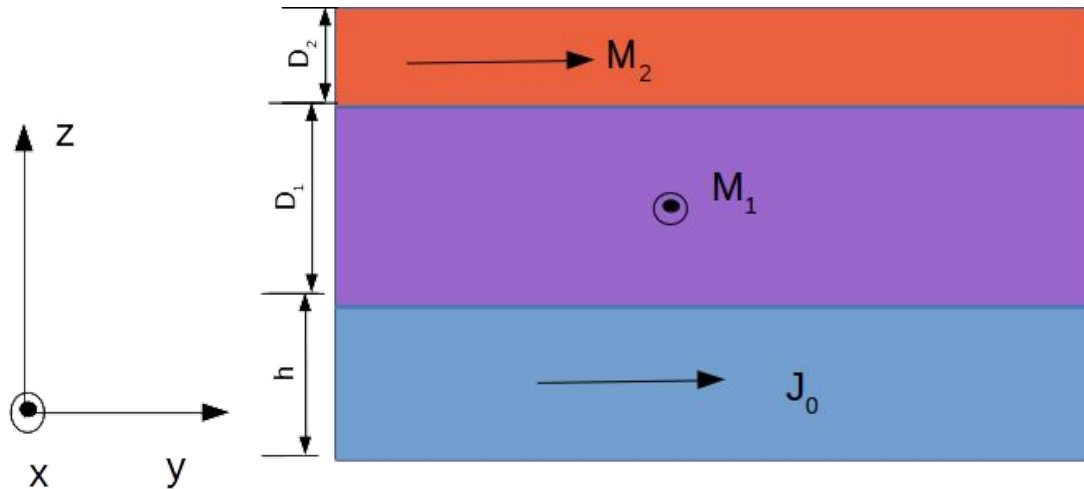
Se tiene una lámina infinita en el plano x - y de espesor h y con corriente uniforme en volumen en la dirección y , se poseen también dos medios materiales con magnetización uniforme M_1 y M_2 como indica la figura.



- Determine H y B en todo el espacio. Para ello, analice primero las fuentes de ambos campos.
- Uno de los medios materiales puede llegar a ser LIH. Cuál de ellos? Justifique

Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.



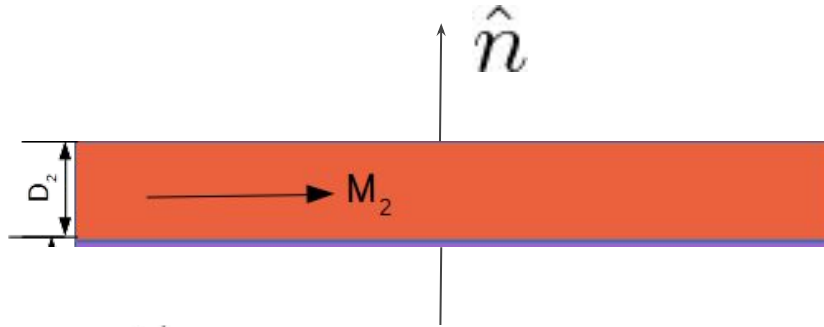
Analizamos

$$\nabla \times \vec{M}, \vec{M} \times \hat{n}$$

$$\nabla \cdot \vec{M}, \vec{M} \cdot \hat{n}$$

Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.



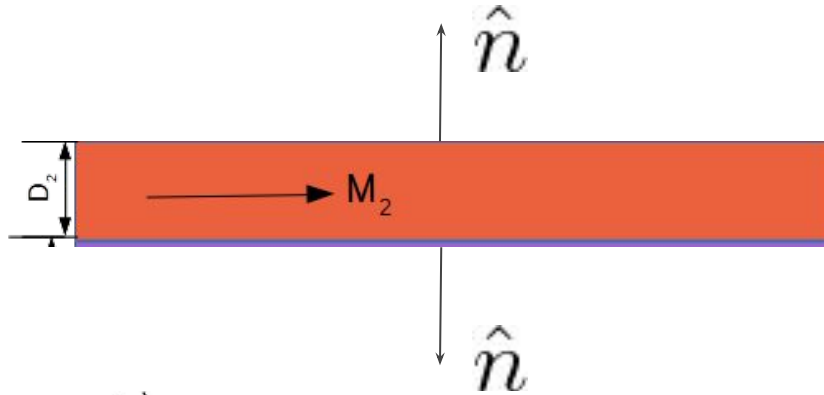
$$\vec{M} = M_2 \hat{y}$$
$$\nabla \cdot \vec{M} = \frac{\partial M_2}{\partial y} = 0$$

NO HAY FUENTES
DE DIVERGENCIA

$$\vec{M} \cdot \hat{n} = \begin{cases} M_2 \hat{y} \cdot \hat{z} = 0 & \text{en } z = D_1 + D_2 + h/2 \\ M_2 \hat{y} \cdot (-\hat{z}) = 0 & \text{en } z = D_1 + h/2 \end{cases}$$

Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.



HAY FUENTES DE ROTOR

$$\vec{M} = M_2 \hat{y}$$

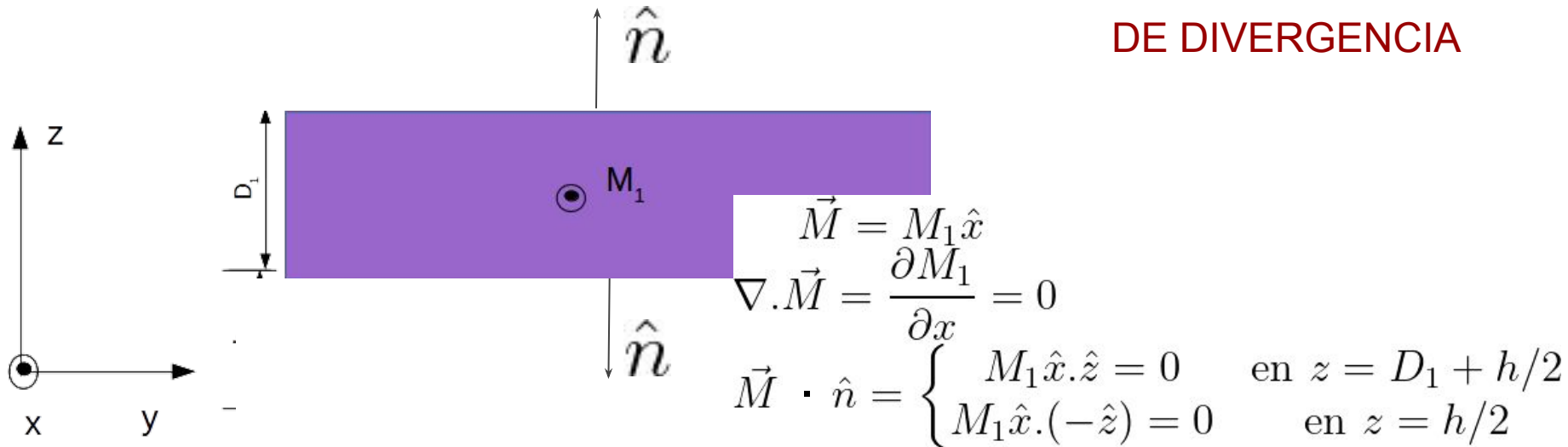
$$\nabla \times \vec{M} = \frac{\partial M_2}{\partial x} \hat{z} - \frac{\partial M_2}{\partial z} \hat{x} = 0$$

$$\vec{M} \times \hat{n} = \begin{cases} M_2 \hat{y} \times \hat{z} = M_2 \hat{x} & \text{en } z = D_1 + D_2 + h/2 \\ M_2 \hat{y} \times (-\hat{z}) = -M_2 \hat{x} & \text{en } z = D_1 + h/2 \end{cases}$$

Problema de medios materiales para practicar

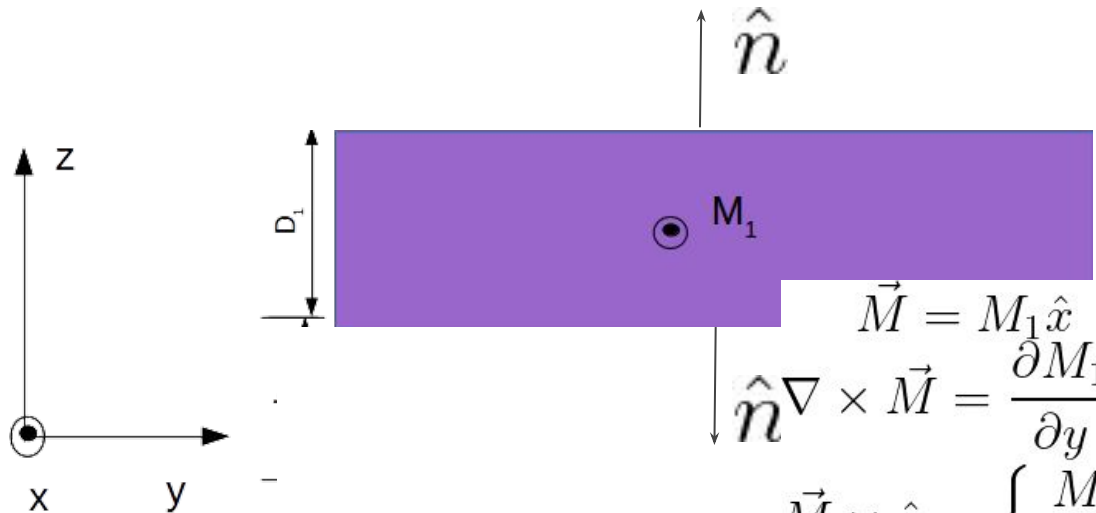
Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.

NO HAY FUENTES
DE DIVERGENCIA



Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.



The diagram shows a purple rectangular slab in a 3D coordinate system with axes x, y, and z. The slab is oriented along the x-axis, with its top surface at $z = D_1 + h/2$ and its bottom surface at $z = h/2$. The height of the slab is h . A normal vector \hat{n} is shown pointing upwards from the top surface. Inside the slab, a magnetization vector $\vec{M} = M_1 \hat{x}$ is indicated by a circle with a dot. The curl of the magnetization is given by $\hat{n} \nabla \times \vec{M} = \frac{\partial M_1}{\partial y} \hat{z} - \frac{\partial M_1}{\partial z} \hat{y} = 0$. The cross product of the magnetization and the normal vector is given by $\vec{M} \times \hat{n} = \begin{cases} M_1 \hat{x} \times \hat{z} = -M_1 \hat{y} & \text{en } z = D_1 + h/2 \\ M_1 \hat{x} \times (-\hat{z}) = M_1 \hat{y} & \text{en } z = h/2 \end{cases}$. A coordinate system is shown on the left with the z-axis pointing up, the x-axis pointing out of the page, and the y-axis pointing right.

HAY FUENTES DE ROTOR

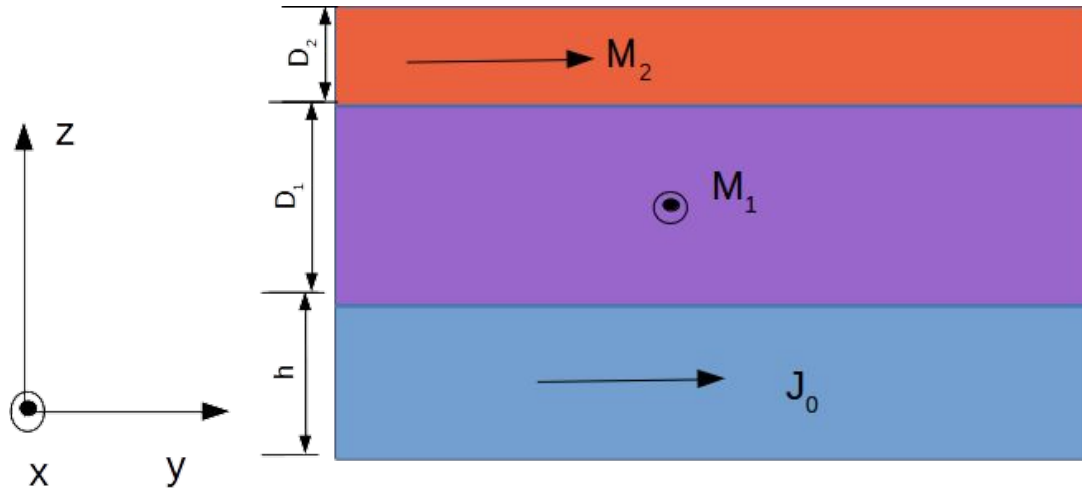
$$\vec{M} = M_1 \hat{x}$$
$$\hat{n} \nabla \times \vec{M} = \frac{\partial M_1}{\partial y} \hat{z} - \frac{\partial M_1}{\partial z} \hat{y} = 0$$
$$\vec{M} \times \hat{n} = \begin{cases} M_1 \hat{x} \times \hat{z} = -M_1 \hat{y} & \text{en } z = D_1 + h/2 \\ M_1 \hat{x} \times (-\hat{z}) = M_1 \hat{y} & \text{en } z = h/2 \end{cases}$$

Resumen

Fuentes					
\vec{H}		\vec{M}		\vec{B}	
Vol	Sup	Vol	Sup	Vol	Sup
\vec{J}_L	\vec{g}_L, I_L	$\nabla \cdot \vec{M}$	$\vec{M} \cdot \hat{n}$	$\vec{J}_L + \vec{J}_M$	$\vec{g}_L + \vec{g}_M, I_L + I_M$
$\nabla \cdot \vec{M}$	$\vec{M} \cdot \hat{n}$	$\nabla \times \vec{M}$	$\vec{M} \times \hat{n}$	\longleftrightarrow	\longrightarrow

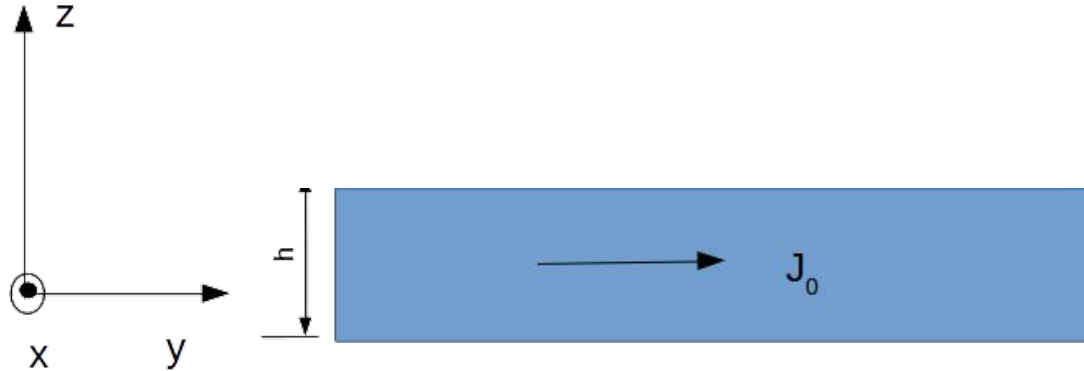
Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.



Entonces las únicas fuentes H serán las corrientes libres.

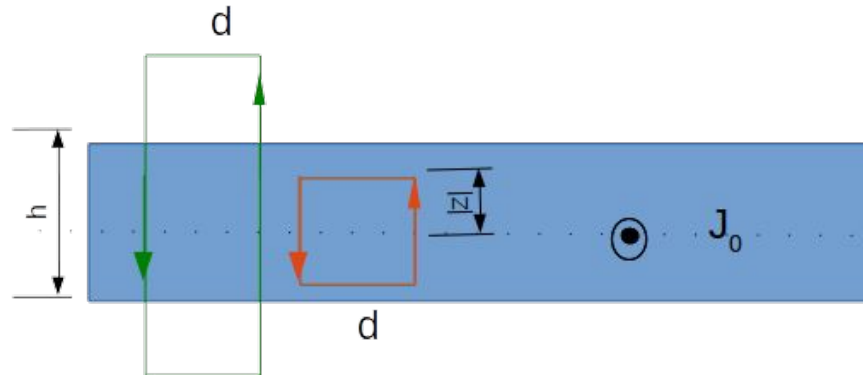
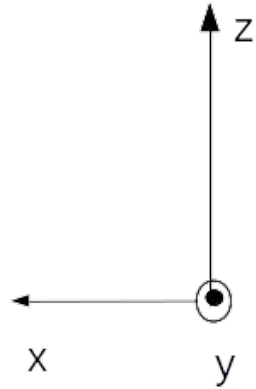
Problema de medios materiales para practicar



Entonces las únicas fuentes H serán las corrientes libres.

Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.



Podemos calcular por la Ley de Ampere

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{conc}$$

$$\vec{H} = H(z)\hat{x}$$
$$H(z) = -H(-z)$$

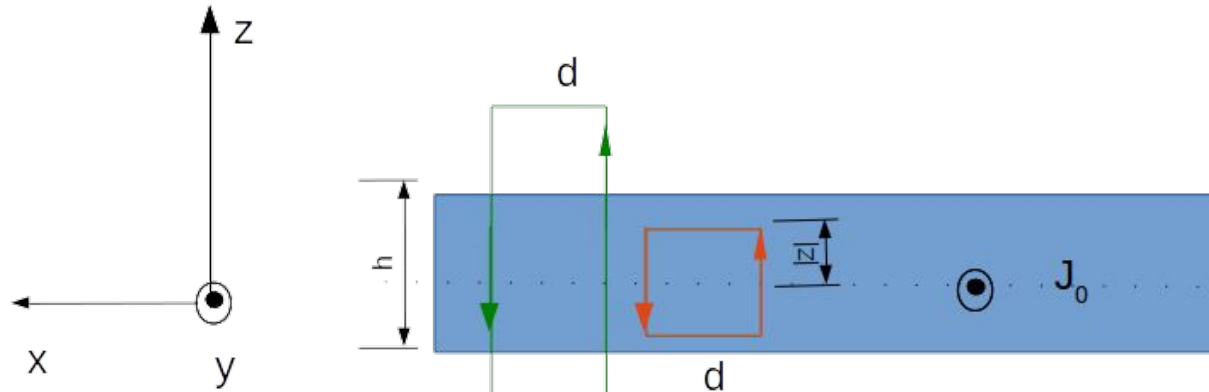
$$I_{conc} = \int \int_S \vec{J} d\vec{s}$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{conc}$$

$$\begin{aligned} \vec{H} &= H(z)\hat{x} \\ H(z) &= -H(-z) \end{aligned}$$

$$I_{conc} = \int \int_S \vec{J} d\vec{s}$$



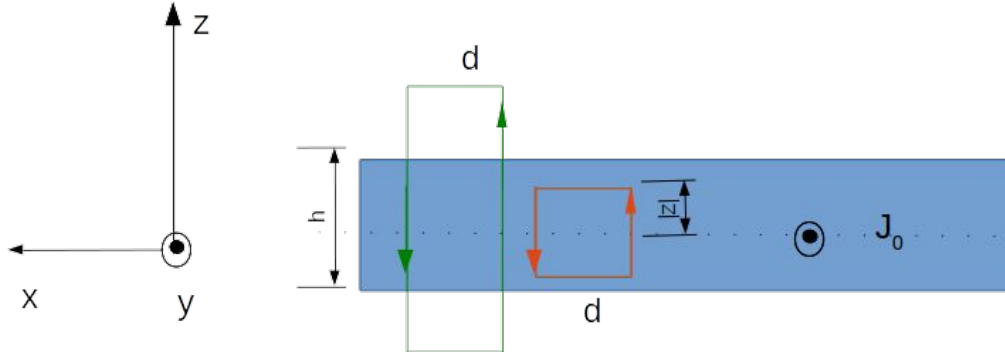
$$\begin{aligned} \oint \vec{H} d\vec{l} &= \int_0^d H(z)\hat{x} dx (-\hat{x})|_{z<0} + \\ &+ \int_{-|z|}^z H(z)\hat{x} dz \hat{z} + \int_0^d H(z)\hat{x} dx \hat{x}|_{z>0} + \int_{-|z|}^z H(z)\hat{x} (-\hat{z}) dz \end{aligned}$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{conc}$$

$$\begin{aligned} \vec{H} &= H(z)\hat{x} \\ H(z) &= -H(-z) \end{aligned}$$

$$I_{conc} = \int \int_S \vec{J} d\vec{s}$$



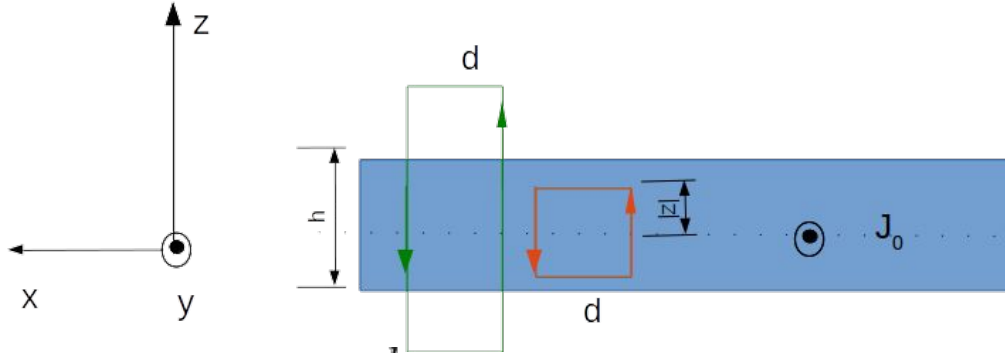
$$\begin{aligned} \oint \vec{H} d\vec{l} &= \int_0^d H(z)\hat{x} dx (-\hat{x})|_{z<0} + \int_0^d H(z)\hat{x} dx \hat{x}|_{z>0} = \\ &= \int_0^d -H(|z|)\hat{x} dx (-\hat{x}) + \int_0^d H(|z|)\hat{x} dx \hat{x} = 2 \int_0^d H(|z|)\hat{x} dx \hat{x} \end{aligned}$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{conc}$$

$$\begin{aligned} \vec{H} &= H(z)\hat{x} \\ H(z) &= -H(-z) \end{aligned}$$

$$I_{conc} = \int \int_S \vec{J} d\vec{s}$$



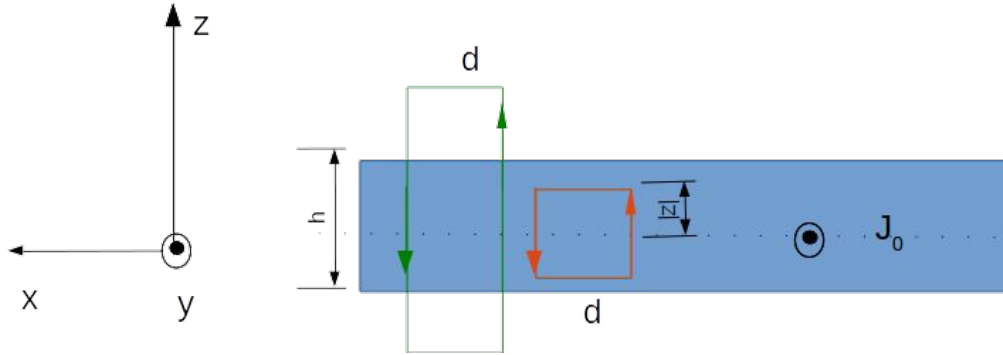
$$\begin{aligned} \oint \vec{H} d\vec{l} &= \int_0^d H(z)\hat{x} dx (-\hat{x})|_{z<0} + \int_0^d H(z)\hat{x} dx \hat{x}|_{z>0} = \\ &= \int_0^d -H(z)\hat{x} dx (-\hat{x}) + \int_0^d H(z)\hat{x} dx \hat{x} = 2 \int_0^d H(z)\hat{x} dx \hat{x} \end{aligned}$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{conc}$$

$$\begin{aligned}\vec{H} &= H(z)\hat{x} \\ H(z) &= -H(-z)\end{aligned}$$

$$I_{conc} = \int \int_S \vec{J} d\vec{s}$$



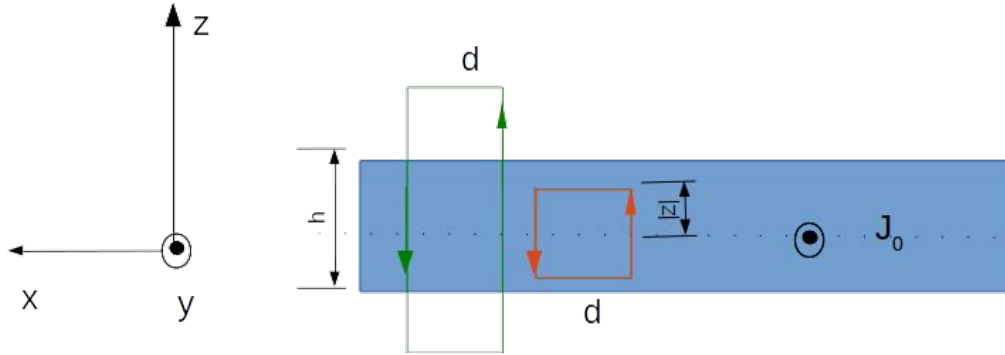
$$\oint \vec{H} d\vec{l} = 2 \int_0^d H(z)\hat{x} dx \hat{x} = 2H(z)d$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{conc}$$

$$\vec{H} = H(z)\hat{x}$$

$$H(z) = -H(-z)$$



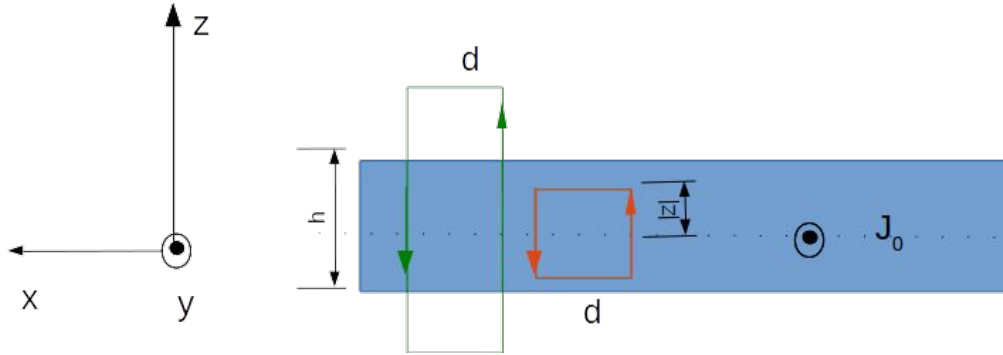
$$I_{conc} = \int \int_S \vec{J} d\vec{s}$$

$$I_{conc} = \int_0^d \int_{-z}^z J_0 \hat{y} dx dz \hat{y} = J_0 d 2z$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{conc}$$

$$\vec{H} = H(z)\hat{x}$$
$$H(z) = -H(-z)$$



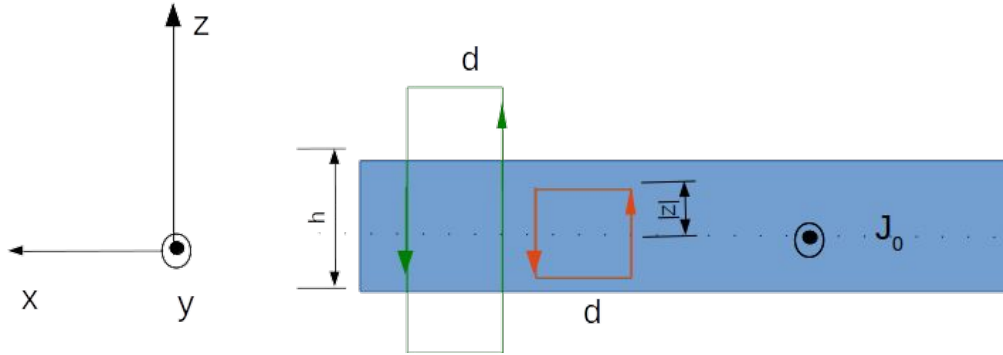
$$I_{conc} = \int \int_S \vec{J} d\vec{s}$$

$$I_{conc} = \int_0^d \int_{-h/2}^{h/2} J_0 \hat{y} dx dz \hat{y} = J_0 dh$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{conc}$$

$$\begin{aligned}\vec{H} &= H(z)\hat{x} \\ H(z) &= -H(-z)\end{aligned}$$

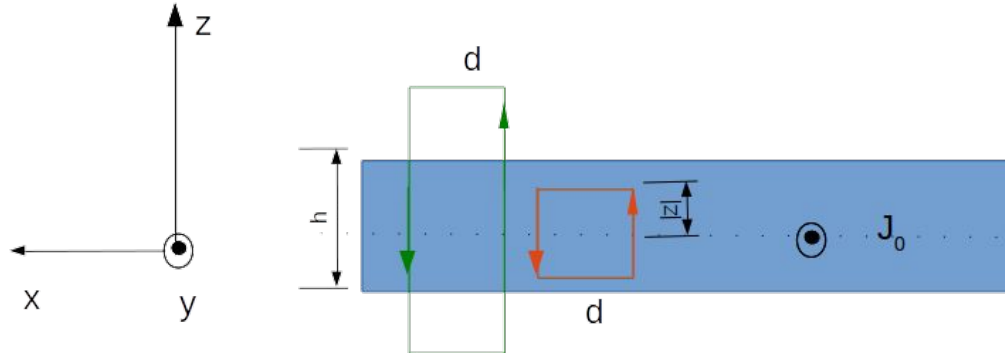


$$\vec{H} = \begin{cases} J_0 z \hat{x} & |z| < h \\ \frac{J_0 h}{2i} \operatorname{sgn}(z - h/2) \hat{x} & |z| > h \end{cases}$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{conc}$$

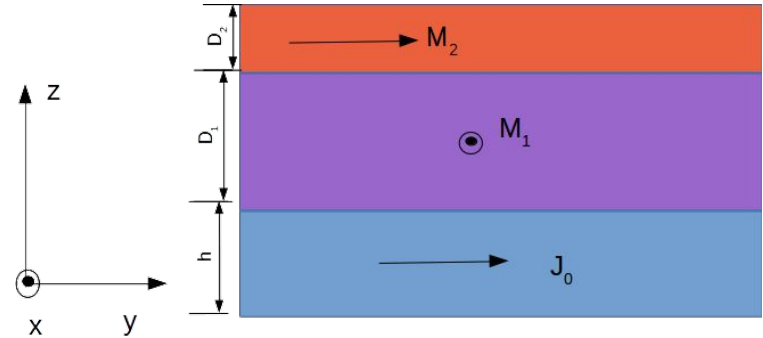
$$\begin{aligned} \vec{H} &= H(z)\hat{x} \\ H(z) &= -H(-z) \end{aligned}$$



$$\vec{H} = \begin{cases} J_0 z \hat{x} & |z| < h/2 \\ \frac{J_0 h}{2} \text{sg}(z - h/2) \hat{x} & |z| > h/2 \end{cases}$$

Problema de medios materiales para practicar

Ahora podemos calcular el campo magnético en todo el espacio.



$$\vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{B} = \begin{cases} \mu_o \frac{J_o h}{2} \hat{x} & z > h/2 + D_1 + D_2 \\ \mu_o \left(\frac{J_o h}{2} \hat{x} + M_2 \hat{y} \right) & h/2 + D_1 < z < h/2 + D_1 + D_2 \\ \mu_o \left(\frac{J_o h}{2} \hat{x} + M_1 \hat{x} \right) & h/2 < z < h/2 + D_1 \\ \mu_o J_o z \hat{x} & |z| < h/2 \\ -\mu_o \frac{J_o h}{2} \hat{x} & z < -h/2 \end{cases}$$