

Departamento de Física  
**.UBA**exactas 



Física 3

V-2022

Parte 09

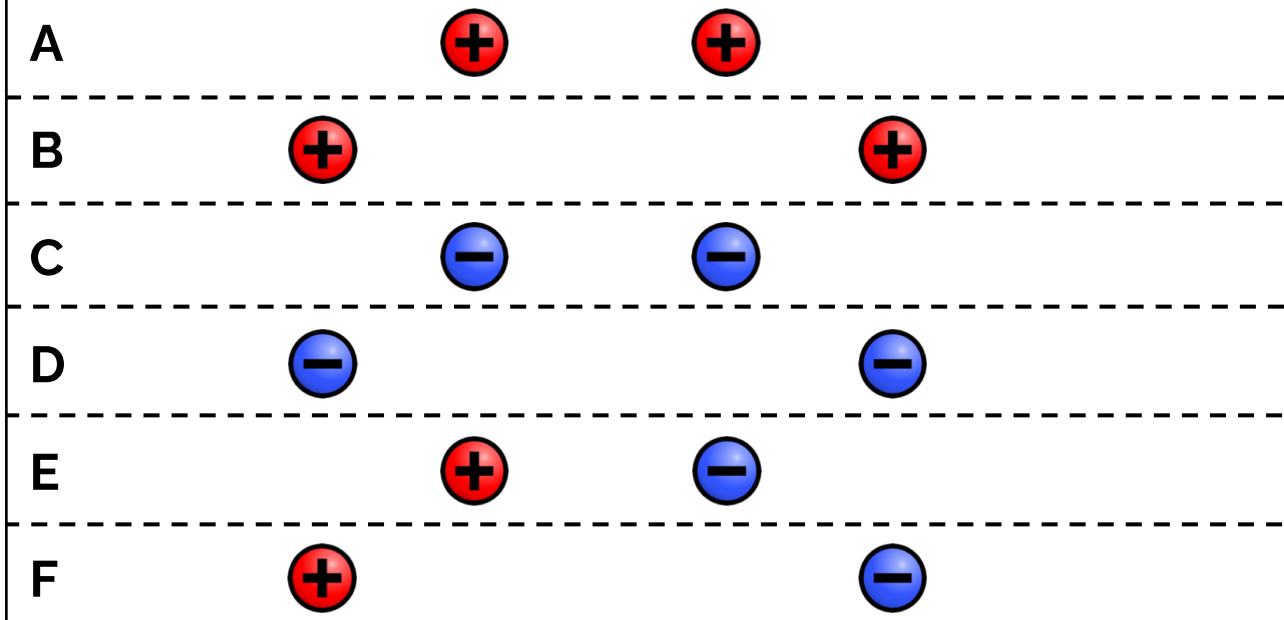
$$\vec{\nabla} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$\mathit{grad}(V) = \vec{\nabla}V = \left( \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right)$$

$$\mathit{div}(\vec{E}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\mathit{rot}(\vec{E}) = \vec{\nabla} \times \vec{E} =$$

¿Qué configuración tiene más energía? ¿Por qué?



Construyendo una distribución de carga, una carga a la vez

$$\Delta U_1 = \int_{\infty}^A \vec{F}_{ext,1} \cdot d\vec{\ell}$$




$$U = \Delta U_1$$

Construyendo una distribución de carga, una carga a la vez

$$\Delta U_2 = \int_{\infty}^B \vec{F}_{ext,2} d\vec{\ell} = \int_{\infty}^B (-\vec{F}_{1,2}) d\vec{\ell} = \int_B^{\infty} \vec{F}_{1,2} d\vec{\ell} = \int_B^{\infty} q_2 \vec{E}_1 d\vec{\ell}$$

$$\vec{F}_{ext,2} + \vec{F}_{1,2} = 0 \qquad \qquad \qquad A \qquad \qquad \qquad = q_2 (V_1(B) - V_1(\infty))$$



$$\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad = q_2 V_1(B)$$

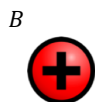


$$U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3$$

Construyendo una distribución de carga, una carga a la vez

$$\Delta U_3 = \int_{\infty}^C \vec{F}_{ext,3} d\vec{\ell} = q_3 (V_1(C) + V_2(C))$$

$$\vec{F}_{ext,3} + \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_{2,3} = 0$$



$$U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3$$

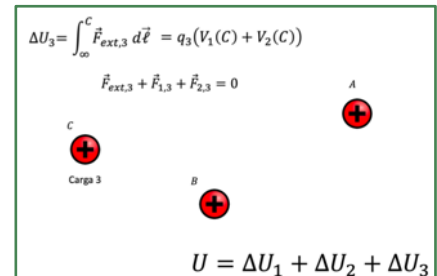
Construyendo una distribución de carga, una carga a la vez

$$U = 0 + q_2 V_1(\vec{r}_2) + q_3 V_1(\vec{r}_3) + q_3 V_2(\vec{r}_3)$$

$$U = \sum_{m=1}^N \sum_{n < m}^N q_m V_n(\vec{r}_m)$$

pero, pero, pero ...

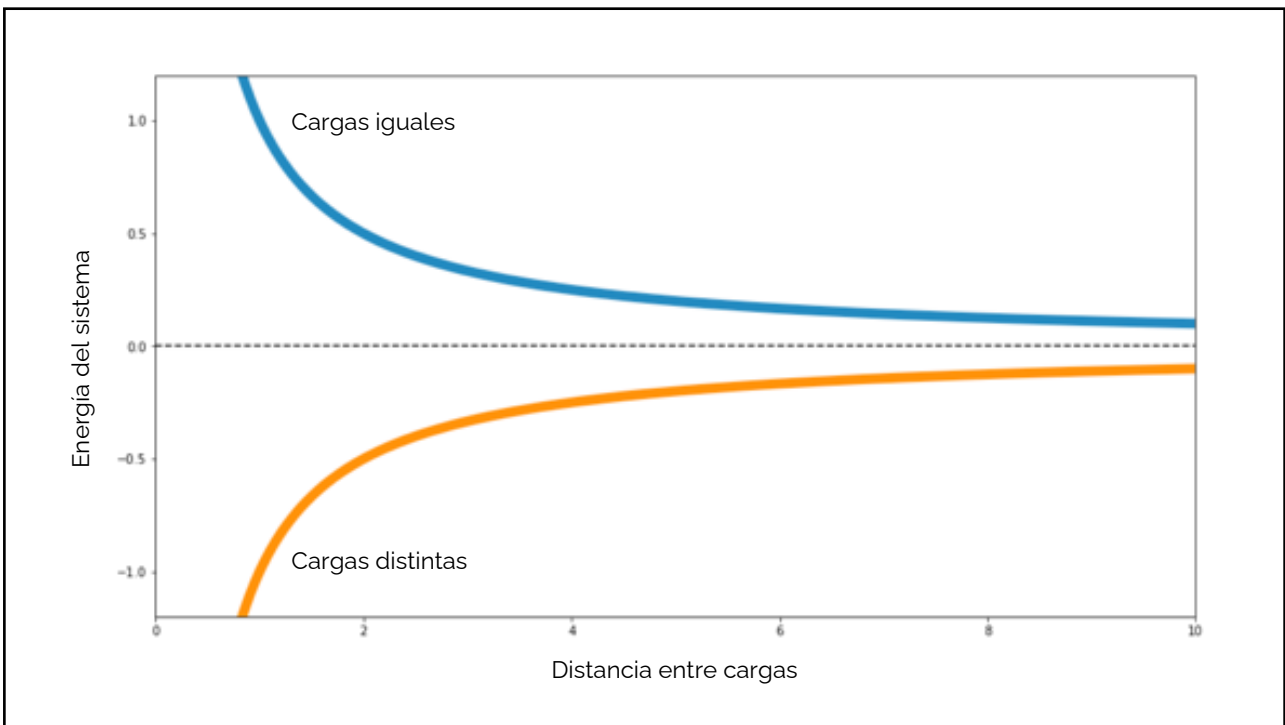
$$q_m V_n(\vec{r}_m) = q_m \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_n}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|} = q_n V_m(\vec{r}_n)$$



## Energía de una distribución discreta de cargas

$$U = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N q_m V_n(\vec{r}_m) = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{m=1}^N \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N \frac{q_m q_n}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|}$$

¿Qué configuración tiene más energía? ¿Por qué?

$$U = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{m=1}^N \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N \frac{q_m q_n}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|}$$


## Energía de una distribución continua de cargas

$$U = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N q_m V_n(\vec{r}_m)$$

$$U = \frac{1}{2} \iiint \rho(\vec{r}') V(\vec{r}') dV'$$

$$= \frac{1}{2} \iiint \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}') V(\vec{r}') dV'$$

Un campo vectorial queda unívocamente definido por el **flujo** y la **circulación**

**Flujo** a través de cualquier **superficie cerrada**

$$\oint_{S(V)} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho(\vec{r}') dV'$$

$\vec{\nabla} = \left( \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} \right)$

**Circulación** a través de cualquier **curva cerrada**

$$\oint_C \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{\ell} = 0 \quad \int_{\text{enc}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\text{enc}} (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{S}$$

**Forma diferencial**

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$   
Divergencia del campo eléctrico

Rotor del campo eléctrico  
 $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

## Regla del producto para campos vectoriales

### Regla del producto

$$(f g)' = f' g + f g'$$

### Para campos vectoriales

$A$  campo vectorial

$b$  campo escalar

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} b) = b (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} b)$$

$$\text{div}(\vec{A} b) = b (\text{div} \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\text{grad } b)$$

## Energía de una distribución continua de cargas

$$U = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N q_m V_n(\vec{r}_m)$$

$$U = \frac{1}{2} \iiint \rho(\vec{r}') V(\vec{r}') dV'$$

$$= \frac{1}{2} \iiint \epsilon_0 \underline{\vec{\nabla} \vec{E}(\vec{r}') V(\vec{r}') dV'}$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \iiint \left[ \vec{\nabla} (\vec{E}(\vec{r}') V(\vec{r}')) - \vec{E}(\vec{r}') \vec{\nabla} V(\vec{r}') \right] dV'$$

Regla del producto para campos vectoriales

Regla del producto

$$(f g)' = f' g + f g'$$

Para campos vectoriales

$A$  campo vectorial

$b$  campo escalar

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} b) = b (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} b)$$

$$\text{div}(\vec{A} b) = b (\text{div} \vec{A}) + \vec{A} (\text{grad} b)$$

## Energía de una distribución continua de cargas

$$U = \frac{\epsilon_0}{2} \iiint \left[ \vec{\nabla} (\vec{E}(\vec{r}') V(\vec{r}')) - \vec{E}(\vec{r}') \vec{\nabla} V(\vec{r}') \right] dV'$$

$$-\vec{\nabla} V = \vec{E}$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \iiint \vec{\nabla} (\vec{E}(\vec{r}') V(\vec{r}')) dV' + \frac{\epsilon_0}{2} \iiint \vec{E}(\vec{r}') \vec{E}(\vec{r}') dV'$$

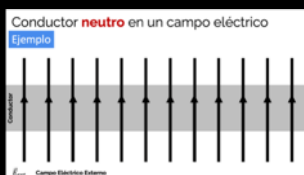
Teorema de Gauss

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \iint_{s(\text{vol})} \vec{E}(\vec{r}') V(\vec{r}') d\vec{S}' + \frac{\epsilon_0}{2} \iiint_{\text{vol}} \vec{E}(\vec{r}') \vec{E}(\vec{r}') dV'$$

# Energía de una distribución continua de cargas

$$U = \frac{\epsilon_0}{2} \iiint_{\text{espacio}} |\vec{E}(\vec{r}')|^2 dV'$$

¿Qué es un conductor  
y  
cómo afecta  
al campo eléctrico?



Seguimos el próximo lunes

Watch Credits

▶ Next Episode