

Física 3: Electricidad y Magnetismo

Pablo Dmitruk

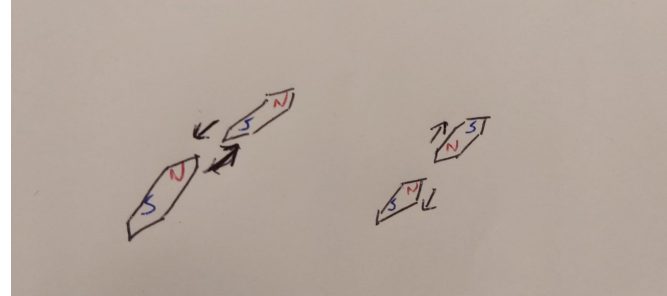
Clase 14

Magnetostática

Los griegos (A.C.) (también los chinos, D.C.) descubrieron la propiedad de ciertas rocas (magnetitas = óxido de hierro), en la región de Magnesia, de atraer o repeler pedacitos de hierro o de atraerse o repelerse entre sí, propiedad que se llamó magnetismo.



Con estas rocas armaban *agujas* que también podían orientarse o anti-orientarse ante la presencia de otra aguja.

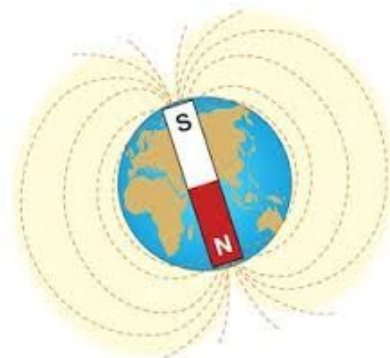
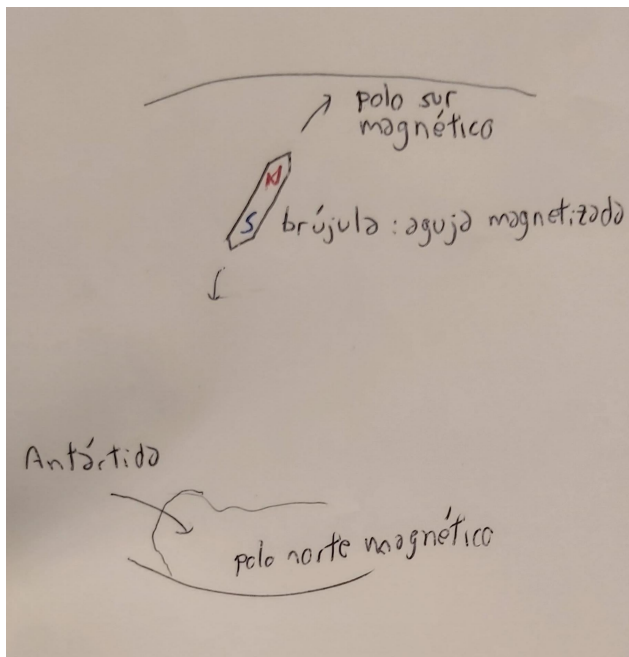


Pero a diferencia de lo observado con las cargas y el campo eléctrico la *polaridad magnética* no se observó nunca en forma separada, es decir siempre aparecían juntas las dos polaridades (N y S en este caso).

No existen monopolos magnéticos

Si se corta un imán se vuelven a formar ambos polos, N y S, en cada pedazo.

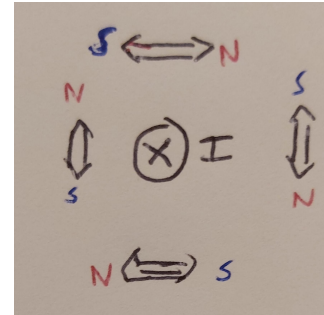
Gilbert (1600) propuso que la Tierra se comportaba como un gran imán → libro De magnete....



En 1813/1820 ocurrió el gran descubrimiento experimental de Oersted de que había una vinculación entre la electricidad y el magnetismo.

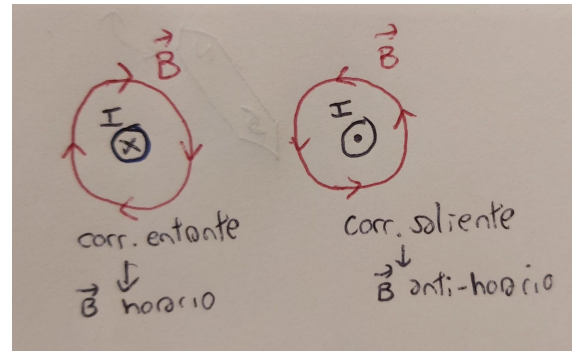


Colocando una aguja imantada ante un cable conduciendo corriente eléctrica se observaba un movimiento (desviación) en la aguja:



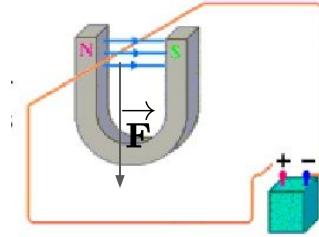
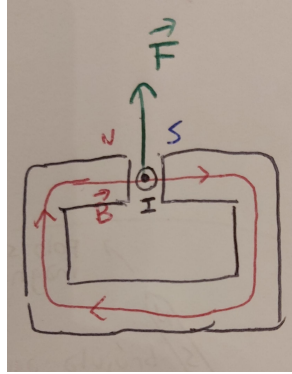
<https://www.youtube.com/watch?v=h5N2grjG8d8>

Una corriente genera un *campo magnético* alrededor del cable conductor, capaz de orientar la aguja imantada.

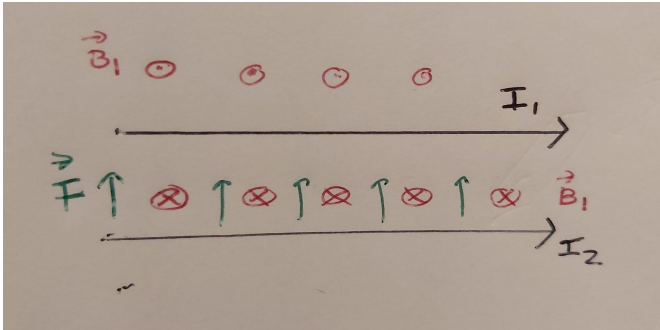


Con la regla de la mano derecha o el sacacorcho relaciono B con I

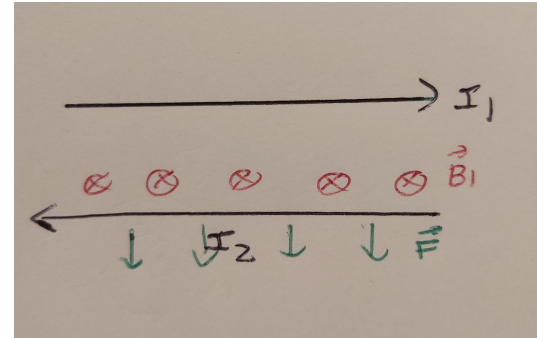
y viceversa, si tengo un imán potente puedo ejercer influencia (mover) un cable por el que circula corriente



También las corrientes en dos cables se ejercen influencia entre sí por el magnetismo que generan



Corrientes de igual signo se atraen



Corrientes de signo opuesto se repelen

Fuerza magnética sobre una carga

Con el campo eléctrico decíamos $\vec{F}_E = q\vec{E}$, de forma que midiendo la fuerza en cada punto determinamos el campo.

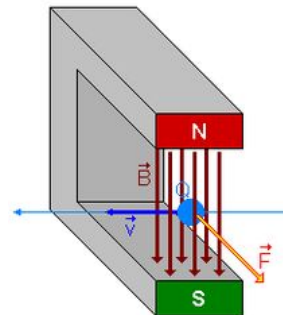
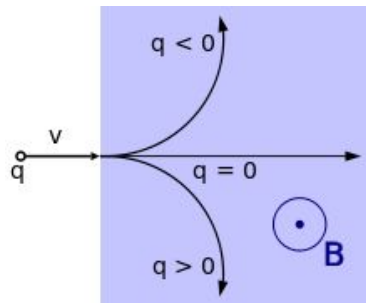
Podríamos pensar en un equivalente magnético de este procedimiento, como $\vec{F}_B = q_B\vec{B}$, pero sabemos (experimentalmente) que no existe tal cosa como “ q_B ”, es decir *no hay monopolos magnéticos*.

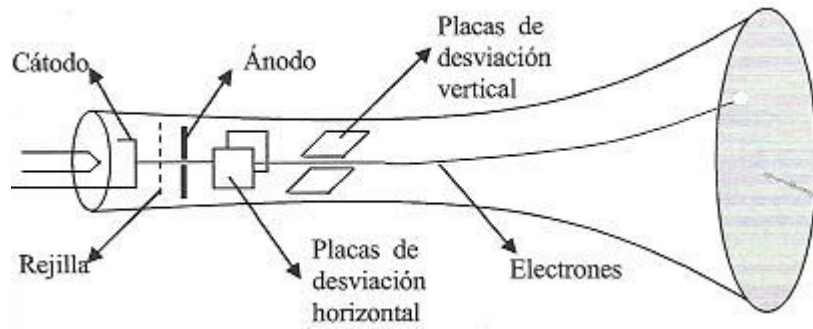
Lo que se observa experimentalmente es que la fuerza magnética aparece cuando la carga se mueve con velocidad \vec{v} , que esa fuerza es perpendicular al vector velocidad y que su módulo es proporcional a la carga y a la velocidad:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

que se conoce como [fuerza de Lorentz](#)

nos da una fuerza de deflección





[tubo de rayos catódicos](#)

Distorsión de videos en una pantalla de tubo con un imán

<https://www.youtube.com/watch?v=6t16HTP4Ri8>

→ [Nam June Paik](#)



Si actúan ambos, campo eléctrico y magnético la fuerza total, también conocida como **fuerza de Lorentz** es

$$\vec{\mathbf{F}} = q(\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}})$$

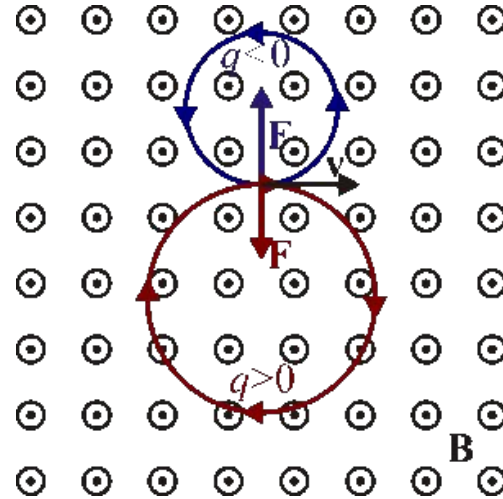
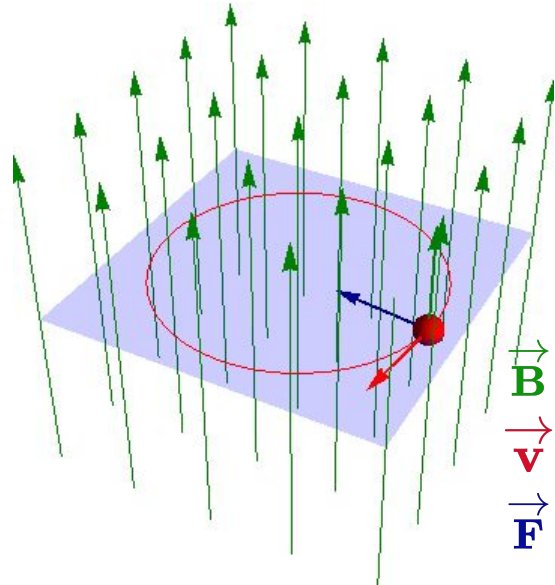
Notar que **la fuerza magnética**, como es perpendicular a la velocidad, **no hace trabajo**, a diferencia de la fuerza eléctrica.

$$W_B = \vec{\mathbf{F}}_B \cdot d\vec{\mathbf{l}} = q(\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}) \cdot d\vec{\mathbf{l}} = 0 \quad , \quad W_E = \vec{\mathbf{F}}_E \cdot d\vec{\mathbf{l}} = q\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} \neq 0$$

La fuerza magnética entonces no incrementa la energía de una partícula cargada en movimiento, pero sí puede cambiarle la dirección de movimiento, y entonces produce aceleración.

Supongamos un caso con campo magnético uniforme y sin campo eléctrico. Lo resolvemos por Newton.

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$



$$x - x_0 = R \cos(\omega t)$$

$$y - y_0 = R \sin(\omega t)$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

$$F = q v B = m a_c = m \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{m v}{q B} \quad (\text{Radio de Larmor})$$

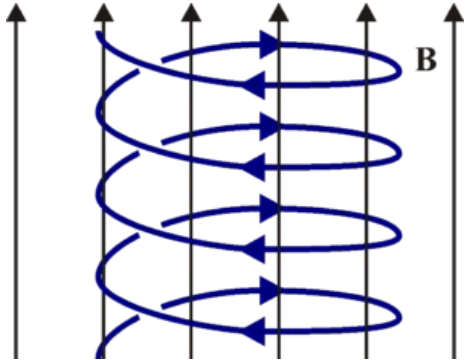
Notar que el radio de giro es más chico a menor masa \rightarrow los electrones giran en circunferencias más chicas que los protones (a igual velocidad de ingreso).

\leftarrow salen de $m\ddot{x} = q B \dot{y}$
 $m\ddot{y} = -q B \dot{x}$

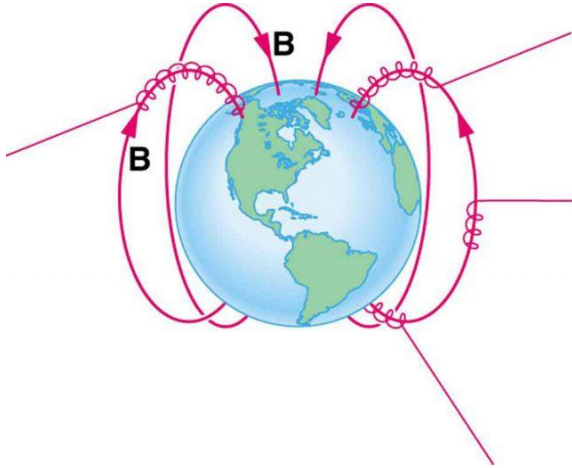
Si hay componente de la velocidad inicial (o de ingreso) en la dirección paralela al campo magnético esta no se ve afectada ya que la fuerza magnética no tiene componente en la dirección paralela al campo.

$$\text{Si } \vec{\mathbf{B}} = B\hat{\mathbf{z}} \text{ , } F_z = q(\vec{\mathbf{v}} \times B\hat{\mathbf{z}}) \cdot \hat{\mathbf{z}} = 0 = \frac{dv_z}{dt} \Rightarrow v_z = cte$$

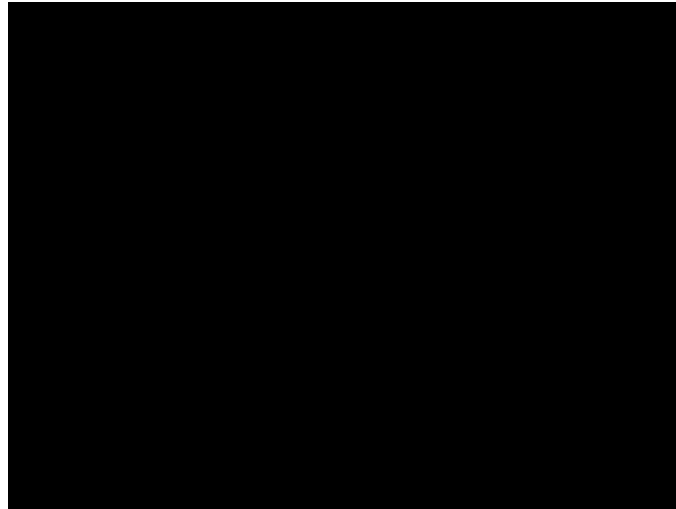
Si la carga entra entonces a la región de campo uniforme con velocidad perpendicular y paralela al campo, va a hacer un movimiento circular a la vez que sigue con la velocidad paralela constante \rightarrow describe entonces un movimiento helicoidal (con giro horario o anti-horario según el signo de la carga).



Si el campo magnético es más complicado, los movimientos serán más complejos, pero en general las **partículas cargadas**, sobre todo las de menor masa como los electrones, van a seguir las líneas de campo magnético, como **enhebradas en las líneas** → eso ocurre en las proximidades de la Tierra



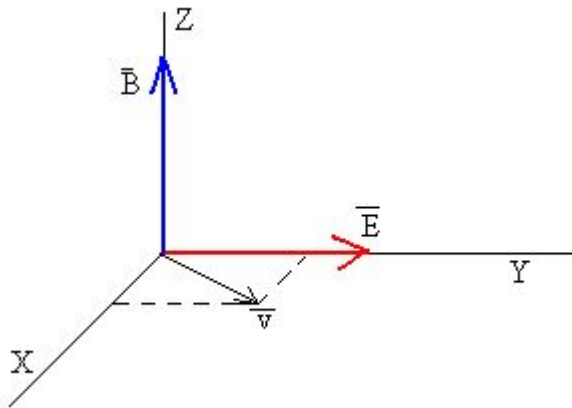
La desaceleración de las partículas genera radiación = luz (fenómeno relativista) y explica el origen de las **auroras** en los polos



aurora en Islandia

← aurora desde la Estación Espacial Internacional

[Movimiento de una carga en campos eléctrico y magnético uniformes y cruzados](#) (link externo, A.F. García, UPV)



$$m \dot{\vec{v}} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\dot{v}_x = \omega v_y \quad \omega = qB/m \quad \rightarrow \quad \ddot{v}_x + \omega^2 v_x = q^2 EB/m^2$$

$$\dot{v}_y = qE/m - \omega v_x$$

$$\dot{v}_z = 0$$

$$v_x = (v_{0x} - v_d) \cos(\omega t) + v_{0y} \sin(\omega t) + v_d$$

$$v_y = -(v_{0x} - v_d) \sin(\omega t) + v_{0y} \cos(\omega t) \quad v_z = v_{0z} = 0$$

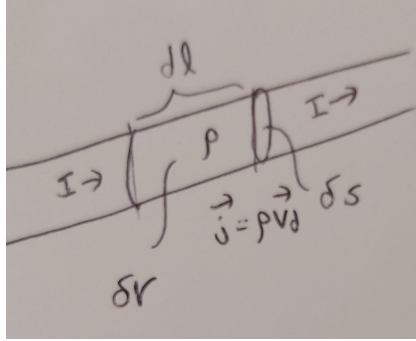
$$v_d = E/B \quad \underline{\text{velocidad de deriva}}$$

$$x = x_0 + \frac{1}{\omega} \left[(v_{0x} - v_d) \sin(\omega t) + v_{0y} (1 - \cos(\omega t)) \right] + v_d t$$

$$y = y_0 + \frac{1}{\omega} \left[(v_{0x} - v_d) (\cos(\omega t) - 1) + v_{0y} \sin(\omega t) \right]$$

https://colab.research.google.com/drive/1BRJ-D4JxuRwpaU58mDHMfHX_u1I-Gwj?usp=sharing

Fuerza magnética sobre un *elemento de corriente*



$$\vec{dF} = dq (\vec{v}_d \times \vec{B}) = \rho dl \delta S (\vec{v}_d \times \vec{B}) = \vec{j} \delta \mathcal{V} \times \vec{B} = I \vec{dl} \times \vec{B}$$

Otra forma de obtenerlo,
$$\vec{dF} = dq (\vec{v}_d \times \vec{B}) = dq \left(\frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B} \right) = I \vec{dl} \times \vec{B}$$

La cantidad $I \vec{dl}$ se llama elemento de corriente.

En un cable extenso la fuerza total será:
$$\vec{F} = \int_{\text{cable}} I \vec{dl} \times \vec{B}$$

En un volumen,
$$\vec{F} = \int_{\mathcal{V}} \vec{j} \times \vec{B} d\mathcal{V}$$

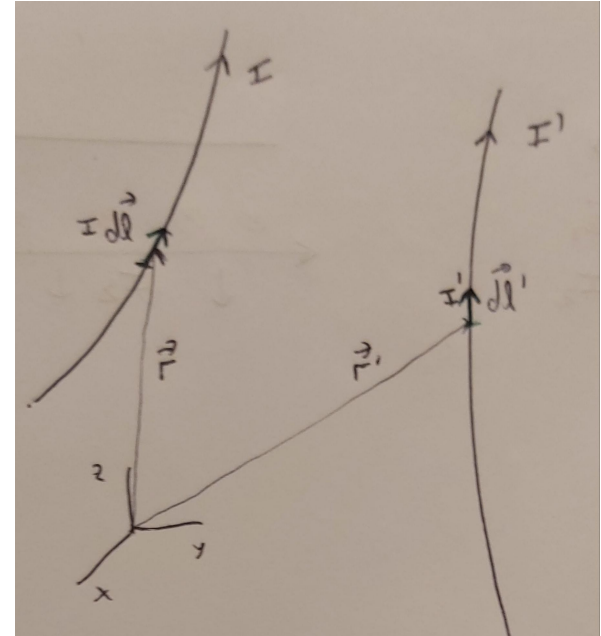
Hasta aquí vimos solamente los efectos de un campo magnético e identificamos de dónde provienen: imanes y corrientes. Ahora vamos a ser un poco más cuantitativos, para ver cómo calcular el campo magnético dada una distribución de corriente →

Ley de Biot-Savart

(en magnetostática = corrientes estacionarias)

$$d\vec{F} = \kappa I \vec{dl} \times I' \vec{dl}' \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

es la fuerza sobre el elemento de corriente $I \vec{dl}$ debida al elemento de corriente $I' \vec{dl}'$



Notar esta fuerza no va en la dirección que une los elementos de corriente. Tampoco satisface que la fuerza sobre el elemento $I' \vec{dl}'$ debida al elemento $I \vec{dl}$ sea igual y opuesta (pero si integramos sobre los dos cables ahí sí se cumple → acción y reacción).

$$d\vec{\mathbf{F}} = \kappa I \vec{\mathbf{dl}} \times I' \vec{\mathbf{dl}}' \times \frac{(\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|^3} = I \vec{\mathbf{dl}} \times d\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}})$$

$$\text{con } d\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}) = \kappa I' \vec{\mathbf{dl}}' \times \frac{(\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|^3}$$

y si integramos sobre todo el cable,

$$\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}) = \int_{C'} \kappa I' \vec{\mathbf{dl}}' \times \frac{(\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|^3}$$

que nos da el campo magnético generado por el cable con corriente I'

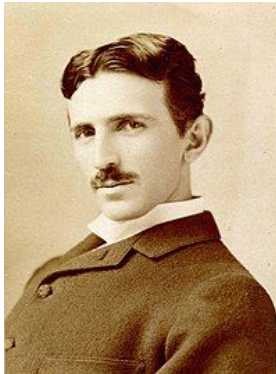
Unidades

La constante magnética es $\kappa = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \frac{N}{A^2}$

con μ_0 la *permeabilidad magnética del vacío*

De la fuerza de Lorentz, $\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow [B] = \frac{[F]}{[q][v]} = \frac{N s}{C m} = N A^{-1} m^{-1} = Tesla = T$

La unidad Tesla es en honor a [Nikola Tesla](#)



[La guerra de las corrientes](#)

<https://www.youtube.com/watch?v=zY9loR7fnus>

Película imperdible con aparición de Tesla: El gran truco

<https://www.youtube.com/watch?v=5WjRk1BWAwM>

autos eléctricos Tesla: Elon Musk (SpaceX, etc)

<https://www.youtube.com/watch?v=TOjtM9D86y4>



El Tesla es una unidad muy grande, se usan (en laboratorios por ejemplo) μT , nT o también la unidad CGS el Gauss, $1 T = 10^4 G$

El campo magnético terrestre tiene (en promedio) 0.5 G, el campo magnético del Sol aprox. 1 G (aunque hay regiones solares con 1000 G).

Un resonador magnético en un hospital tiene aprox. 3T. El campo B en el CERN (LHC) llega a 4T (en un volumen muy grande de 430 m³).

André Geim: ganador Nobel 2010 (por grafeno) e IgNobel 2000 → [levitación magnética de una rana](#) con 10T

Lucha por el B más grande:
alemanes 90T en unos mseg, [japoneses 1200T](#) en 40 useg ([paper 2018](#))

