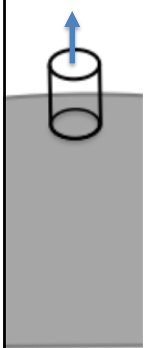

# Carga y potencial de un conductor

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \xrightarrow{\text{fuera}} \nabla^2 V = 0$$



$$E_\perp = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = -\frac{\partial V}{\partial n}$$

Derivada en la dirección de la normal saliente

La Ecuación de Poisson (y de Laplace)

Forma diferencial

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Divergencia del campo eléctrico

Rotor del campo eléctrico

$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$

$$\frac{\rho}{\varepsilon_0} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} V) = -\nabla^2 V$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

La ecuación tiene **una solución única** dada una condición de contorno en una **superficie cerrada**.

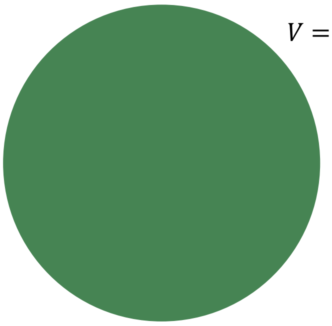
$$\boxed{q_{\text{conductor}} = \oint\!\!\oint_{\text{conductor}} \left(-\varepsilon_0 \frac{\partial V}{\partial n}\right) dS}$$

## Carga y potencial de un conductor

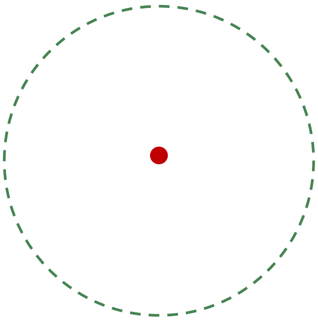
$$q = C\,V$$

**C**apacidad
(¡es un factor geométrico!)

**Ejemplo** Conductor esférico



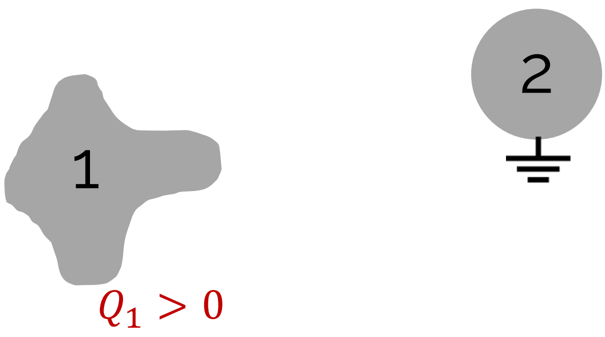
$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$



$$C = \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

## Carga y potencial de un sistema de conductores

$$q = C\,V$$

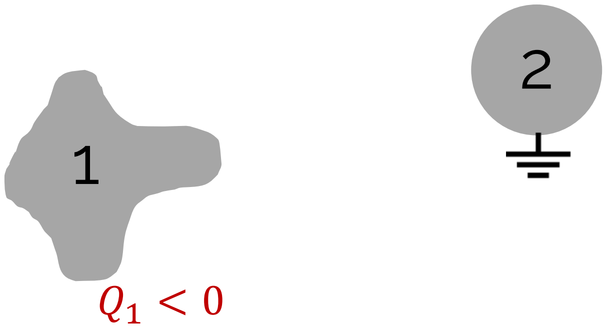



$$Q_1 = C_{11}V_1$$
$$Q_2 = C_{21}V_1$$

$$C_{11} > 0$$
$$C_{21} < 0$$

## Carga y potencial de un sistema de conductores

$$q = C\,V$$

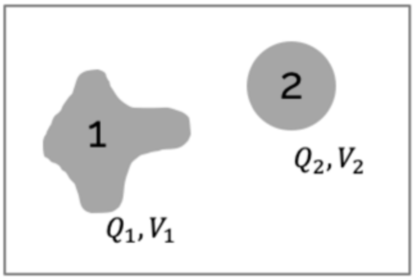



$$Q_1 = C_{11} V_1$$
$$Q_2 = C_{21} V_1$$

$$C_{11} > 0$$
$$C_{21} < 0$$

## Carga y potencial de un sistema de conductores

$$q = C\,V$$



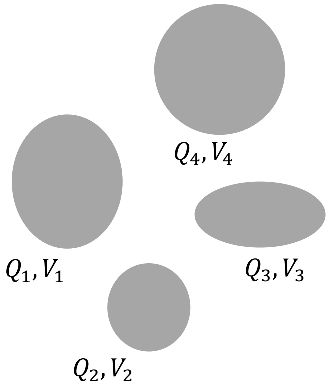

$$Q_1 = C_{11} V_1 + C_{12} V_2$$
$$Q_2 = C_{21} V_1 + C_{22} V_2$$

$$C_{mn}$$

| | | |
|---|---|---|
| $m = n$ | Coeficientes de **capacidad** de los conductores en el sistema | $> 0$ |
| $m \neq n$ | Coeficientes de **inducción** de los conductores en el sistema | $< 0$ |
| | $C_{mn} = C_{nm}$ | |

## Carga y potencial de un sistema de conductores

$$q = C\,V$$

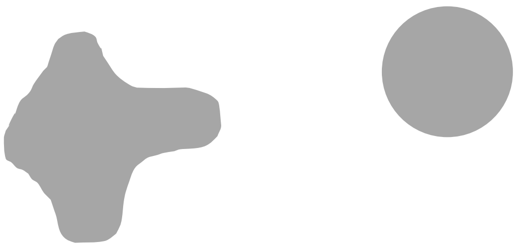



$$Q_m = \sum_n C_{mn} V_n$$

$$C_{mn}$$

| | | |
|---|---|---|
| $m = n$ | Coeficientes de **capacidad** de los conductores en el sistema | $> 0$ |
| $m \neq n$ | Coeficientes de **inducción** de los conductores en el sistema | $< 0$ |
| | $C_{mn} = C_{nm}$ | |

## Energía de un sistema de conductores



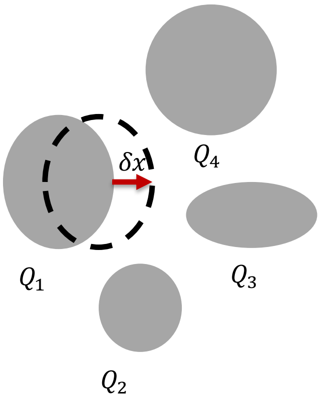
**Energía de una distribución discreta de cargas**

$$U = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{n=1\\ n\neq m}}^{N} q_m V_n(\vec{r}_m) = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{n=1\\ n\neq m}}^{N} \frac{q_m\, q_n}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|}$$

$$U = \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{Nc} Q_p\, V_p = \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{Nc}\sum_{q=1}^{Nc} C_{pq}\, V_p\, V_q$$

$p, q$ recorren los $Nc$ conductores

## Fuerza electrostática sobre un sistema de conductores (carga constante)



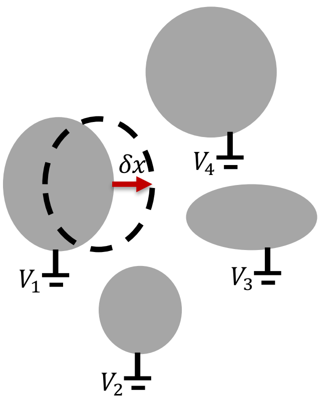

$$\delta U_{sis} + \delta L_{elec} = 0$$

$$\delta U_{sis} = \frac{\partial U_{sis}}{\partial x}\delta x = -\delta L_{elec} = -F_{x,elec}\delta x$$

$$\boxed{F_{x,elec} = -\frac{\partial U_{sis}}{\partial x}}$$

a carga constante

## Fuerza electrostática sobre un sistema de conductores (potencial constante)



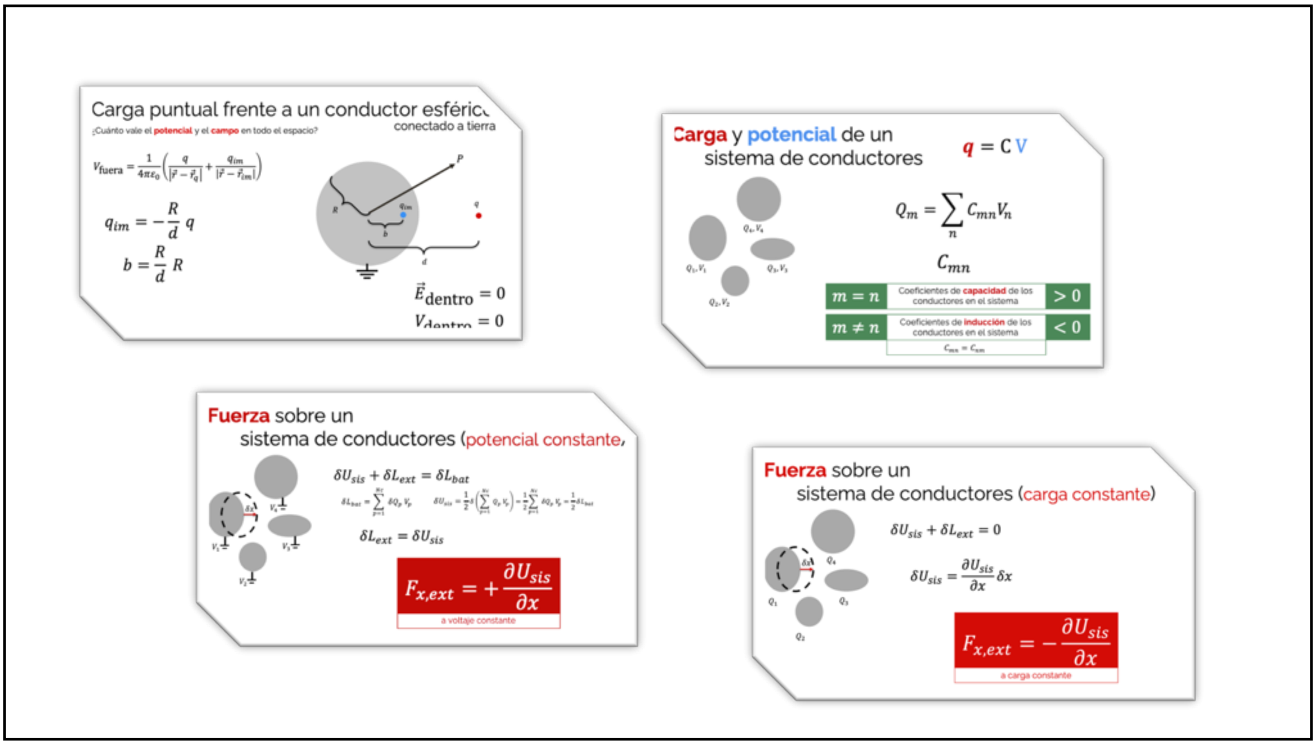

$$\delta U_{sis} + \delta L_{elec} = \delta L_{bat}$$

$$\delta L_{bat} = \sum_{p=1}^{Nc} \delta Q_p V_p \qquad \delta U_{sis} = \frac{1}{2}\delta\left(\sum_{p=1}^{Nc} Q_p V_p\right) = \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{Nc} \delta Q_p V_p = \frac{1}{2}\delta L_{bat}$$

$$\delta L_{elec} = \delta U_{sis}$$

$$\boxed{F_{x,elec} = +\frac{\partial U_{sis}}{\partial x}}$$

a voltaje constante


Carga puntual frente a un conductor esféric
conectado a tierra
¿Cuánto vale el potencial y el campo en todo el espacio?
$q_{im} = -\frac{R}{d} q$
$b = \frac{R}{d} R$
$\vec{E}_{dentro} = 0$
Carga y potencial de un sistema de conductores
$q = C V$
$Q_m = \sum_n C_{mn} V_n$
$C_{mn}$
$m = n$
Coeficientes de capacidad de los conductores en el sistema
$> 0$
$m \neq n$
Coeficientes de inducción de los conductores en el sistema
$< 0$
Fuerza sobre un sistema de conductores (potencial constante
$\delta U_{sis} + \delta L_{ext} = \delta L_{bat}$
$\delta L_{ext} = \delta U_{sis}$
$F_{x,ext} = + \frac{\partial U_{sis}}{\partial x}$
a voltaje constante
Fuerza sobre un sistema de conductores (carga constante)
$\delta U_{sis} + \delta L_{ext} = 0$
$\delta U_{sis} = \frac{\partial U_{sis}}{\partial x} \delta x$
$F_{x,ext} = - \frac{\partial U_{sis}}{\partial x}$
a carga constante