Física 3

Guía 4-Medios materiales

Andrea Buccino

Relaciones constitutivas

La magnetización puede ser constante o depender del campo que generan las corrientes libres.

Las corrientes libres y de magnetización son fuentes del campo magnético.

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} = \mu_0 (\vec{J}_M + \vec{J}_L)$$

Se puede definir un campo

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

Relaciones constitutivas

Se puede definir un campo

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

De manera que

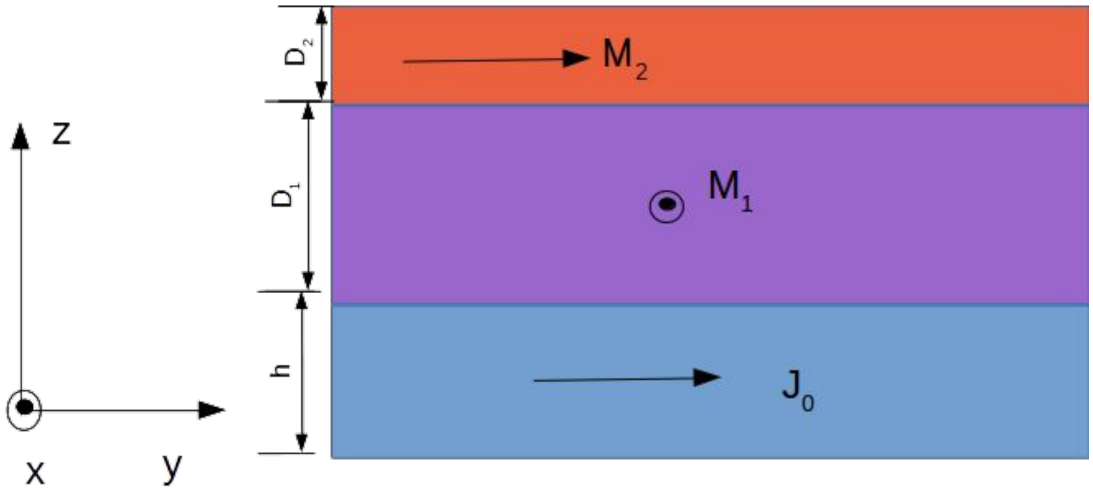
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_L$$

Resumen

Fuentes					
$\vec{H}$		$\vec{M}$		$\vec{B}$	
Vol	Sup	Vol	Sup	Vol	Sup
$\vec{J}_L$	$\vec{g}_L, I_L$	$\nabla.\vec{M}$	$\vec{M}.\hat{n}$	$\vec{J}_L + \vec{J}_M$	$\vec{g}_L + \vec{g}_M, I_L + I_M$
$\nabla.\vec{M}$	$\vec{M}.\hat{n}$	$\nabla \times \vec{M}$	$\vec{M} \times \hat{n}$		

Problema de medios materiales para practicar

Se tiene una lámina infinita en el plano *x-y* de espesor *h* y con corriente uniforme en volumen en la dirección *y*, se poseen también dos medios materiales con magnetización uniforme M_1 y M_2 como indica la figura.

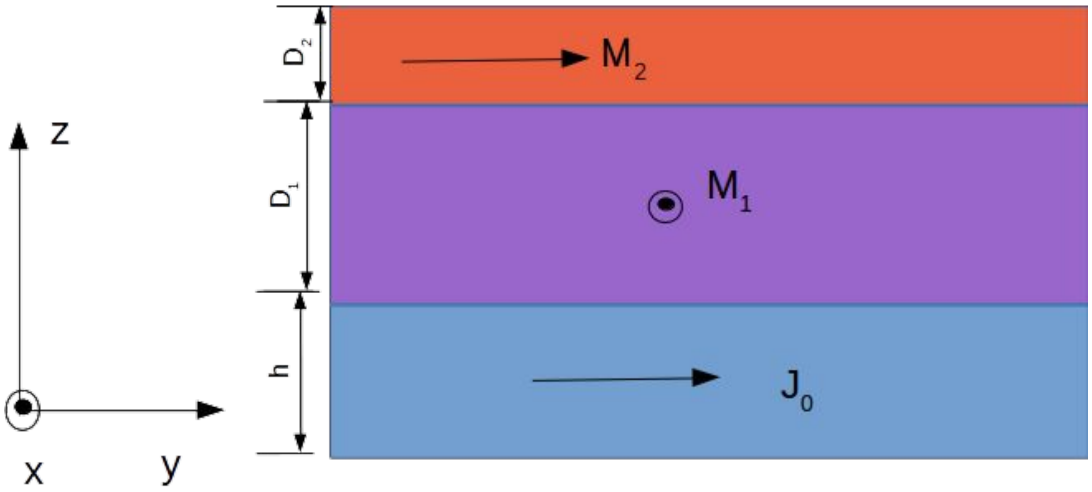


a) Determine H y B en todo el espacio. Para ello, analice primero las fuentes de ambos campos.

b) Uno de los medios materiales puede llegar a ser LIH. Cuál de ellos? Justifique

Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.



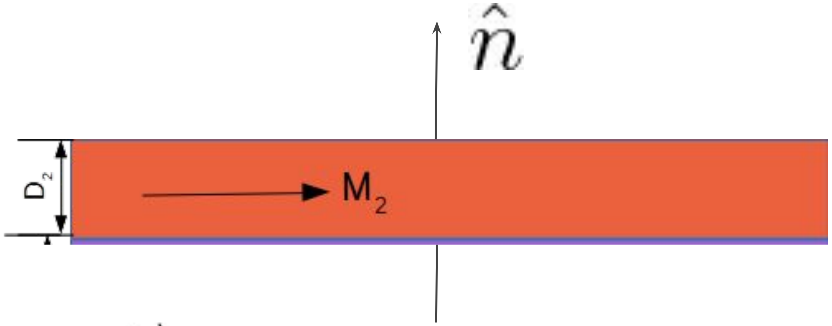
Analizamos

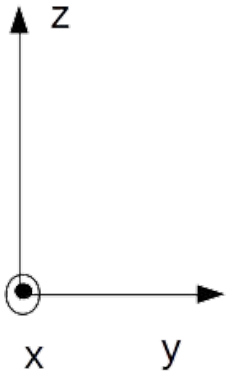
$$\nabla \times \vec{M}, \vec{M} \times \hat{n}$$

$$\nabla . \vec{M}, \vec{M} . \hat{n}$$

Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.





$$\vec{M} = M_2\hat{y}$$

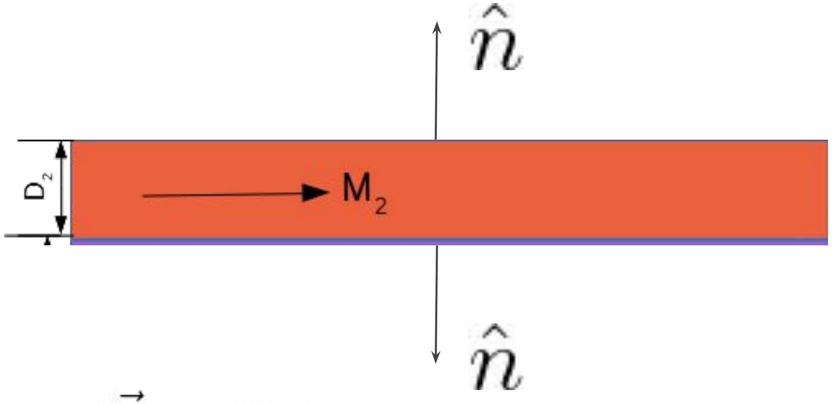
$$\nabla.\vec{M} = \frac{\partial M_2}{\partial y} = 0$$

$$\vec{M} \, . \, \hat{n} = \begin{cases} M_2\hat{y}.\hat{z} = 0 & \text{en } z = D_1 + D_2 + h/2 \\ M_2\hat{y}.(-\hat{z}) = 0 & \text{en } z = D_1 + h/2 \end{cases}$$

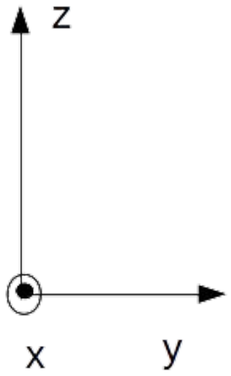
NO HAY FUENTES DE DIVERGENCIA

Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.



HAY FUENTES DE ROTOR



$$\vec{M} = M_2 \hat{y}$$

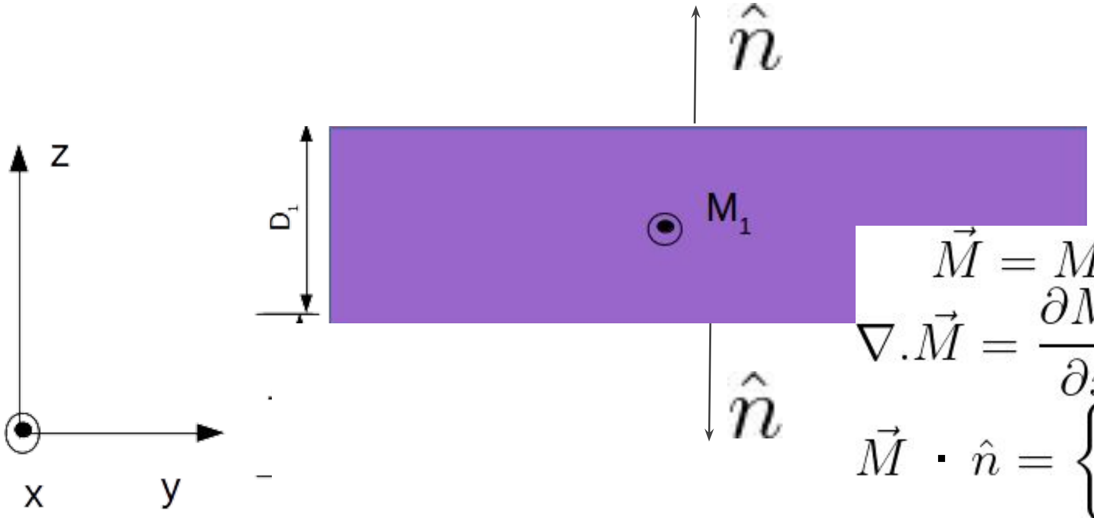
$$\nabla \times \vec{M} = \frac{\partial M_2}{\partial x}\hat{z} - \frac{\partial M_2}{\partial z}\hat{x} = 0$$

$$\vec{M} \times \hat{n} = \begin{cases} M_2\hat{y} \times \hat{z} = M_2\hat{x} & \text{en } z = D_1 + D_2 + h/2 \\ M_2\hat{y} \times (-\hat{z}) = -M_2\hat{x} & \text{en } z = D \ + h/2 \end{cases}$$

Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.

NO HAY FUENTES DE DIVERGENCIA



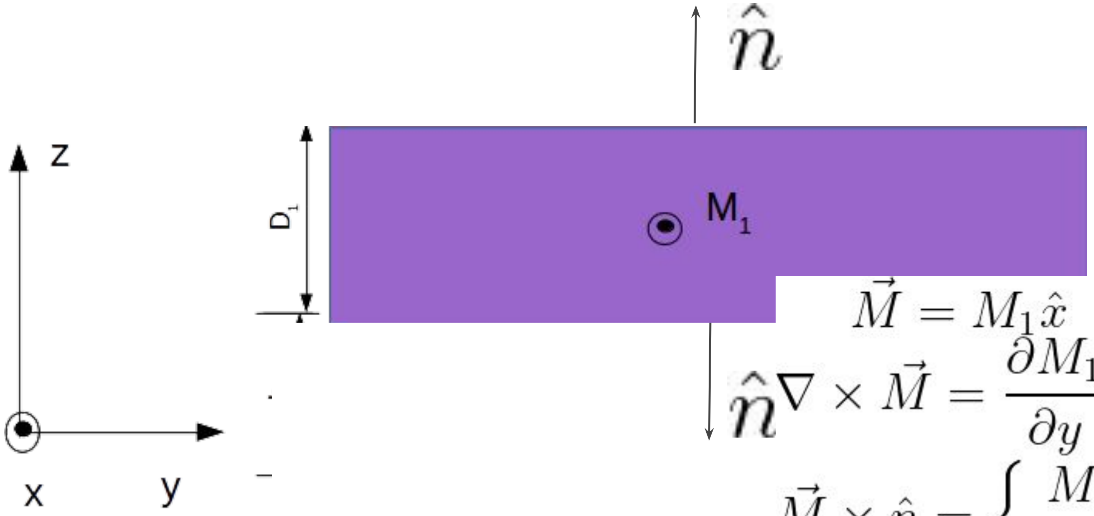
$$\vec{M} = M_1 \hat{x}$$

$$\nabla . \vec{M} = \frac{\partial M_1}{\partial x} = 0$$

$$\vec{M} \cdot \hat{n} = \begin{cases} M_1 \hat{x} . \hat{z} = 0 & \text{en } z = D_1 + h/2 \\ M_1 \hat{x} . (-\hat{z}) = 0 & \text{en } z = h/2 \end{cases}$$

Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.



HAY FUENTES DE ROTOR

$$\vec{M} = M_1 \hat{x}$$

$$\nabla \times \vec{M} = \frac{\partial M_1}{\partial y}\hat{z} - \frac{\partial M_1}{\partial z}\hat{y} = 0$$

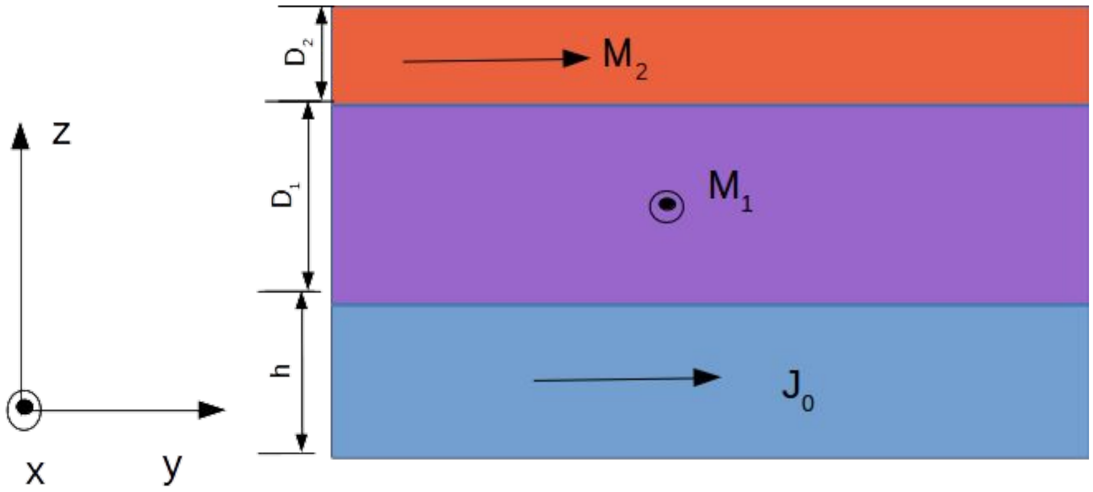
$$\vec{M} \times \hat{n} = \begin{cases} M_1 \hat{x} \times \hat{z} = -M_1 \hat{y} & \text{en } z = D_1 + h/2 \\ M_1 \hat{x} \times (-\hat{z}) = M_1 \hat{y} & \text{en } z = h/2 \end{cases}$$

Resumen

Fuentes					
$\vec{H}$		$\vec{M}$		$\vec{B}$	
Vol	Sup	Vol	Sup	Vol	Sup
$\vec{J}_L$	$\vec{g}_L \, , I_L$	$\cancel{\nabla . \vec{M}}$	$\cancel{\vec{M} . \hat{n}}$	$\vec{J}_L + \vec{J}_M$	$\vec{g}_L + \vec{g}_M \, , I_L + I_M$
$\cancel{\nabla . \vec{M}}$	$\cancel{\vec{M} . \hat{n}}$	$\cancel{\nabla \times \vec{M}}$	$\vec{M} \times \hat{n}$		

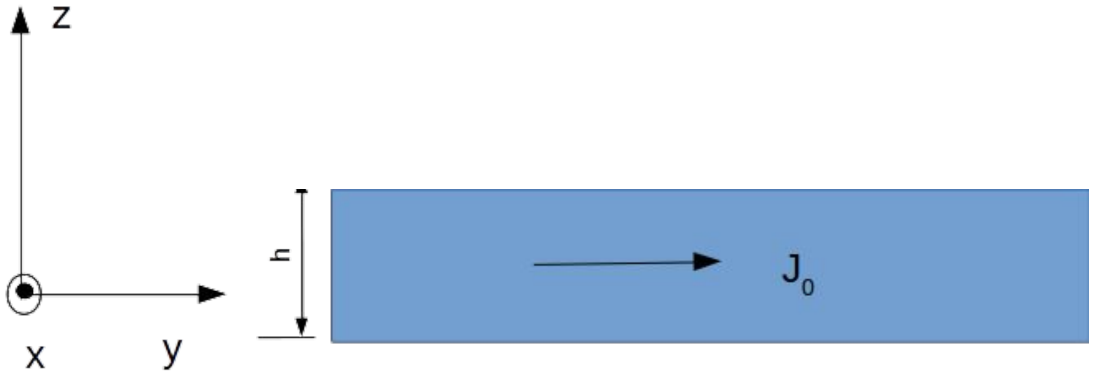
Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.



Entonces las únicas fuentes H serán las corrientes libres.

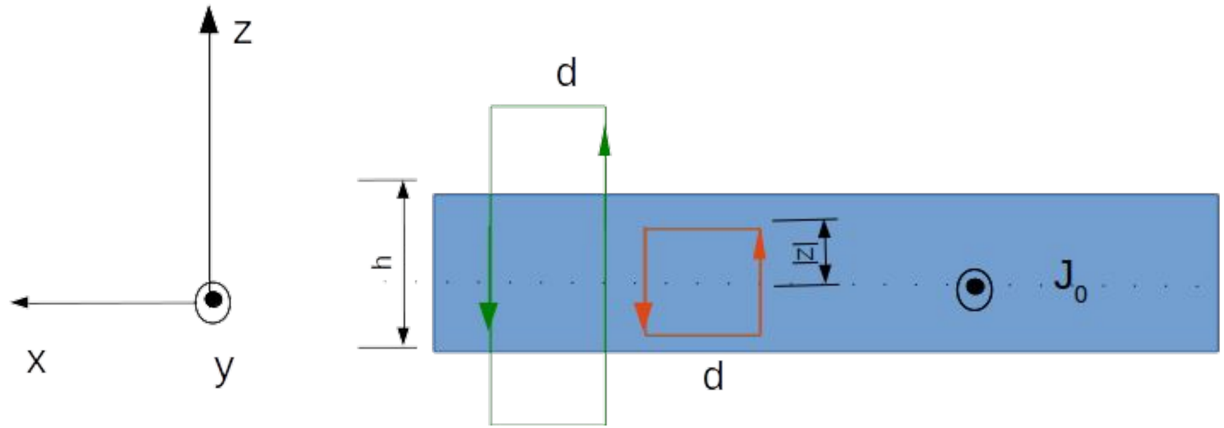
Problema de medios materiales para practicar



Entonces las únicas fuentes H serán las corrientes libres.

Problema de medios materiales para practicar

Primero analizamos las fuentes que generan los materiales con magnetización fija.



Podemos calcular por la Ley de Ampere

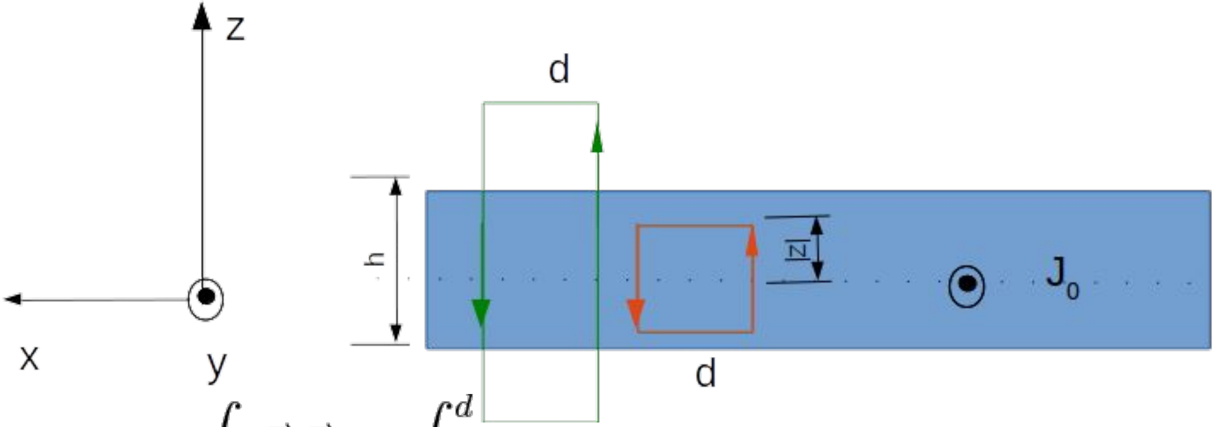
$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = I_{conc}$$

$$\vec{H} = H(z)\hat{x}$$
$$H(z) = -H(-z)$$

$$I_{conc} = \int\int_S \vec{J}\vec{ds}$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = I_{conc} \qquad \begin{gathered}\vec{H} = H(z)\hat{x} \\ H(z) = -H(-z)\end{gathered} \qquad I_{conc} = \int\int_S \vec{J}\vec{ds}$$



$$\oint \vec{H}\vec{dl} = \int_0^d H(z)\hat{x}dx(-\hat{x})|_{z<0} +$$

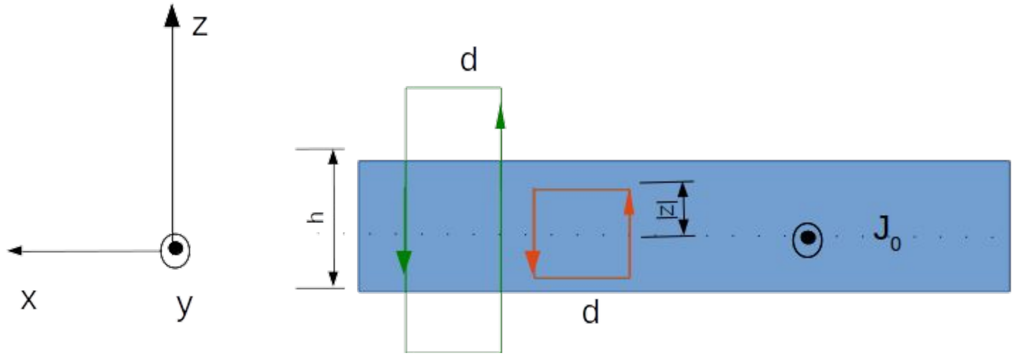
$$+ \int_{-|z|}^{z} H(z)\hat{x}dz\hat{z} + \int_0^d H(z)\hat{x}dx\hat{x}|_{z>0} + \int_{-|z|}^{z} H(z)\hat{x}(-\hat{z})dz$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = I_{conc}$$

$$\vec{H} = H(z)\hat{x}$$
$$H(z) = -H(-z)$$

$$I_{conc} = \int\int_S \vec{J}\vec{ds}$$



$$\oint \vec{H}\vec{dl} = \int_0^d H(z)\hat{x}dx(-\hat{x})|_{z<0} + \int_0^d H(z)\hat{x}dx\hat{x}|_{z>0} =$$

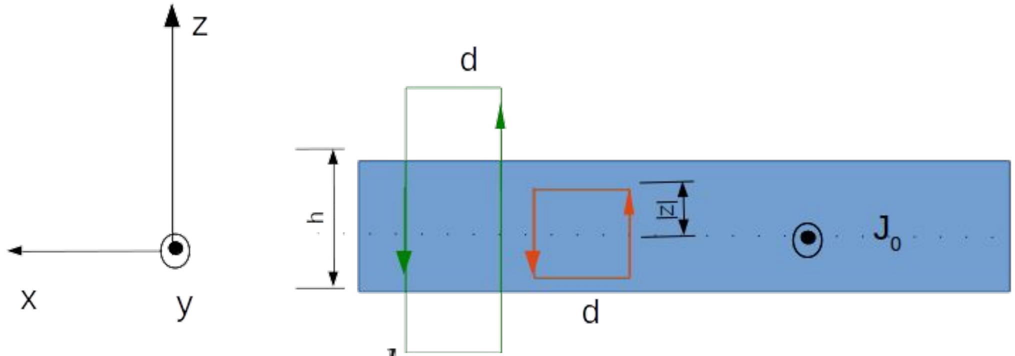
$$= \int_0^d -H(|z|)\hat{x}dx(-\hat{x}) + \int_0^d H(|z|)\hat{x}dx\hat{x} = 2\int_0^d H(|z|)\hat{x}dx\hat{x}$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = I_{conc}$$

$$\vec{H} = H(z)\hat{x}$$
$$H(z) = -H(-z)$$

$$I_{conc} = \int\int_S \vec{J}\vec{ds}$$



$$\oint \vec{H}\vec{dl} = \int_0^d H(z)\hat{x}dx(-\hat{x})|_{z<0} + \int_0^d H(z)\hat{x}dx\hat{x}|_{z>0} =$$

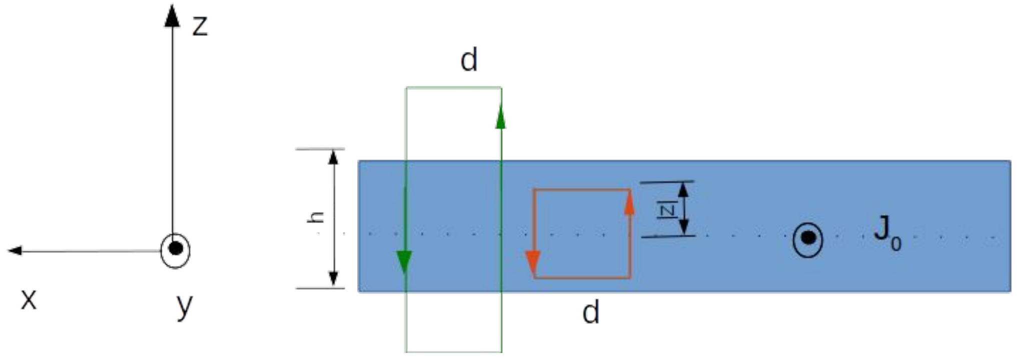
$$= \int_0^d -H(z)\hat{x}dx(-\hat{x}) + \int_0^d H(z)\hat{x}dx\hat{x} = 2\int_0^d H(z)\hat{x}dx\hat{x}$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = I_{conc}$$

$$\vec{H} = H(z)\hat{x}$$
$$H(z) = -H(-z)$$

$$I_{conc} = \int\int_S \vec{J}\vec{ds}$$

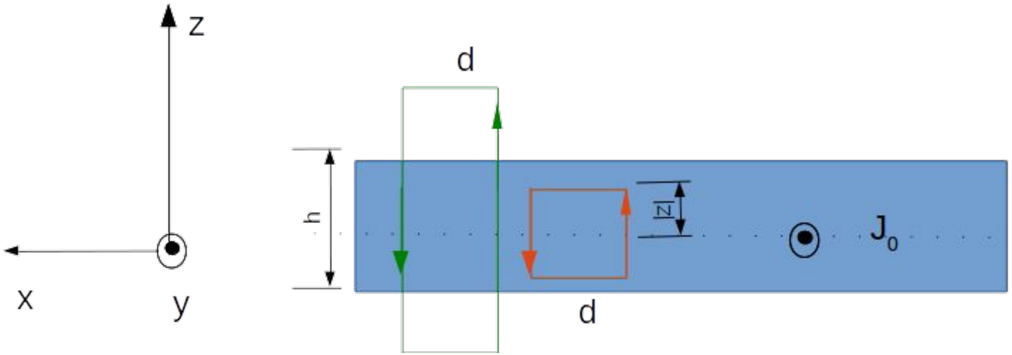


$$\oint \vec{H}\vec{dl} = 2\int_0^d H(z)\hat{x}dx\hat{x} = 2H(z)d$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = I_{conc}$$

$$\vec{H} = H(z)\hat{x}$$
$$H(z) = -H(-z)$$



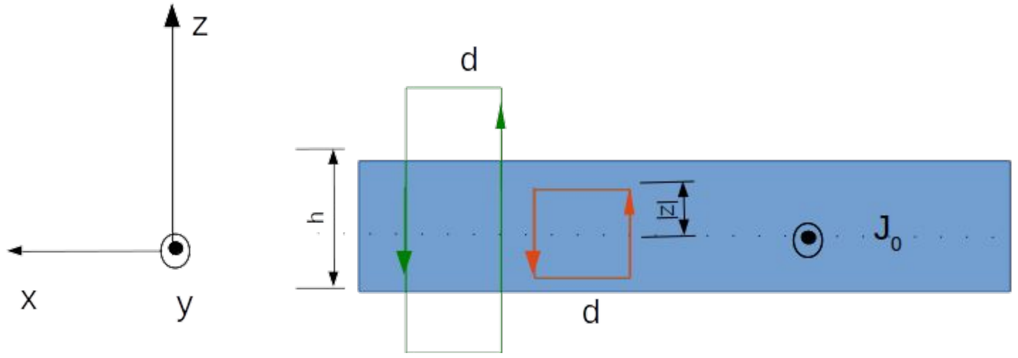
$$I_{conc} = \int\int_S \vec{J}\vec{ds}$$

$$\boxed{I_{conc} = \int_0^d \int_{-z}^{z} J_o\hat{y}dxdz\hat{y} = J_o d2z}$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = I_{conc}$$

$$\vec{H} = H(z)\hat{x}$$
$$H(z) = -H(-z)$$



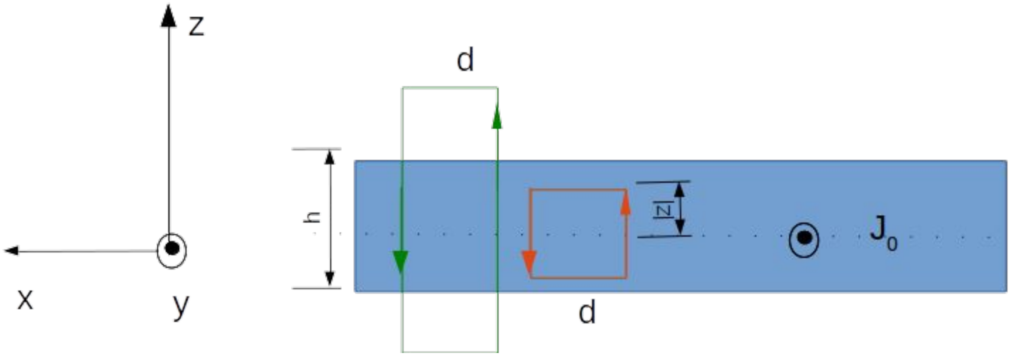
$$I_{conc} = \int\int_S \vec{J}\vec{ds}$$

$$\boxed{I_{conc} = \int_0^d \int_{-h/2}^{h/2} J_o\hat{y}dxdz\hat{y} = J_o dh}$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = I_{conc}$$

$$\vec{H} = H(z)\hat{x}$$
$$H(z) = -H(-z)$$

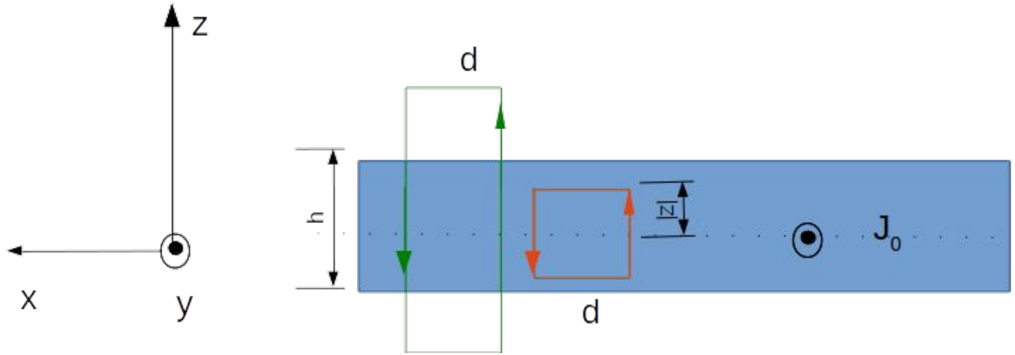


$$\vec{H} = \begin{cases} J_o z\hat{x} & |z| < h \\ \frac{J_o h}{2} sg(z - h/2)\hat{x} & |z| > h \end{cases}$$

Problema de medios materiales para practicar

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = I_{conc}$$

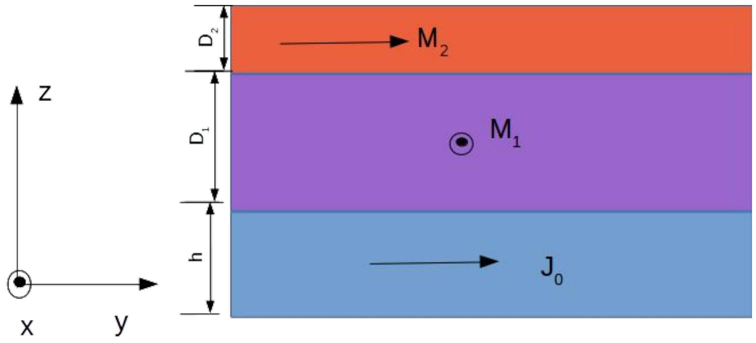
$$\vec{H} = H(z)\hat{x}$$
$$H(z) = -H(-z)$$



$$\vec{H} = \begin{cases} J_o z \hat{x} & |z| < h/2 \\ \frac{J_o h}{2} sg(z - h/2)\hat{x} & |z| > h/2 \end{cases}$$

Problema de medios materiales para practicar

Ahora podemos calcular el campo magnético en todo el espacio.



$$\vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{B} = \begin{cases} \mu_o \frac{J_o h}{2} \hat{x} & z > h/2 + D_1 + D_2 \\ \mu_o(\frac{J_o h}{2} \hat{x} + M_2 \hat{y}) & h/2 + D_1 < z < h/2 + D_1 + D_2 \\ \mu_o(\frac{J_o h}{2} \hat{x} + M_1 \hat{x}) & h/2 < z < h/2 + D_1 \\ \mu_o J_o z \hat{x} & |z| < h/2 \\ -\mu_o \frac{J_o h}{2} \hat{x} & z < -h/2 \end{cases}$$