Física 3: Electricidad y Magnetismo

Pablo Dmitruk

Clase 15b

Campo magnético de una espira pequeña o muy lejos de la espira

Lo hacemos con el potencial vector $$\vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}}) = \oint_{\mathcal{C}} \frac{\kappa\, I'\, \vec{\mathbf{dl}}'}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|}$$

para $r \gg r'$ $$|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}'}|^{-1} \approx r^{-1}\left(1 + \frac{\vec{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}'}}{r^2}\right)$$

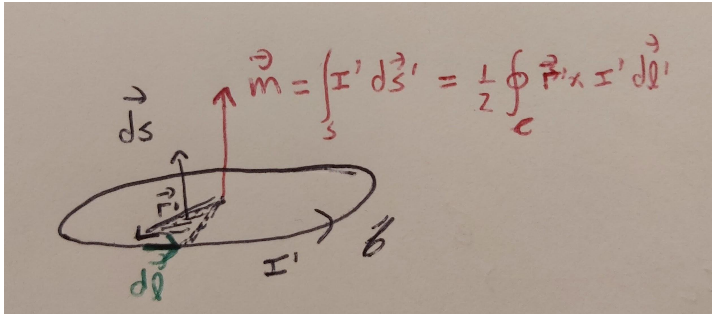
$$\Rightarrow \vec{\mathbf{A}} \approx \kappa I' \left[\frac{1}{r}\oint_C \vec{\mathbf{dl}}' + \frac{1}{r^3}\oint_C \vec{\mathbf{dl}}'(\vec{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}}')\right]$$

$\oint_C \vec{\mathbf{dl}}' = 0$ → No hay término monopolar en el desarrollo → no hay monopolos magnéticos

$$\oint_C \vec{\mathbf{dl}}'(\vec{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}}') = \int_{S(C)} \vec{\mathbf{dS}}' \times \vec{\nabla}'(\vec{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}}') = \int_{S(C)} \vec{\mathbf{dS}}' \times \vec{\mathbf{r}}$$

En donde empleamos una generalización del teo. de Stokes

$$\Rightarrow \quad \vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\kappa I'}{r^3}\int_{S(C)} \vec{\mathbf{dS}}' \times \vec{\mathbf{r}} = \kappa \frac{\vec{\mathbf{m}} \times \vec{\mathbf{r}}}{r^3} \quad \text{con} \quad \vec{\mathbf{m}} = \int_{S(C)} I' \, \vec{\mathbf{dS}}' = \frac{1}{2}\oint_C \vec{\mathbf{r}}' \times I' \vec{\mathbf{dl}}'$$



el momento dipolar magnético de la espira

en volumen sería $\vec{\mathbf{m}} = \frac{1}{2}\int \vec{\mathbf{r}}' \times \vec{\mathbf{j}}\,(\vec{\mathbf{r}}')\, d\mathcal{V}'$

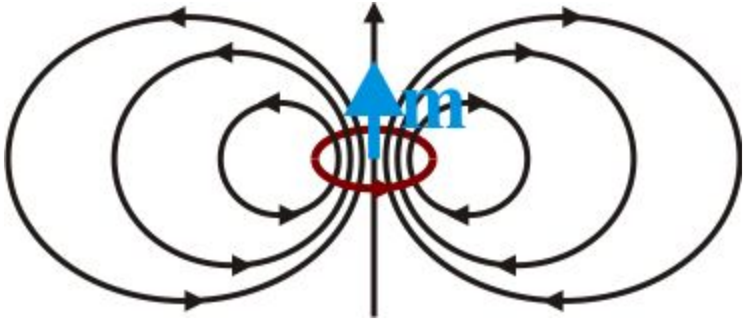
Para obtener el campo magnético nos falta tomar el rotor,

$$\vec{\mathbf{B}} = \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{A}} = \kappa \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{\mathbf{m}} \times \vec{\mathbf{r}}}{r^3}\right) = \kappa \left[\vec{\mathbf{m}}\left(\vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r^3}\right) - (\vec{\mathbf{m}} \cdot \vec{\nabla})\frac{\vec{\mathbf{r}}}{r^3}\right]$$

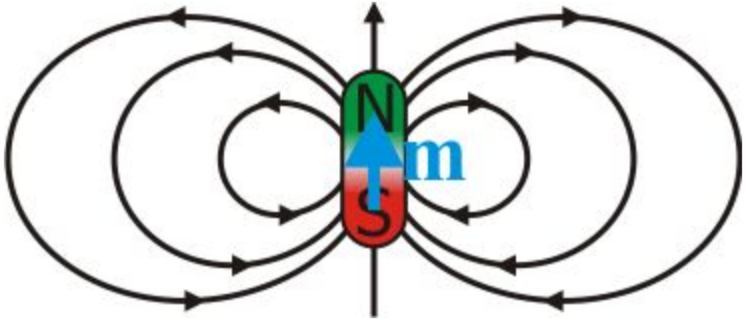
$$(\vec{\mathbf{m}} \cdot \vec{\nabla})\frac{\vec{\mathbf{r}}}{r^3} = \frac{\vec{\mathbf{m}}}{r^3} - \frac{3(\vec{\mathbf{m}} \cdot \vec{\mathbf{r}})}{r^5}\vec{\mathbf{r}} \quad y \quad \vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r^3} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\mathbf{B}} = \frac{\kappa}{r^3}\left[\frac{3(\vec{\mathbf{m}} \cdot \vec{\mathbf{r}})}{r^2}\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{m}}\right]$$

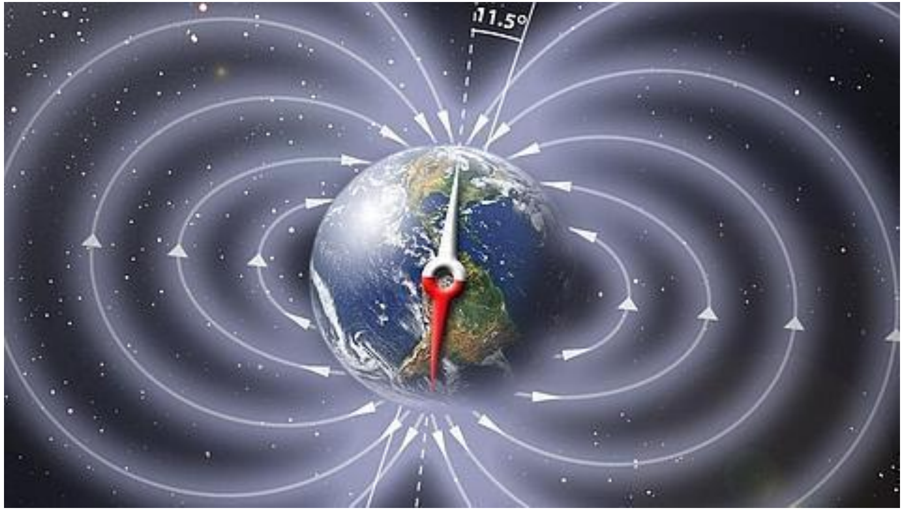
Es idéntico al campo eléctrico de un dipolo, si hacemos $\vec{\mathbf{m}} \to \vec{\mathbf{p}} \;\; , \;\; \kappa \to k$



campo magnético de un dipolo magnético $\vec{\mathbf{m}}$

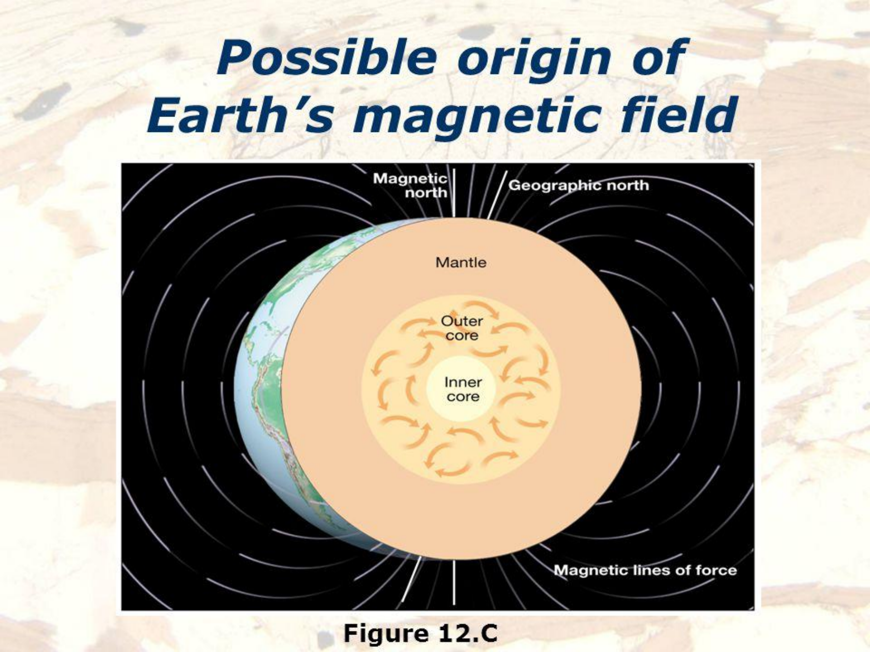


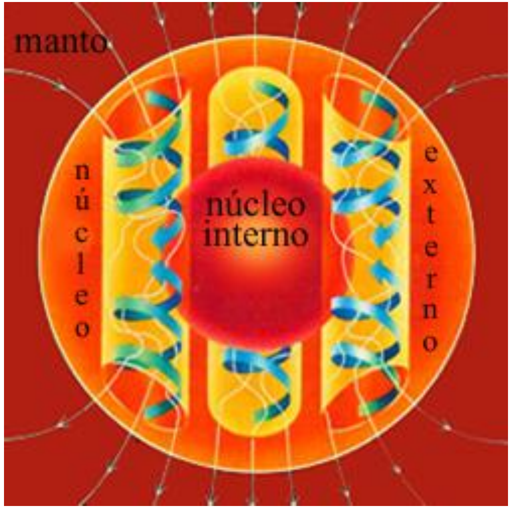
campo magnético de un imán

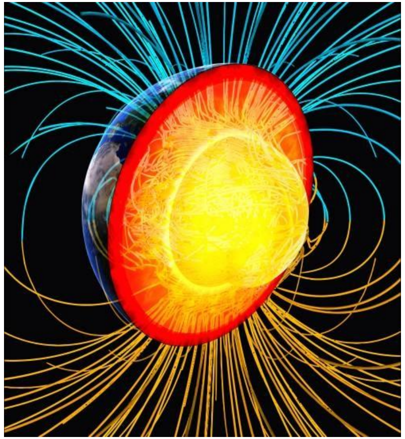


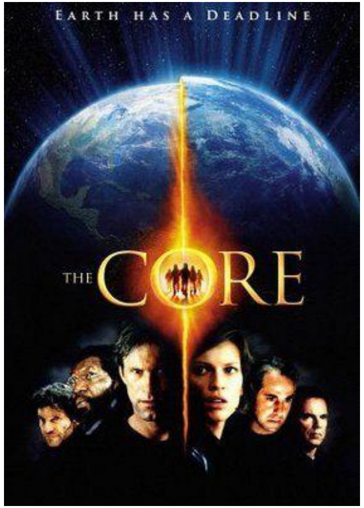
campo magnético terrestre !

Cuál es el origen del campo magnético terrestre ?





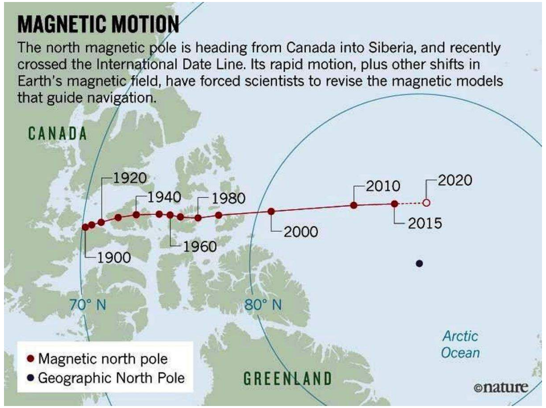




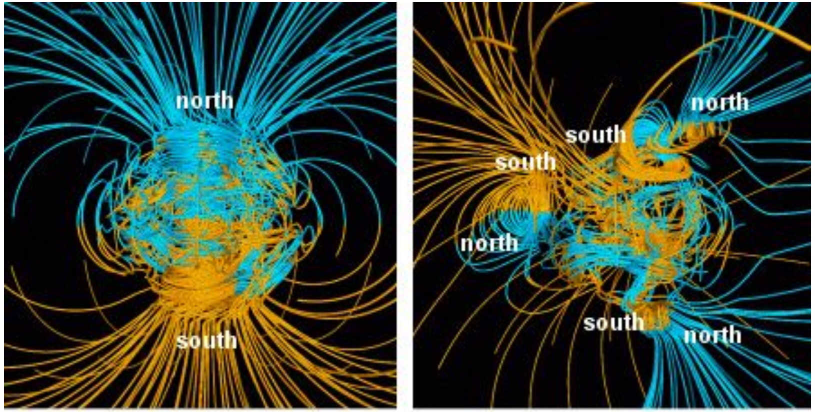
magnetofluido → metal líquido en movimiento, con cargas libres
→ ecuaciones magnetohidrodinámicas → dínamo

El campo magnético terrestre es dinámico y va cambiando en el tiempo.

Los polos magnéticos de hecho se están moviendo.



y en escalas de tiempo grandes pueden ocurrir reversiones de la polaridad magnética

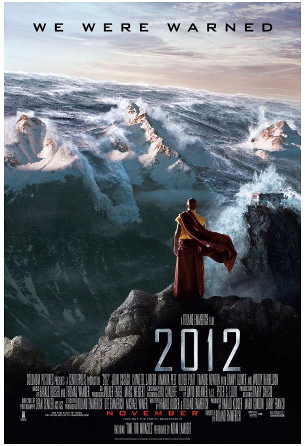


between reversals

during a reversal

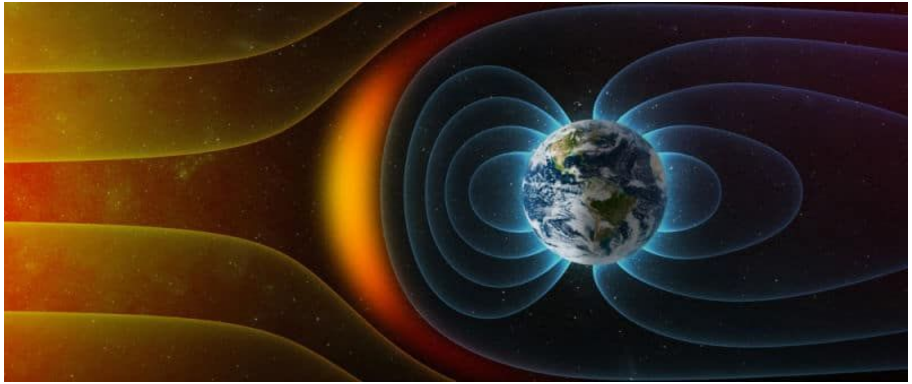
Simulación numérica de una reversión magnética terrestre.

y una película...

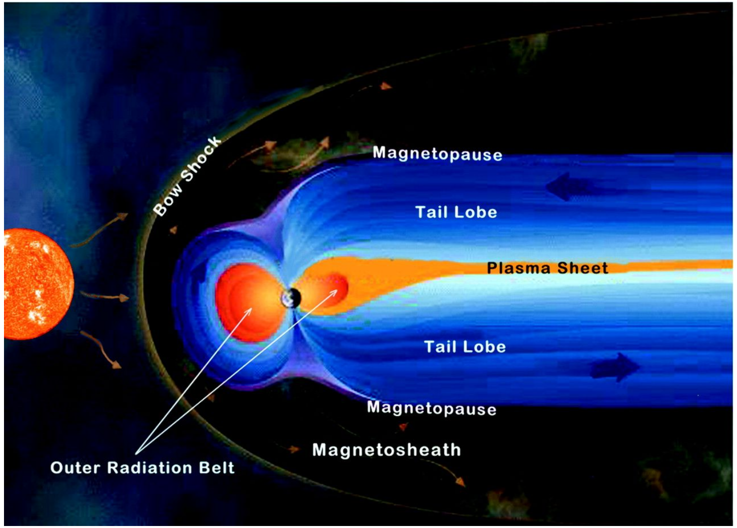


Un video un poco más sensacionalista….

El campo magnético terrestre además se ve fuertemente influenciado por el Sol y el *viento solar*.



magnetósfera terrestre



magnetósfera: simulaciones