



La Ecuación de Poisson (y de Laplace)

Forma diferencial

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Divergencia del campo eléctrico

Rotor del campo eléctrico

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

$$\frac{\rho}{\epsilon_0} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla}V) = -\nabla^2 V$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

¿Es único el potencial V ?

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Supongamos que hay 2: V_1 y V_2

En un volumen valen distinto y en la superficie de ese volumen valen igual

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 V_1 &= -\frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla^2 V_2 &= -\frac{\rho}{\epsilon_0} \end{aligned} \right\} V_3 = V_1 - V_2 \longrightarrow \nabla^2 V_3 = 0$$

¿Es único el potencial V ?

$$\nabla^2 V_3 = 0$$

$$V_3 = 0 \text{ en } S$$

$$\vec{F} = (\vec{\nabla} V_3) V_3$$

$$\oiint_{S(V)} (\vec{\nabla} V_3) V_3 d\vec{S} =$$

Teorema
de Gauss

$$\iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{F}) dV = \oiint_S (\mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}}) dS.$$

$$= \iiint_V \vec{\nabla} \cdot ((\vec{\nabla} V_3) V_3) dV' =$$

Regla del producto para campos vectoriales

Regla del producto	Para campos vectoriales
$(fg)' = f'g + fg'$	A campo vectorial
	b campo escalar
	$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} b) = b (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} b)$
	$\text{div}(\vec{A} b) = b (\text{div} \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\text{grad } b)$

$$= \iiint_V [V_3 (\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} V_3)) + (\vec{\nabla} V_3) \cdot (\vec{\nabla} V_3)] dV'$$

¿Es único el potencial V ?

$$\nabla^2 V_3 = 0 \quad V_3 = 0 \text{ en } S$$

$$0 = \oint_{S(V)} (\vec{\nabla} V_3) V_3 d\vec{S} = \underbrace{\iiint_V [(\vec{\nabla} V_3) \cdot (\vec{\nabla} V_3)] dV}_{\geq 0}$$

$$\vec{\nabla} V_3 = 0$$

$$V_3 = c$$

$$\text{Como en } S=0 \quad V_3 = 0 \quad V_1 = V_2$$