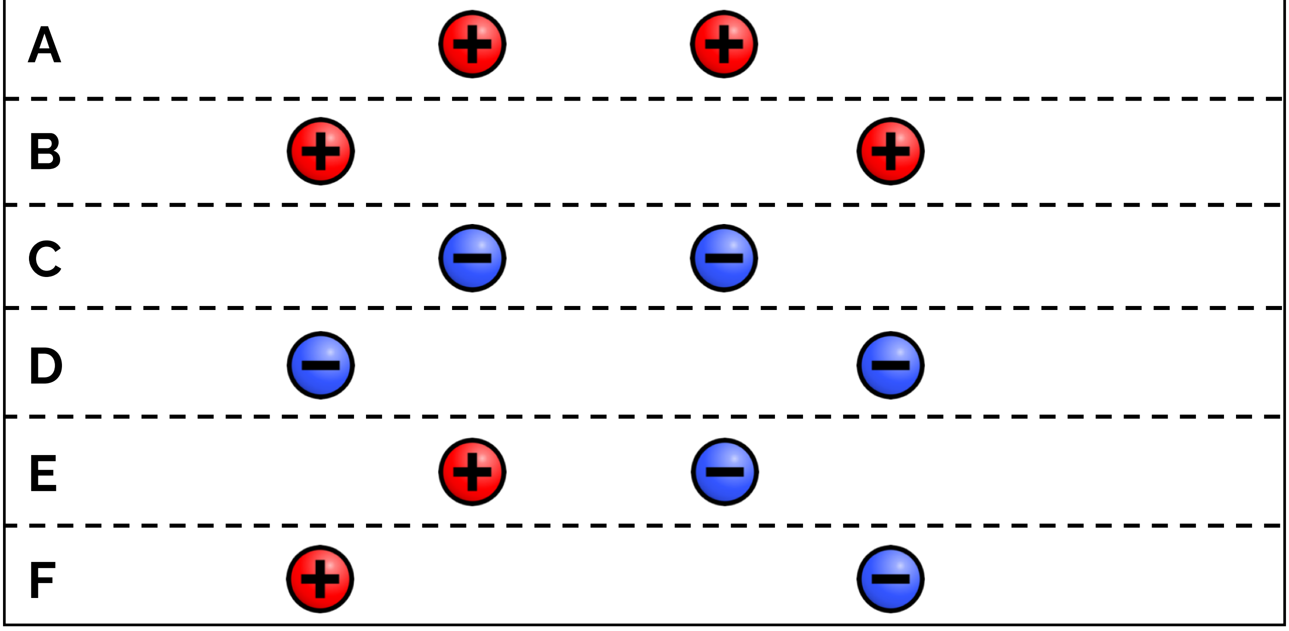
$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$$\boldsymbol{grad}(\boldsymbol{V}) = \vec{\boldsymbol{\nabla}}\boldsymbol{V} = \left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

$$\boldsymbol{div}(\vec{\boldsymbol{E}}) = \vec{\boldsymbol{\nabla}} \cdot \vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\boldsymbol{rot}(\vec{\boldsymbol{E}}) = \vec{\boldsymbol{\nabla}} \times \vec{\boldsymbol{E}} =$$

¿Qué configuración tiene más energía? ¿Por qué?



Construyendo una distribución de carga, una carga a la vez

$$\Delta U_1 = \int_{\infty}^{A} \vec{F}_{ext,1}\, d\vec{\ell}$$

$$U = \Delta U_1$$

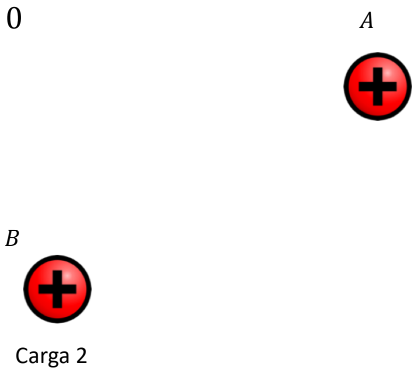
Construyendo una distribución de carga, una carga a la vez

$$\Delta U_2 = \int_{\infty}^{B} \vec{F}_{ext,2}\, d\vec{\ell} = \int_{\infty}^{B} \left(-\vec{F}_{1,2}\right) d\vec{\ell} = \int_{B}^{\infty} \vec{F}_{1,2}\, d\vec{\ell} = \int_{B}^{\infty} q_2\, \vec{E}_1\, d\vec{\ell}$$

$$\vec{F}_{ext,2} + \vec{F}_{1,2} = 0$$

$$= q_2\big(V_1(B) - V_1(\infty)\big)$$

$$= q_2\, V_1(B)$$

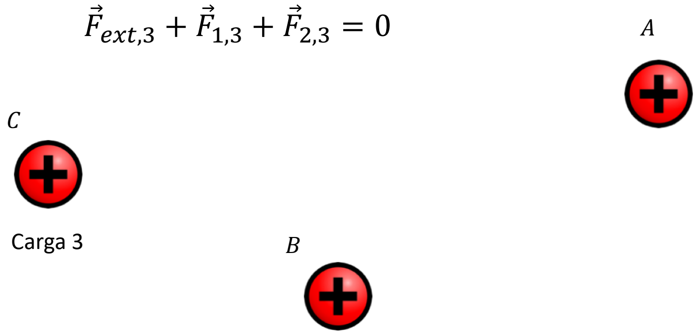


$$U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3$$

Construyendo una distribución de carga, una carga a la vez

$$\Delta U_3 = \int_{\infty}^{C} \vec{F}_{ext,3}\, d\vec{\ell} = q_3\big(V_1(C) + V_2(C)\big)$$

$$\vec{F}_{ext,3} + \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_{2,3} = 0$$

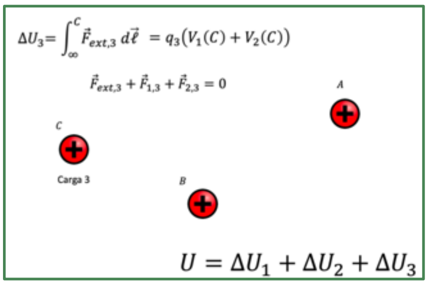


$$U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3$$

Construyendo una distribución de carga, una carga a la vez

$$U = 0 + \; q_2\, V_1(\,\vec{r}_2) + q_3\, V_1(\,\vec{r}_3) + q_3\, V_2(\,\vec{r}_3)$$

$$U = \sum_{m=1}^{N} \sum_{n<m}^{N} q_m\, V_n(\,\vec{r}_m)$$



pero, pero, pero …

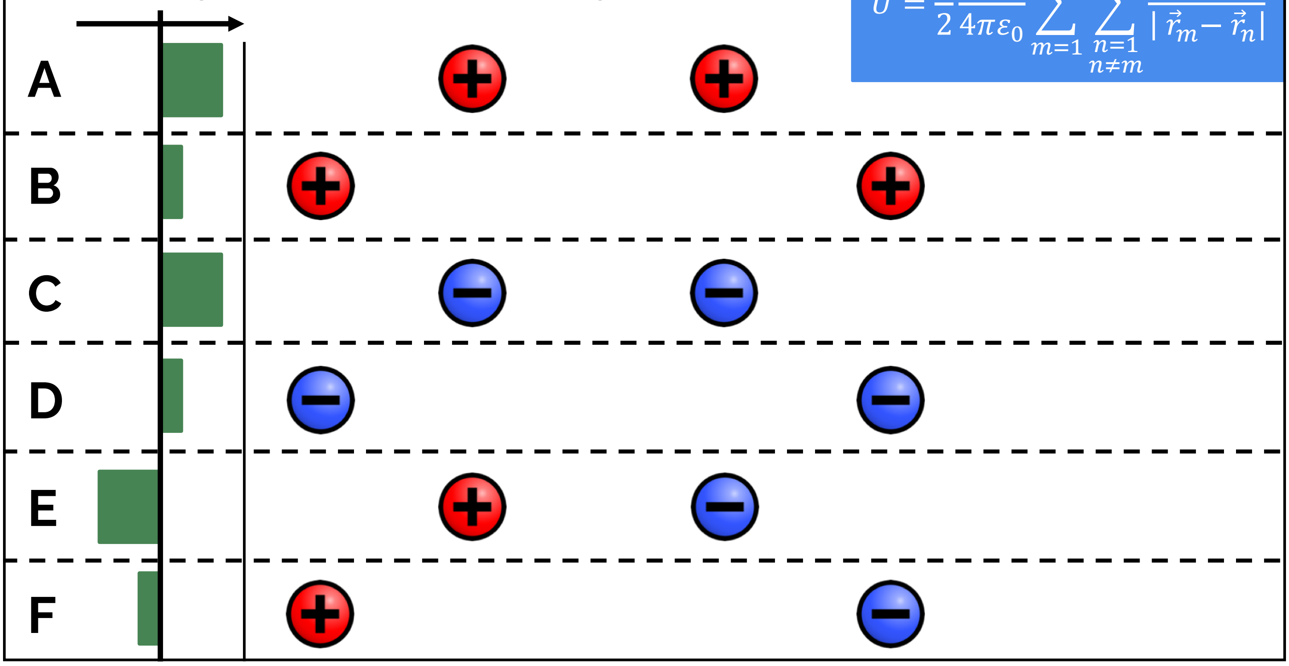
$$q_m V_n(\,\vec{r}_m) = q_m \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_n}{|\,\vec{r}_m - \vec{r}_n|} = q_n V_m(\,\vec{r}_n)$$

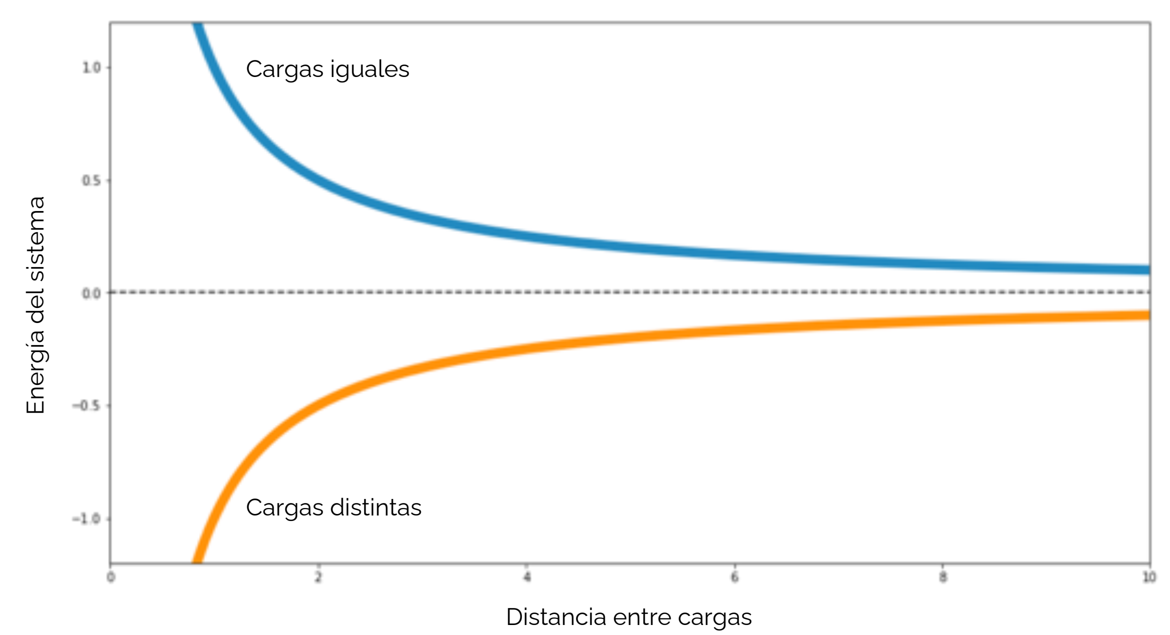
Energía de una distribución discreta de cargas

$$U = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{n=1\\ n\neq m}}^{N} q_m\, V_n(\,\vec{r}_m) = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{n=1\\ n\neq m}}^{N} \frac{q_m\, q_n}{|\,\vec{r}_m - \vec{r}_n|}$$

¿Qué configuración tiene más energía? ¿Por qué?

$$U = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{n=1\\ n\neq m}}^{N}\frac{q_m\, q_n}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|}$$



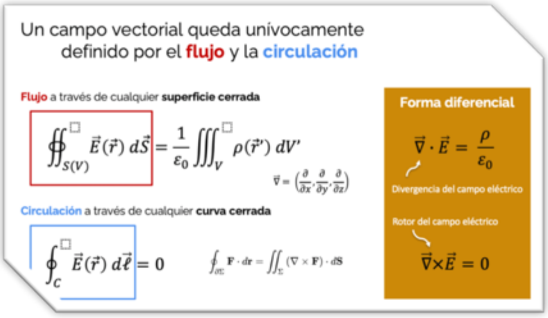


Energía de una distribución continua de cargas

$$U = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{N} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{N} q_m \, V_n(\vec{r}_m)$$

$$U = \frac{1}{2} \iiint \boldsymbol{\rho(\vec{r}')} \, V(\vec{r}') \, dV'$$

$$= \frac{1}{2} \iiint \boldsymbol{\varepsilon_0 \vec{\nabla} \vec{E}(\vec{r}')} \, V(\vec{r}') \, dV'$$



Regla del producto para campos vectoriales

Regla del producto

$$(f\,g)' = f'\,g + f\,g'$$

Para campos vectoriales

A campo vectorial

b campo escalar

$$\boldsymbol{\vec{\nabla} \cdot (\vec{A}\, b) = b\,(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} b)}$$

$$\boldsymbol{div(\vec{A}\, b) = b\,(div\,\vec{A}) + \vec{A}\,(grad\; b)}$$

Energía de una distribución continua de cargas

$$U = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{n=1\\ n\neq m}}^{N} q_m\, V_n(\vec{r}_m)$$

$$U = \frac{1}{2}\iiint \rho(\vec{r}\,')\, V(\vec{r}\,')\, dV'$$

$$= \frac{1}{2}\iiint \varepsilon_0 \underline{\vec{\nabla}\vec{E}(\vec{r}\,')}\, V(\vec{r}\,')\, dV'$$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2}\iiint \left[\vec{\nabla}\left(\vec{E}(\vec{r}\,')\, V(\vec{r}\,')\right) - \vec{E}(\vec{r}\,')\,\vec{\nabla}V(\vec{r}\,')\right] dV'$$

Regla del producto para campos vectoriales

Regla del producto

$(f\,g)' = f'\,g + f\,g'$

Para campos vectoriales

A campo vectorial

b campo escalar

$$\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\,b) = b\,(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) + \vec{A}\cdot(\vec{\nabla}b)$$

$$div(\vec{A}\,b) = b\,(div\,\vec{A}) + \vec{A}\,(grad\,b)$$

Energía de una distribución continua de cargas

$$U = \frac{\varepsilon_0}{2}\iiint \left[\vec{\nabla}\left(\vec{E}(\vec{r}\,')\, V(\vec{r}\,')\right) - \vec{E}(\vec{r}\,')\vec{\nabla}V(\vec{r}\,')\right] dV'$$

$$-\vec{\nabla}V = \vec{E}$$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2}\iiint \vec{\nabla}\left(\vec{E}(\vec{r}\,')\, V(\vec{r}\,')\right) dV' + \frac{\varepsilon_0}{2}\iiint \vec{E}(\vec{r}\,')\,\vec{E}(\vec{r}\,')\, dV'$$

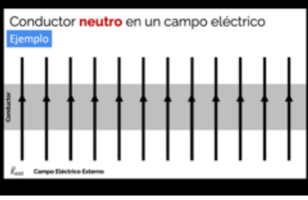
Teorema de gauss

$$= \frac{\varepsilon_0}{2}\iint_{s(vol)} \vec{E}(\vec{r}\,')\, V(\vec{r}\,')\, d\vec{S}' + \frac{\varepsilon_0}{2}\iiint_{vol} \vec{E}(\vec{r}\,')\,\vec{E}(\vec{r}\,')\, dV'$$

Energía de una distribución continua de cargas

$$U = \frac{\varepsilon_0}{2} \iiint_{\text{espacio}} \left|\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}}')\right|^2 dV'$$

¿Qué es un conductor
y
cómo afecta
al campo eléctrico?



Seguimos el próximo lunes

Watch Credits

Next Episode