

**Ley de Coulomb, campo electrostático, distribuciones de carga, energía.**

1. Calcular el cociente  $q/m$  entre la carga y la masa de dos partículas idénticas que se repelen electrostáticamente con la misma fuerza con que se atraen gravitatoriamente. Comparar el valor hallado con el cociente  $q/m$  del electrón.

Datos:  $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$  ;  $k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$  ;  $m_e \simeq 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$  ;  
 $q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

2. Calcular la fuerza gravitatoria entre dos esferas de 1 cm de cobre separadas por una distancia de 1 m. Si se retirara a cada esfera un electrón por átomo, ¿cuál será la fuerza de repulsión electrostática entre ambas?

Datos:  $\delta_{\text{Cu}} = 9 \text{ g/cm}^3$ ; peso atómico del Cu: 63,5 g/mol;  $N_A = 6 \times 10^{23}$ .

3. Hallar la fuerza neta sobre una carga  $q$  ubicada en el centro de un cuadrado de lado  $L$ , cuando se han colocado cargas  $q$ ,  $2q$ ,  $4q$  y  $2q$ , en los cuatro vértices (en ese orden). Para simplificar el cálculo, tenga en cuenta la simetría de la configuración de cargas.
4. En dos vértices contiguos de un cuadrado de lado  $L$  se hallan dos cargas  $q$ . En los dos vértices restantes se colocan dos cargas  $-q$ . Determine, por razonamientos de simetría, cuál será la dirección y el sentido del campo sobre los ejes del cuadrado perpendiculares a sus lados. Calcular el campo eléctrico sobre esos ejes. Graficar sus componentes en el rango de distancias  $[-4L, 4L]$  ¿Existe algún punto de equilibrio?
5. Un hilo muy fino de longitud  $L$  está cargado uniformemente con una carga total  $Q$ . Calcular y graficar el campo eléctrico en todo punto del espacio.
6. Una corona circular de radios  $a$  y  $b$  tiene una densidad de carga uniforme  $\sigma$ .
  - a) Hallar el campo eléctrico en su eje.
  - b) Deducir, a partir del resultado anterior, cuál es el campo eléctrico en el eje de un disco de radio  $b$  (cargado uniformemente). Obtener luego el campo eléctrico de un plano cargado uniformemente.

En cada caso, estudie la continuidad del campo y obtenga el valor del “salto” en la discontinuidad.

**Problema numérico:** Para un disco de radio  $R$  cargado con densidad superficial uniforme  $\sigma$ , graficar el campo en función de la coordenada radial a distintas distancias en la dirección normal al disco y discutir en que región del espacio es válido suponerlo infinito.

7. Utilizando el teorema de Gauss, calcular el flujo de campo eléctrico sobre cada una de las caras de un cubo, cuando en su centro se coloca una carga  $q$ . Repetir el cálculo cuando la carga  $q$  está en uno de los vértices del cubo.

8. En cada uno de los siguientes casos determinar, explotando la simetría de la configuración de cargas, cuál será la dirección del campo eléctrico y de qué coordenadas dependerán sus componentes. Utilizando el teorema de Gauss, determinar el campo eléctrico en todo el espacio, y a partir de éste, calcular el potencial electrostático. Graficar las líneas de campo y las superficies equipotenciales.
- Un hilo infinito con densidad lineal uniforme  $\lambda$ .
  - Un cilindro circular infinito de radio  $R$ , cargado uniformemente en volumen, con densidad  $\rho$ .
  - Un plano con densidad superficial de carga uniforme  $\sigma$ .
  - Una esfera de radio  $R$  con densidad uniforme  $\rho$ .
  - Una esfera de radio  $R$  con densidad  $\rho = A r^n$  ( $A$  y  $n$  constantes).
9. Calcule el potencial electrostático para la situación descrita en el Problema 5 y grafique sus superficies de nivel. Verifique que su gradiente es  $-E$ . ¿Qué ocurre cuando la longitud del hilo se hace infinita?
10. Una distribución superficial de carga  $\sigma$  puede considerarse como un caso límite de una carga distribuida dentro de un volumen tal que una de sus dimensiones puede considerarse despreciable.
- Considere entonces una lámina plana infinita de espesor  $D$ , cargada uniformemente con densidad  $\rho_0$ . Calcule y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico.
  - Suponga que se comprime la lámina de tal forma que  $D$  tiende a cero. Como la carga total no puede variar, la densidad  $\rho$  aumentará (tendiendo a infinito) como resultado de la compresión. Escriba  $\rho$  como función de  $D$ . ¿Cómo definiría la densidad superficial de carga  $\sigma$ ? Encuentre y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico cuando  $D$  tiende a cero.
11. En ciertas condiciones, el campo eléctrico de la atmósfera apunta hacia la superficie de la tierra. Sobre la superficie su valor es de  $300 \text{ V/m}$ , mientras que a  $1400 \text{ m}$  de altura es de  $20 \text{ V/m}$ .
- Calcule la carga total contenida en un volumen cilíndrico vertical, cuya base está sobre la superficie terrestre y su altura es de  $1400 \text{ m}$ . ¿Cuál es la carga media por unidad de volumen en esa región de la atmósfera? (Suponga que el problema es plano).
  - En la atmósfera podemos encontrar iones negativos y positivos. Suponiendo que el valor absoluto de la carga de cada ión es  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ , escriba la densidad de carga como función de  $n_-$  y  $n_+$  (número de iones negativos y positivos por

unidad de volumen). ¿Cuál es la diferencia entre el número de iones positivos y negativos en 1 cm?

12. Utilizando un razonamiento similar al del Problema 10 (b), obtenga el campo eléctrico sobre el eje de un anillo de radio  $R$ , cargado uniformemente con densidad  $\lambda = \sigma(b - a)$ , partiendo del resultado para la corona circular (Problema 6). Verifique que obtiene el mismo resultado resolviendo la integral unidimensional. Calcule la fuerza que el anillo ejerce sobre un hilo rectilíneo semi-infinito, cargado uniformemente con densidad  $\lambda_0$ , que comienza en el centro del anillo y coincide con su eje.
13. Una esfera de radio  $R$ , cargada uniformemente con densidad  $\rho$ , posee un agujero esférico de radio  $r$  en su interior. El centro del agujero está a una distancia  $d < (R - r)$  del centro de la esfera. Obtenga el valor del campo eléctrico sobre el eje de simetría de la configuración y grafíquelo. Verifique que en el centro del agujero el valor del campo es el mismo que habría si no se hubiera practicado el agujero.
14. Calcule el campo eléctrico en todo punto del espacio, generado por un cilindro infinito con densidad volumétrica de carga uniforme  $\rho$ , en el que se ha realizado un orificio cilíndrico infinito no coaxial (es decir, desplazado del eje de simetría). Grafique las líneas de campo y curvas equipotenciales sobre un plano perpendicular a ambos ejes.
15. ¿Cómo se ven desde lejos los campos de las siguientes configuraciones?
  - a) Cargas de valores  $q$ ,  $q$  y  $-3q$  ubicadas en los vértices de un triángulo equilátero.
  - b) Idem, pero reemplazando la carga  $-3q$  por  $-2q$ .
  - c) Tres cargas ubicadas sobre una misma recta. Una de carga  $-2q$  en el centro y a cada lado, dos cargas iguales de valor  $q$  separadas una distancia  $a$ .

Grafique cuantitativamente y cualitativamente las líneas de campo.

16. En los casos considerados en los Problemas 5 y 6, estudie el comportamiento del campo eléctrico a distancias muy grandes de la configuración de cargas. Tome el límite que corresponda. Comparelo con lo obtenido mediante la expansión multipolar.
17. Dos discos paralelos y coaxiales, ambos de radio  $R$ , separados por una distancia  $d$ , están cargados uniformemente con densidades  $\sigma$  y  $-\sigma$ .
  - a) Dibuje cualitativamente las líneas de campo en todo el espacio.
  - b) Calcule y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico sobre el eje de los discos. Calcule el momento dipolar de la distribución.
  - c) Podemos construir una distribución superficial de momento dipolar haciendo tender  $d$  a cero y  $\sigma$  a infinito, de tal forma que  $\sigma d = P_s$ . Repita el punto anterior para este caso límite.

18. Un anillo de radio  $R$  está cargado uniformemente con una carga total  $-q$ . En el centro del mismo se coloca una carga puntual  $q$ .
- ¿Cuánto valen los momentos monopolar y dipolar? ¿Depende el momento dipolar del origen de coordenadas?
  - Calcule y grafique el potencial y el campo eléctrico sobre el eje del anillo y estudie el comportamiento a distancias grandes.
19. Calcule el potencial en el centro de un disco de radio  $R$  cargado uniformemente con densidad  $\sigma$ . Determine, de manera aproximada, el potencial en el centro de un cuadrado de lado  $L$ . Sugiera distintas aproximaciones y compare con el valor exacto, que es  $4k\sigma L \ln(1 + \sqrt{2})$ .
20. Una varilla con una carga  $q > 0$ , distribuida uniformemente, se curva hasta formar una circunferencia casi completa de 50 cm de radio. La separación de los extremos es de 2 cm (medidos sobre el arco). Utilizando la simetría y el principio de superposición, determine la dirección y sentido del campo eléctrico en el centro de la circunferencia, y estime su valor sin calcular ninguna integral. ¿La estimación resulta mayor o menor que el valor real?
21. Calcular el trabajo total para traer una carga  $Q$  en cantidades infinitesimales y cuasi-estáticamente, desde un punto muy alejado hasta una esfera de radio  $R$ , originalmente descargada. Suponer que la distribución de carga es uniforme en todo momento.
- Si la esfera es cargada en superficie.
  - Si se carga en volumen en las dos siguientes formas:
    - A radio  $R$  constante,  $\rho$  crece desde cero hasta  $\rho_{\text{final}}$ .
    - Se colocan capas sucesivas de densidad  $\rho_{\text{final}}$  y el radio crece desde cero hasta  $R$ . El resultado debe ser el mismo que en (i).
  - Comparar con la energía potencial almacenada en el campo eléctrico.