
## La Ecuación de Poisson (y de Laplace)

**Forma diferencial**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Divergencia del campo eléctrico

Rotor del campo eléctrico

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

$$\frac{\rho}{\varepsilon_0} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \left(-\vec{\nabla} \mathrm{V}\right) = -\nabla^2 V$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

## ¿Es único el potencial V?

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Supongamos que hay 2: $V_1$ y $V_2$

En un volumen valen distinto y en la superficie de ese volumen valen igual

$$\left.\begin{array}{l} \nabla^2 V_1 = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \\[2ex] \nabla^2 V_2 = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \end{array}\right\} \quad \boldsymbol{V_3 = V_1 - V_2} \longrightarrow \nabla^2 V_3 = 0$$

## ¿Es único el potencial V?

$$\nabla^2 \mathrm{V}_3 = 0 \qquad \mathrm{V}_3 = 0 \text{ en S}$$

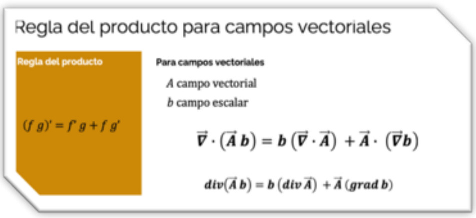
$$\boxed{\vec{\mathrm{F}} = (\vec{\nabla}\mathrm{V}_3)\,\mathrm{V}_3}$$

$$\oiint_{\mathrm{S(V)}} (\vec{\nabla}\mathrm{V}_3)\,\mathrm{V}_3\,\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} =$$

**Teorema de Gauss**

$$\boxed{\iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{F})\,\mathrm{d}V = \oiint_S (\mathbf{F}\cdot\hat{\mathbf{n}})\,\mathrm{d}S.}$$

$$= \iiint_{\mathrm{V}} \vec{\nabla}\cdot\left((\vec{\nabla}\mathrm{V}_3)\,\mathrm{V}_3\right)\mathrm{dV'} =$$




$$= \iiint_{\mathrm{V}} \left[\mathrm{V}_3\left(\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\mathrm{V}_3)\right) + (\vec{\nabla}\mathrm{V}_3)\cdot(\vec{\nabla}\mathrm{V}_3)\right]\mathrm{dV'}$$

¿Es único el potencial V?

$\nabla^2 V_3 = 0$ $\quad\quad$ $V_3 = 0$ en S

$$0 = \oiint_{S(V)} (\vec{\nabla} V_3)\, V_3 d\vec{S} = \iiint_V \underbrace{[(\vec{\nabla} V_3) \cdot (\vec{\nabla} V_3)]}_{\geq \mathbf{0}}\, dV$$

$$\vec{\nabla} V_3 = 0$$

$$V_3 = c$$

Como en S=0 $\quad V_3 = 0 \quad\quad V_1 = V_2$