Corrientes estacionarias

- En esta parte del curso nos centraremos en corrientes que no varían en el tiempo.

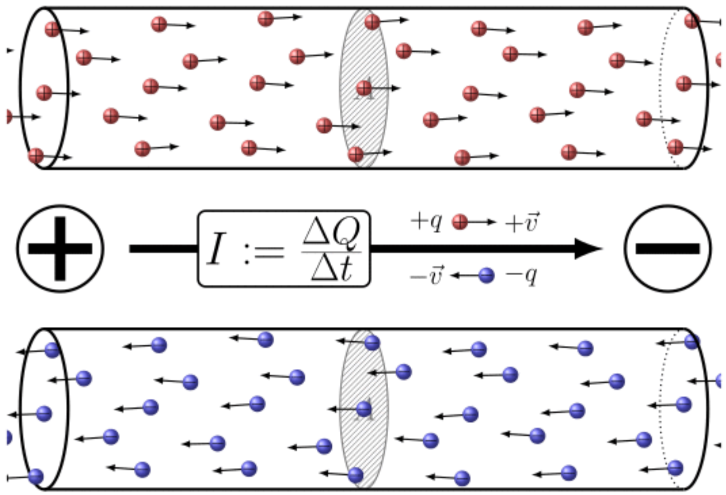
- Si la densidad de carga no varía en el tiempo, la conservación de la carga lleva a la siguiente condición sobre la densidad de corriente:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$ En todo punto del espacio

En otras palabras, toda carga que llega a un punto, continúa hacia otro lado

Transporte de carga

- El agente más común para producir y mantener el transporte de carga es el campo eléctrico.
- El campo eléctrico mueve a los portadores de signos distintos en distintos sentidos



Ley de Ohm

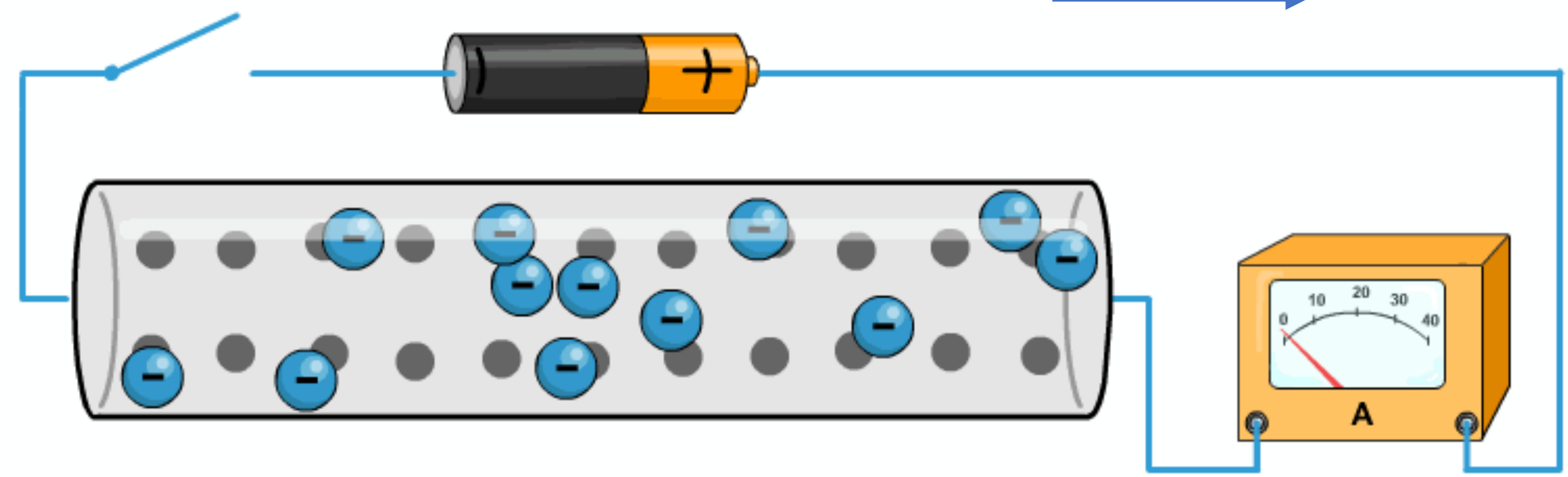
- Es una relación lineal empírica entre el $\vec{E}$ y $\vec{J}$ que se cumple para muchos materiales en un rango muy amplio de intensidades de campo.

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

- σ es la conductividad del material
  - Constante en un rango determinado de condiciones
  - Es un escalar cuando el medio es isotrópico (no tiene en su estructura ninguna dirección privilegiada)

Corriente en un conductor

I



Los electrones libres en la banda de conducción circulan en respuesta a la diferencia de potencial entre los extremos del circuito mantenida por la batería, mientras que los núcleos del material conductor se mantienen quietos. Fijarse en el sentido de I !!

Ley de Ohm

- Vamos a usar otra versión de la misma Ley de Ohm que relaciona a *I* y la diferencia de potencial V

$$V = IR$$

- R es la resistencia del conductor entre los dos terminales que están a una diferencia de potencial V.

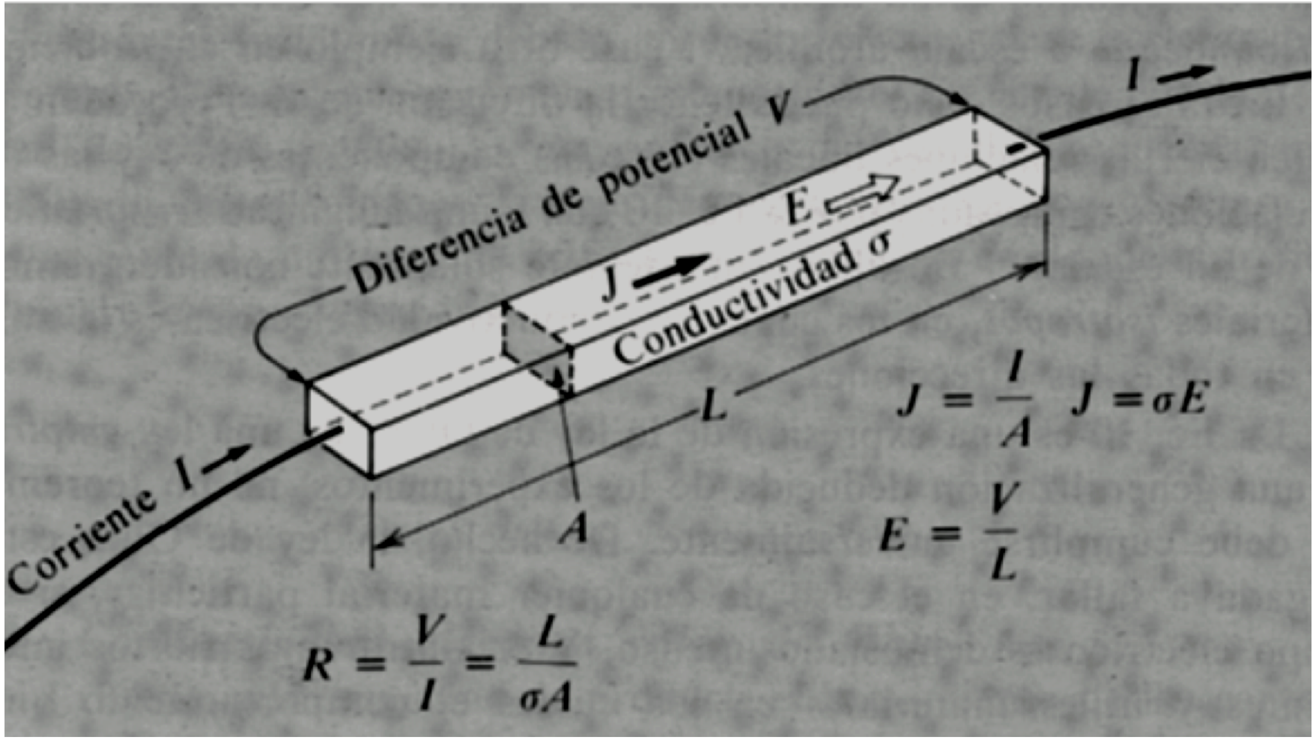
- La unidad SI de R es el Ohm ($\Omega = \frac{V}{A}$)

Conductividad de una varilla conductora

- Sea una varilla de maciza de sección recta de área A y longitud L entre sus extremos.

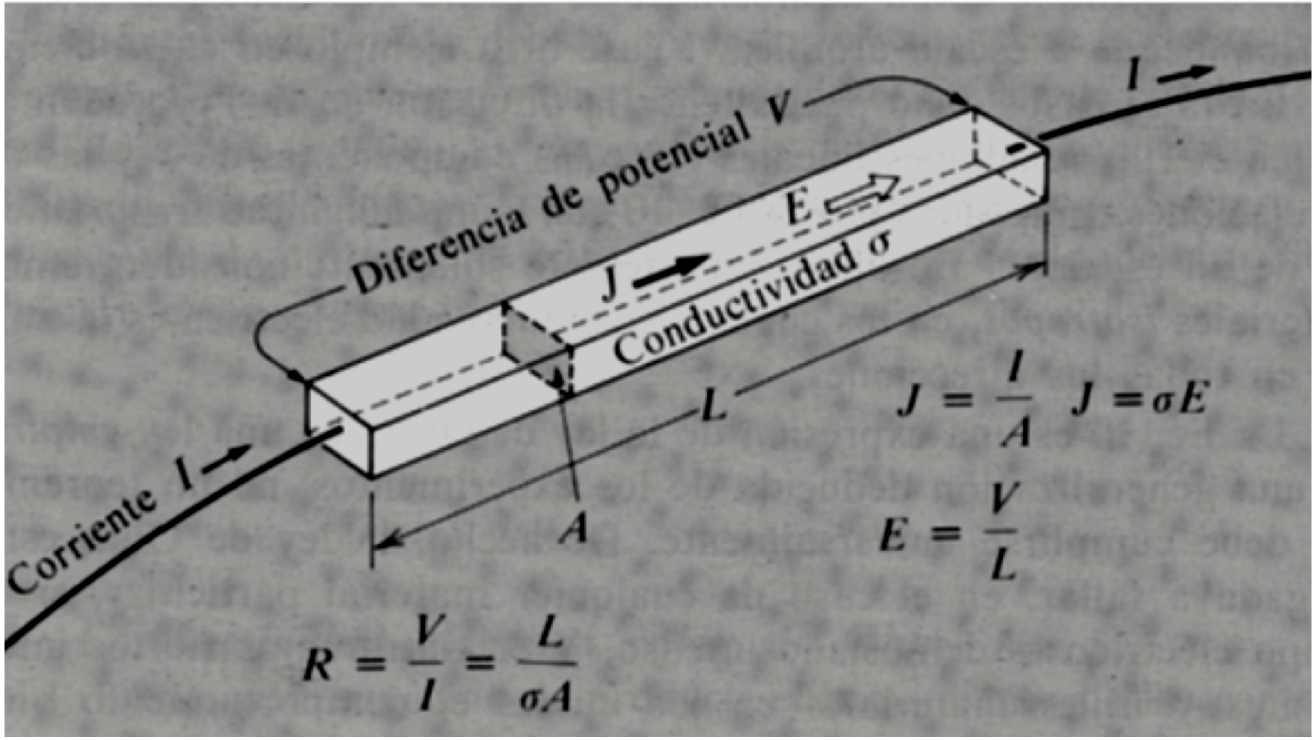
- Una corriente estacionaria I circula a lo largo de la varilla.

- Entre los extremos hay una diferencia de potencial V.



Conductividad de una varilla conductora

- Dentro de la varilla, la densidad de corriente es
$$J = \frac{I}{A}$$
- El campo eléctrico es
$$E = \frac{V}{L}$$
- Entonces
$$R = \frac{V}{I} = \frac{LE}{AJ} = \frac{L}{A\sigma}$$



Conductividad y resistividad

- La conductividad σ tiene unidades de corriente por unidad de área dividido unidad de campo eléctrico. En el sistema SI:

$$[\sigma] = \frac{\frac{A}{m^2}}{\frac{V}{m}} = \frac{A}{Vm} = \frac{1}{\Omega m}$$

Conductividad y resistividad

- Entonces,

$$R = \frac{V}{I} = \frac{L\rho}{A}$$

- La inversa de la conductividad es la resistividad $\rho = \frac{1}{\sigma}$

$$[\rho] = \frac{\frac{V}{m}}{\frac{A}{m^2}} = \frac{Vm}{A} = \Omega m$$

TABLA 4.1

Resistividad y su recíproco, conductividad, para ciertos materiales

Material	Resistividad ρ	Conductividad σ
Cobre puro, 273 K	$1{,}56 \times 10^{-6}$ ohm-cm $1{,}56 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$	$6{,}4 \times 10^{5}$ (ohm-cm)$^{-1}$ $6{,}4 \times 10^{7}\ (\Omega \cdot \mathrm{m})^{-1}$
Cobre puro, 373 K	$2{,}24 \times 10^{-6}$ ohm-cm $2{,}24 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$	$4{,}5 \times 10^{5}$ (ohm-cm)$^{-1}$ $4{,}5 \times 10^{7}\ (\Omega \cdot \mathrm{m})^{-1}$
Germanio puro, 273 K	200 ohm-cm $2\ \Omega \cdot \mathrm{m}$	0,005 (ohm-cm)$^{-1}$ $0{,}5\ (\Omega \cdot \mathrm{m})^{-1}$
Germanio puro, 500 K	0,12 ohm-cm $1{,}2 \times 10^{-3}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$	$8{,}3\ (\Omega \cdot \mathrm{m})^{-1}$ $830\ (\Omega \cdot \mathrm{m})^{-1}$
Agua pura, 291 K	$2{,}5 \times 10^{7}$ ohm-cm $2{,}5 \times 10^{5}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$	$4{,}0 \times 10^{-8}$ (ohm-cm)$^{-1}$ $4 \times 10^{-6}\ (\Omega \cdot \mathrm{m})^{-1}$
Agua del mar (varía con la salinidad)	25 ohm-cm $0{,}25\ \Omega \cdot \mathrm{m}$	0,04 (ohm-cm)$^{-1}$ $4\ (\Omega \cdot \mathrm{m})^{-1}$

Nota: 1 ohm-metro = 100 ohm-cm.

Disipación de la energía en una resistencia

- Sea $\vec{F}$ una fuerza para mover un portador de carga q en un campo $\vec{E}$
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- El trabajo de $\vec{F}$ por unidad de tiempo es (suponiendola estacionaria)
$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{\overrightarrow{dl}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$$

- La energía potencial es transformada de este modo en calor y $P = \frac{dW}{dt}$ es la potencia disipada.

Disipación de la energía en una resistencia

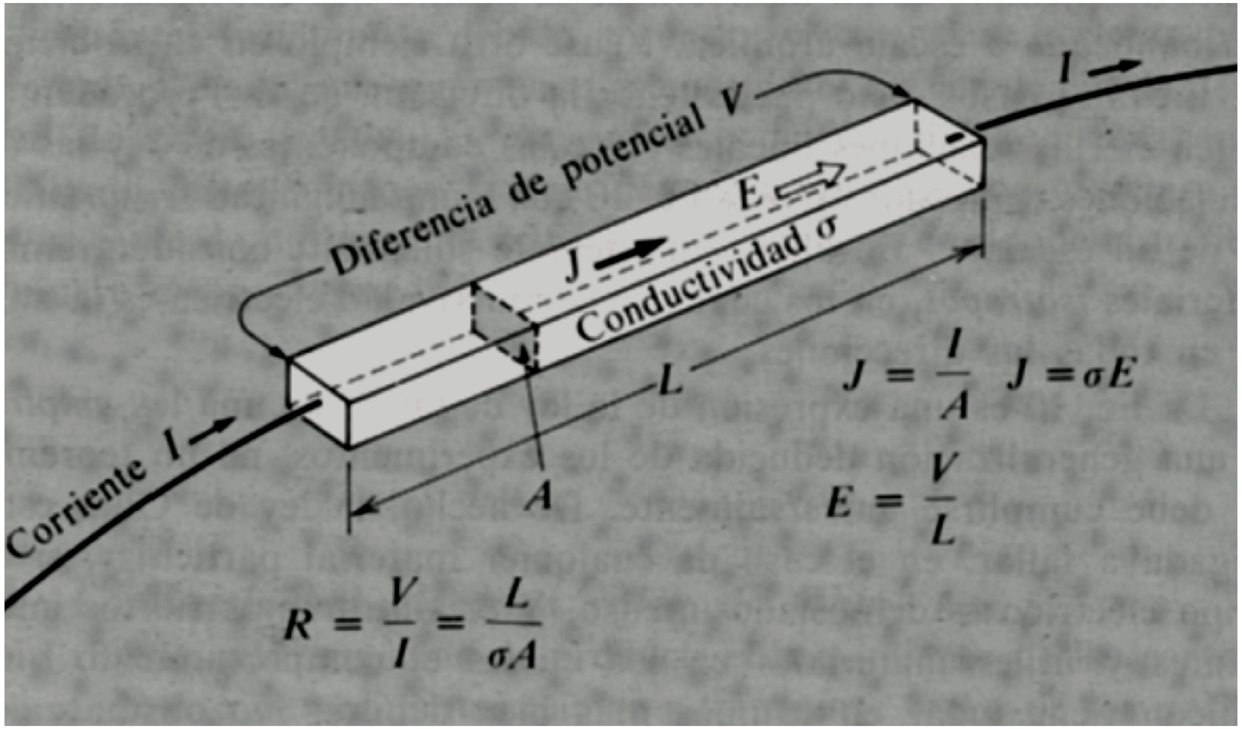
- Entonces en una dimensión y suponiendo que en Δt pasan N portadores de carga q por el área A

$$P = NqEv$$

donde $\Delta L = v\,\Delta t$

- Entonces por ley de Ohm

$$P = \frac{Nq\rho J \Delta L}{\Delta t}$$



Disipación de la energía en una resistencia

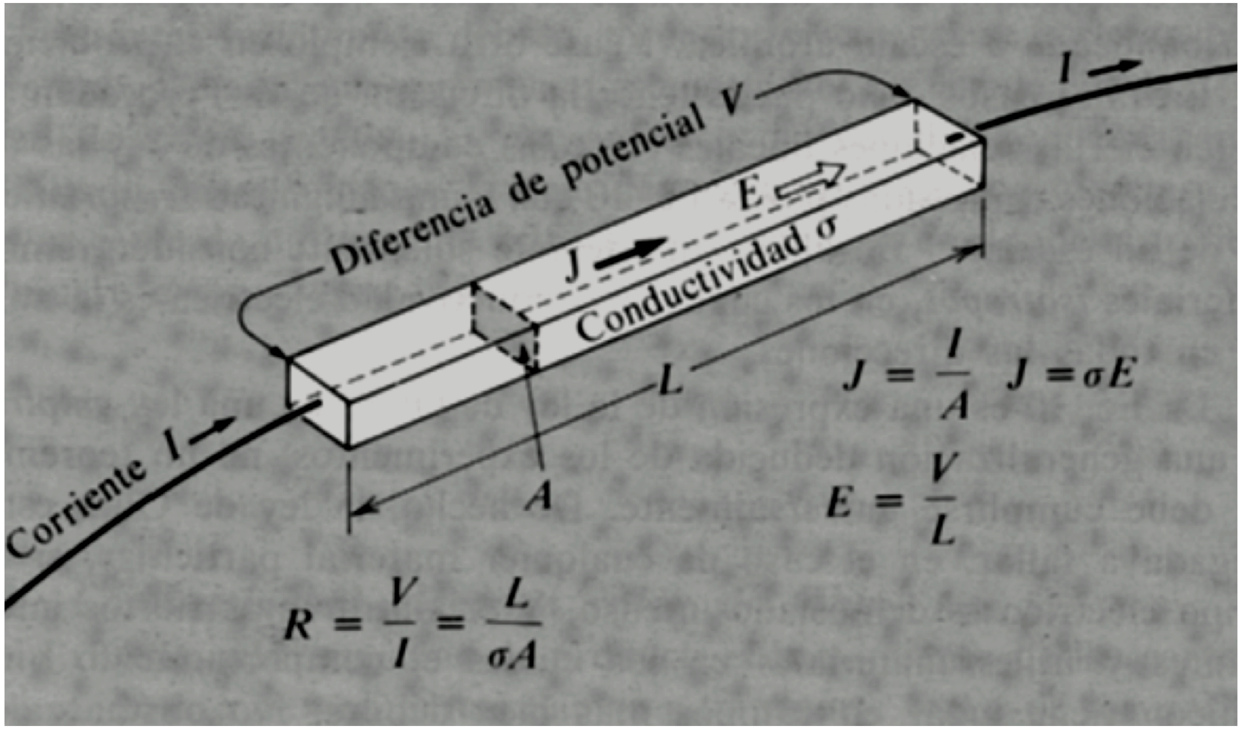
- Entonces como

$$I = \frac{Nq}{\Delta t} \;\; y \;\; J = \frac{I}{A}$$

$$P = \frac{I^2 \rho \Delta L}{A}$$

- Lo que equivale a

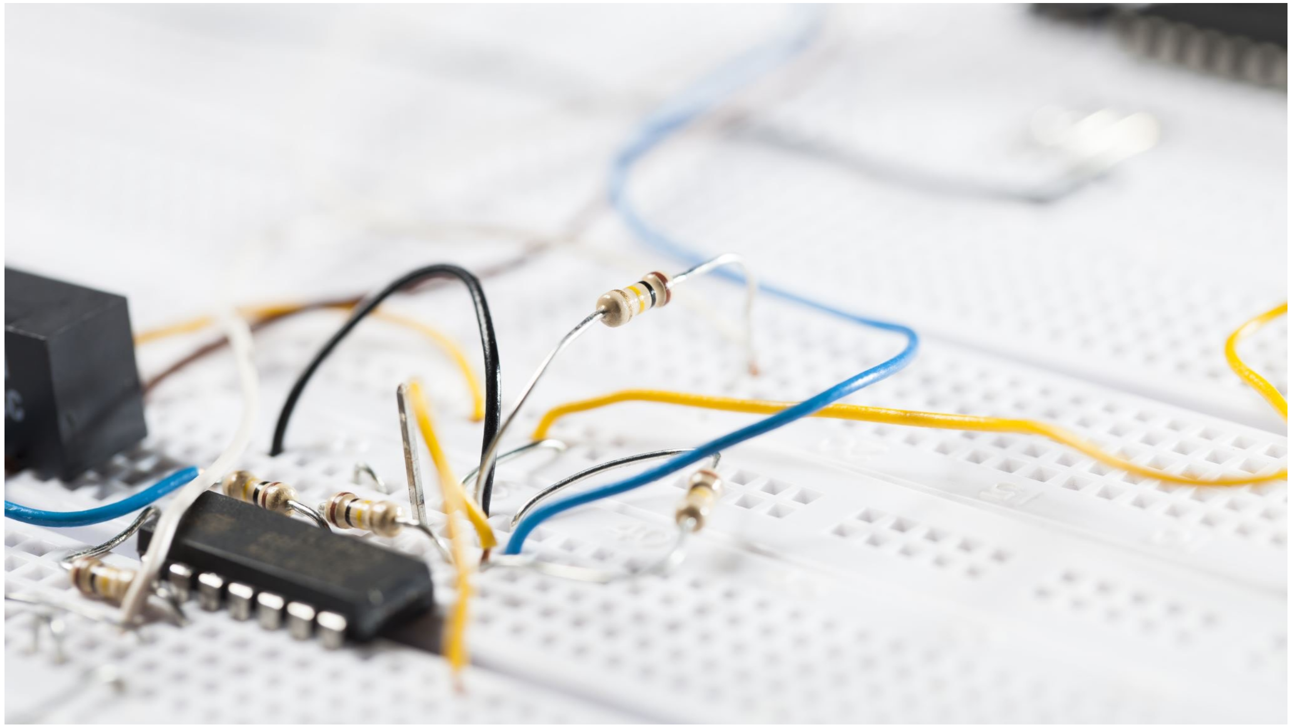
$$P = I^2 R$$



La potencia *P* o energía disipada por unidad de tiempo en SI se mide en Watts

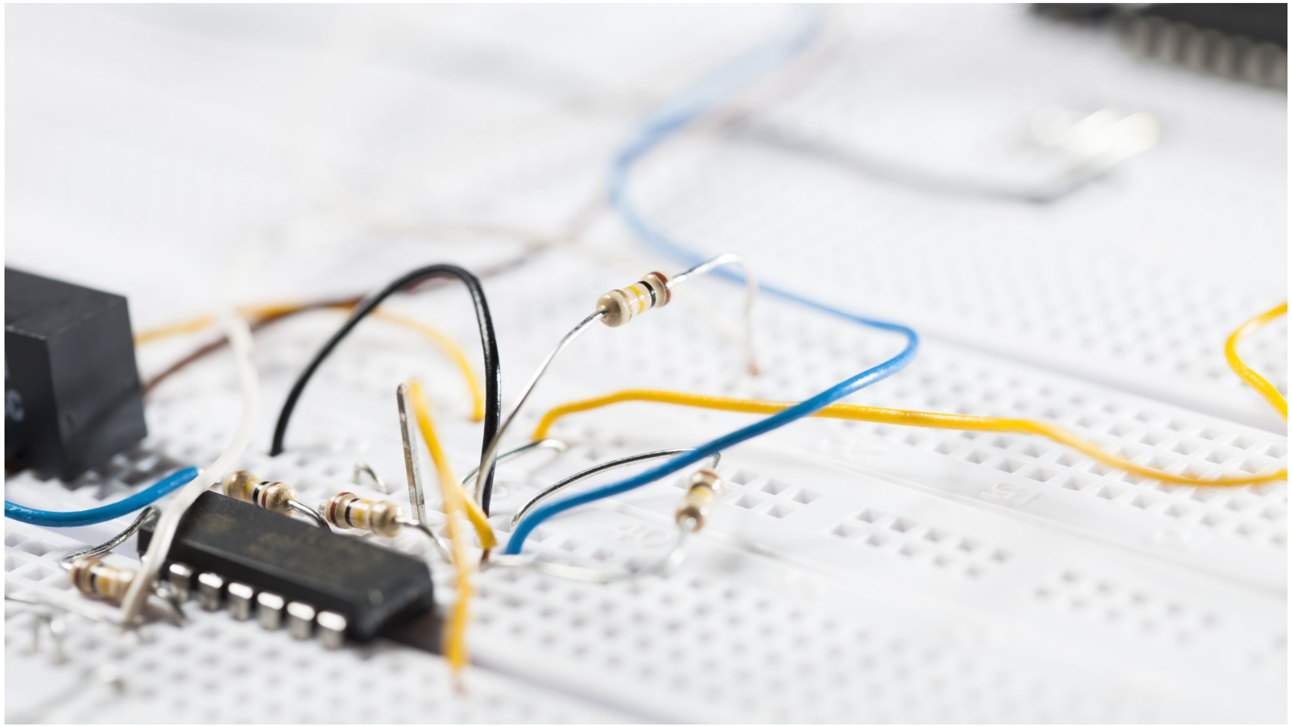
Circuitos

- Un circuito o red eléctrica es una agrupación de elementos unidos unos a otros por conductores de resistencia despreciable (cables).
- La corriente circula por él, movida por una fuerza electromotriz.



Elementos de un Circuito

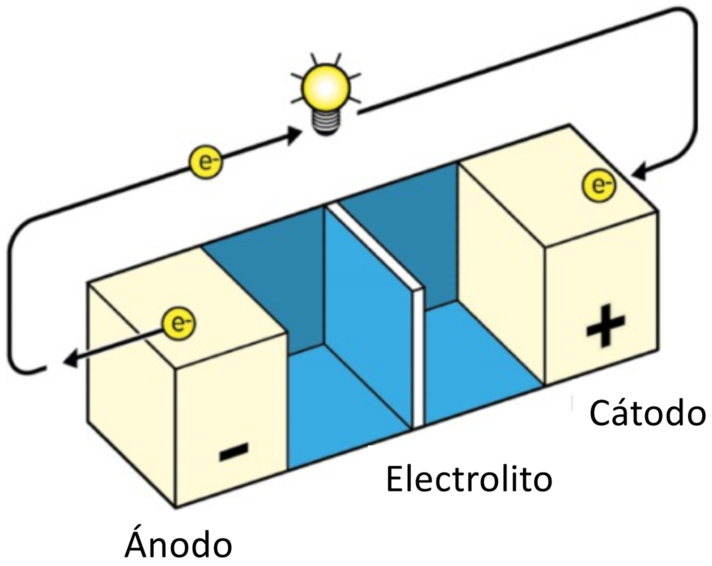
- Cables: Conductores perfectos, conducen corrientes sin resistencia.
- Fuerza electromotriz (FEM): diferencia de potencial que obliga a la corriente circular por el circuito.
- Elementos: Resistores, capacitores, diodos, LED, bobinas



Fuerza electromotriz (FEM) y baterías

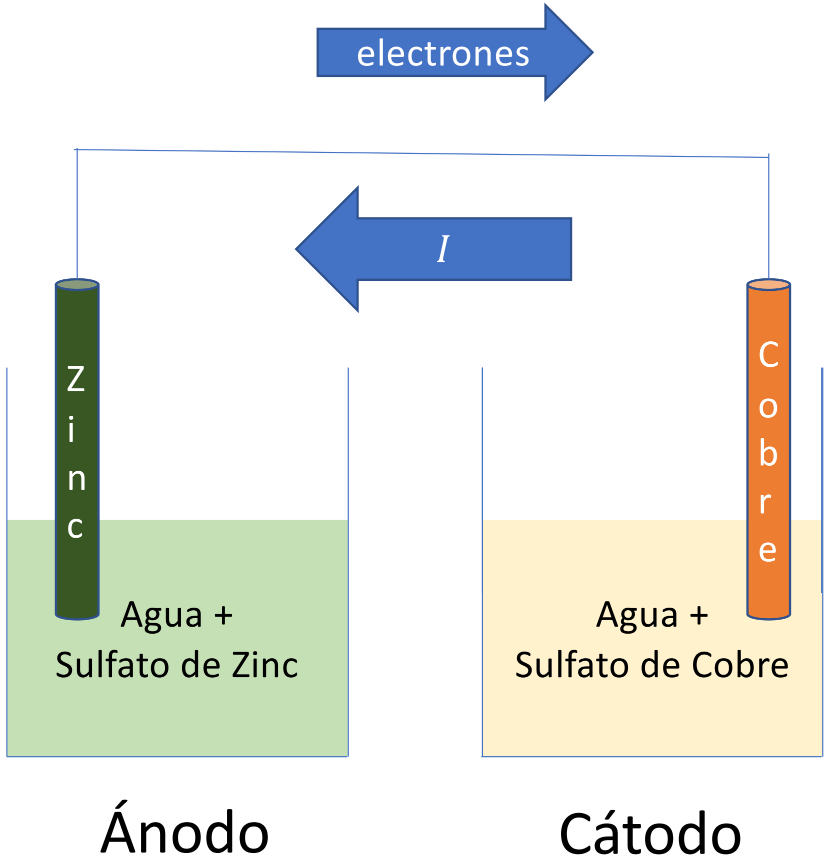
- La FEM es la diferencia de potencial generada por una fuente no eléctrica (o inducción)
- Las baterías producen FEM a partir de procesos químicos que ocurren en unidades llamadas celdas.

Principio de funcionamiento de una batería

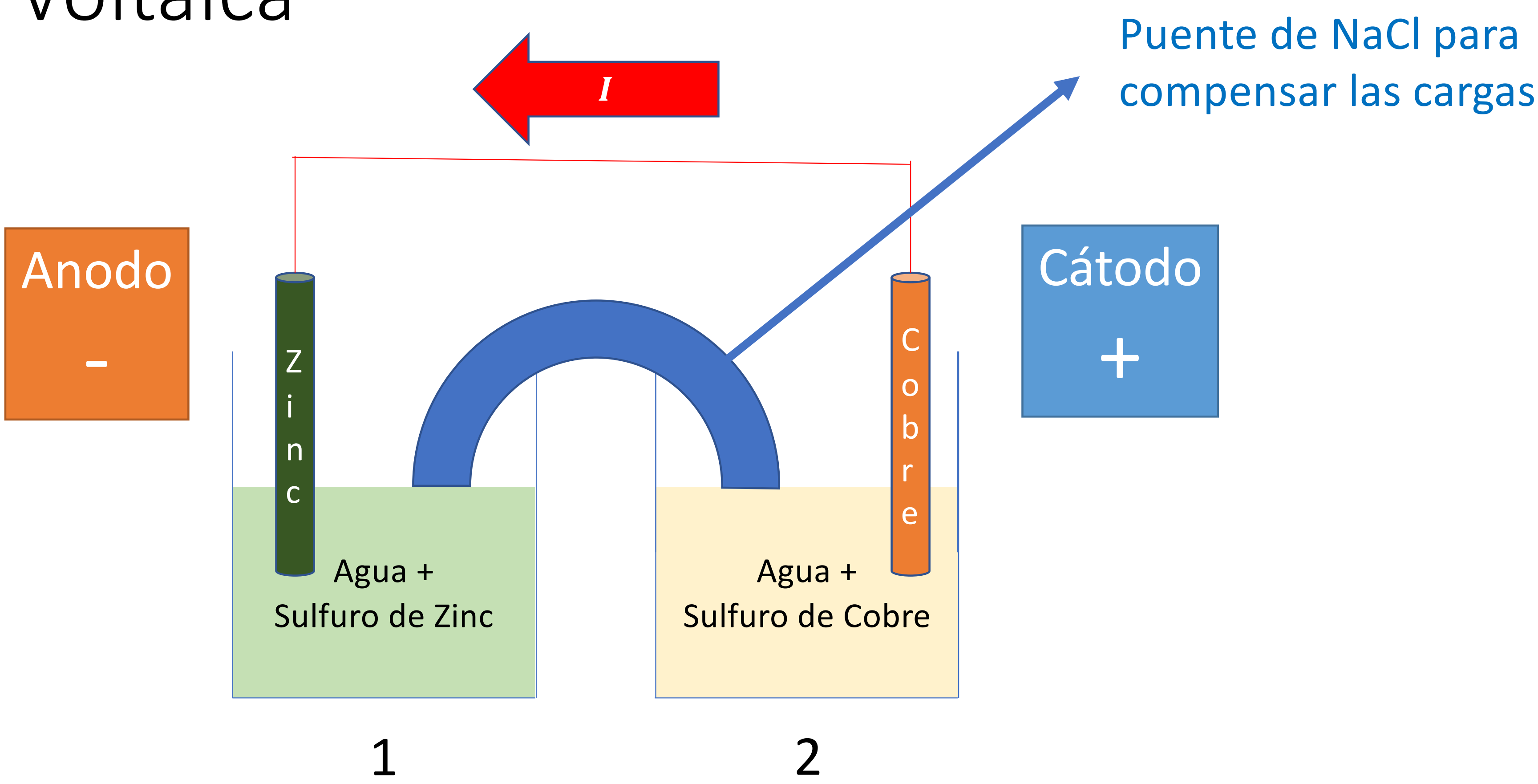


La pila Voltaica

- Basado en oxidación/reducción
- Los iones Cu^{++} en el recipiente 2 van a ser más fuertes en 'reclamar' electrones que los iones Zn^{++}.
- Electrones provenientes de la barra de Zn neutro (oxidación) van a viajar hacia la barra de cobre, creando una corriente I desde el cobre al zinc.
- Los electrones van a neutralizar los iones Cu^{++} que pasan a engrosar la barra del recipiente 2 (reducción).

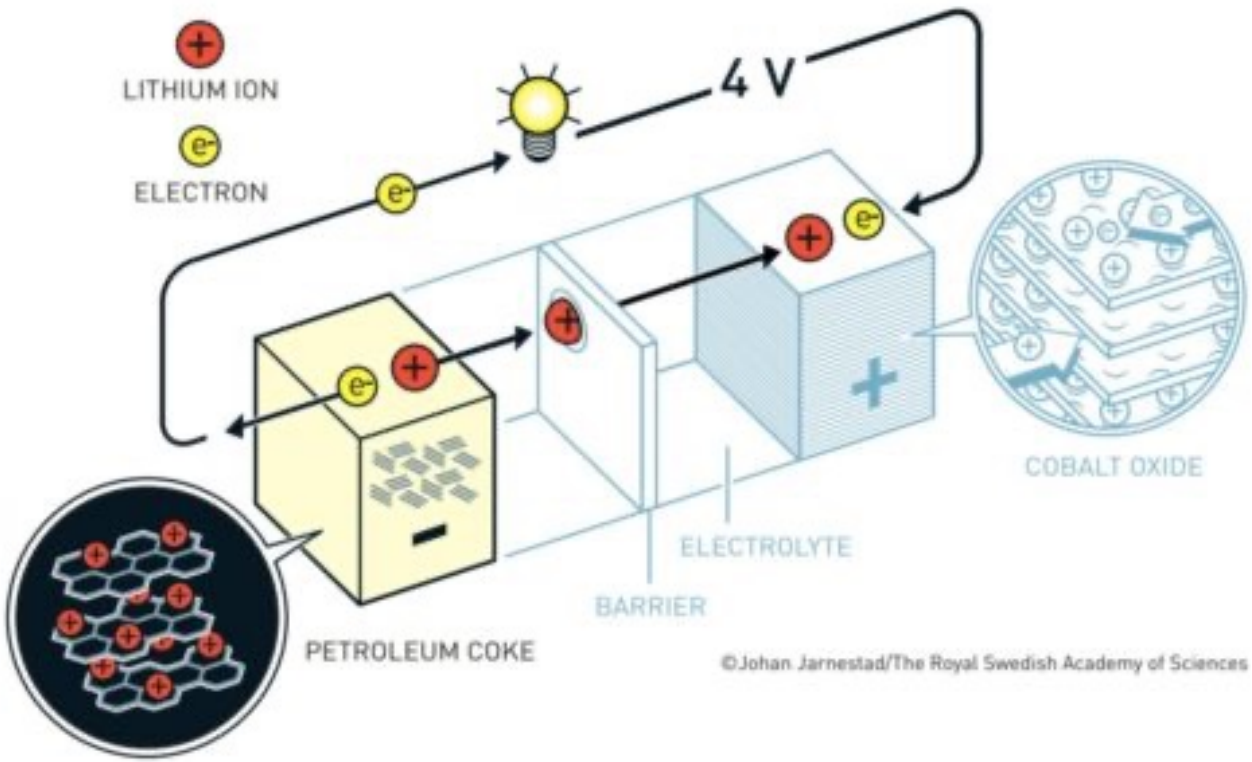


La pila Voltaica



EMF máxima = 1.1V por celda

Batería de Litio

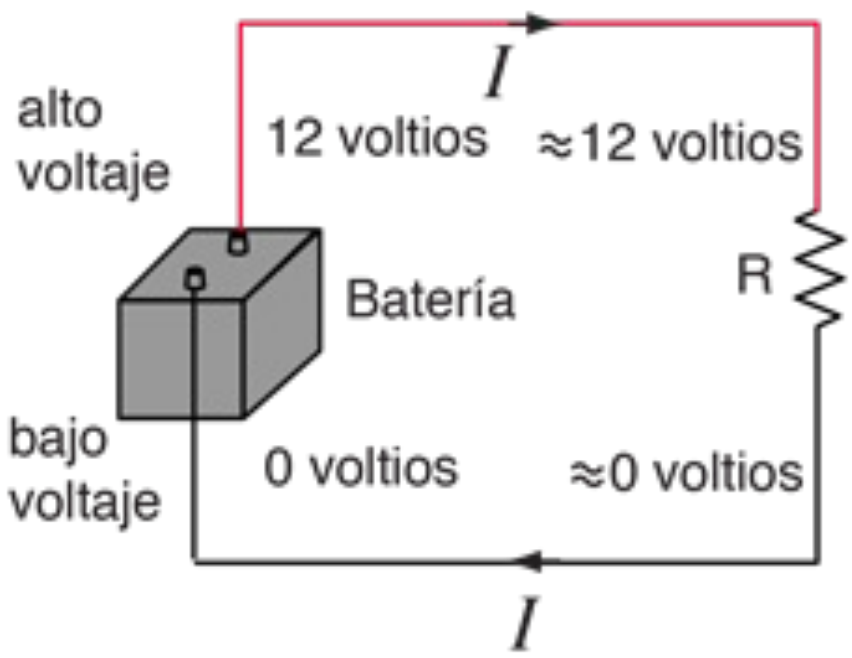


Leyes de Kirchhoff para circuitos estacionarios

- Conservación de la carga

- Conservación de la energía

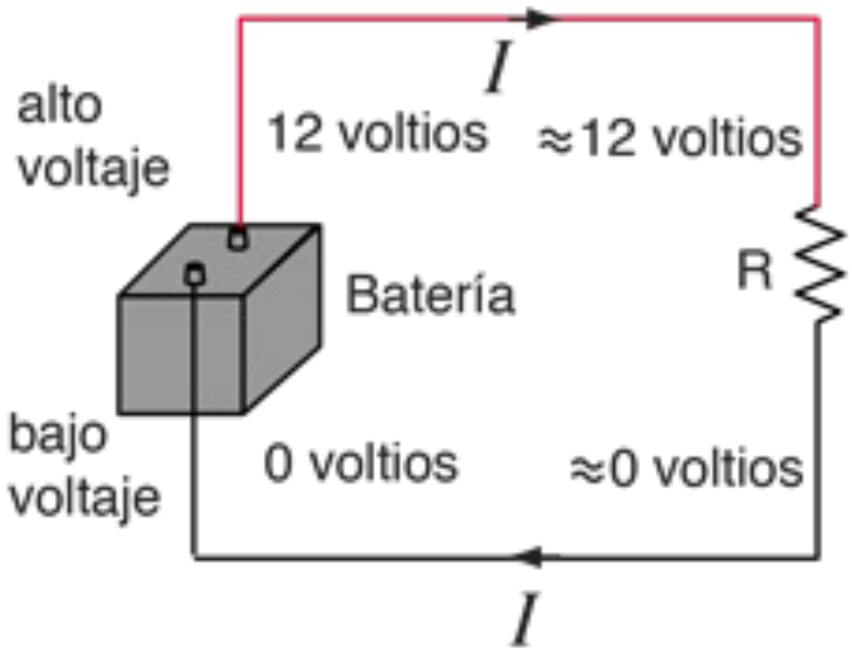
Ley de Kirchhoff de los voltajes



- El cambio neto de diferencia de potencial alrededor de cualquier bucle cerrado debe ser cero.

- Cualquier aumento de voltaje producido por la bateria debe ser seguido por una caida de voltaje para traerlo de vuelta al voltaje original

Ley de Kirchhoff de los voltajes

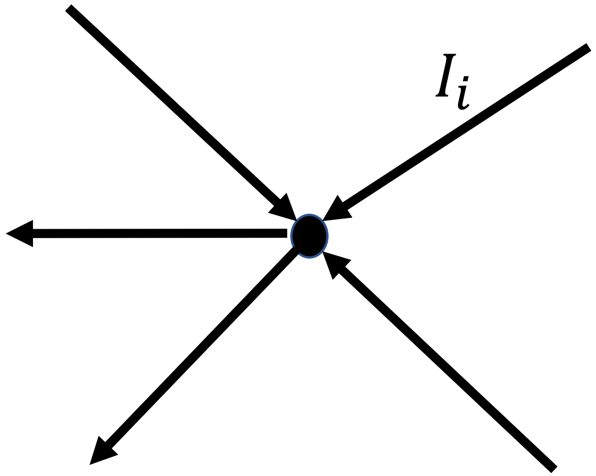


- La suma de variaciones de potencial en un lazo cerrado de un circuito es cero.

$$\sum_i V_i = 0$$

- Reglas y signos
  - Batería:
    - V > 0 al pasar del borne negativo al positivo.
    - V < 0 al pasar del borne positivo al negativo.
  - Resistencia
    - V > 0 al ir en contra de la corriente.
    - V < 0 al ir a favor de la corriente.

Ley de Kirchhoff de las corrientes



- En el circuito no se crea ni destruye carga

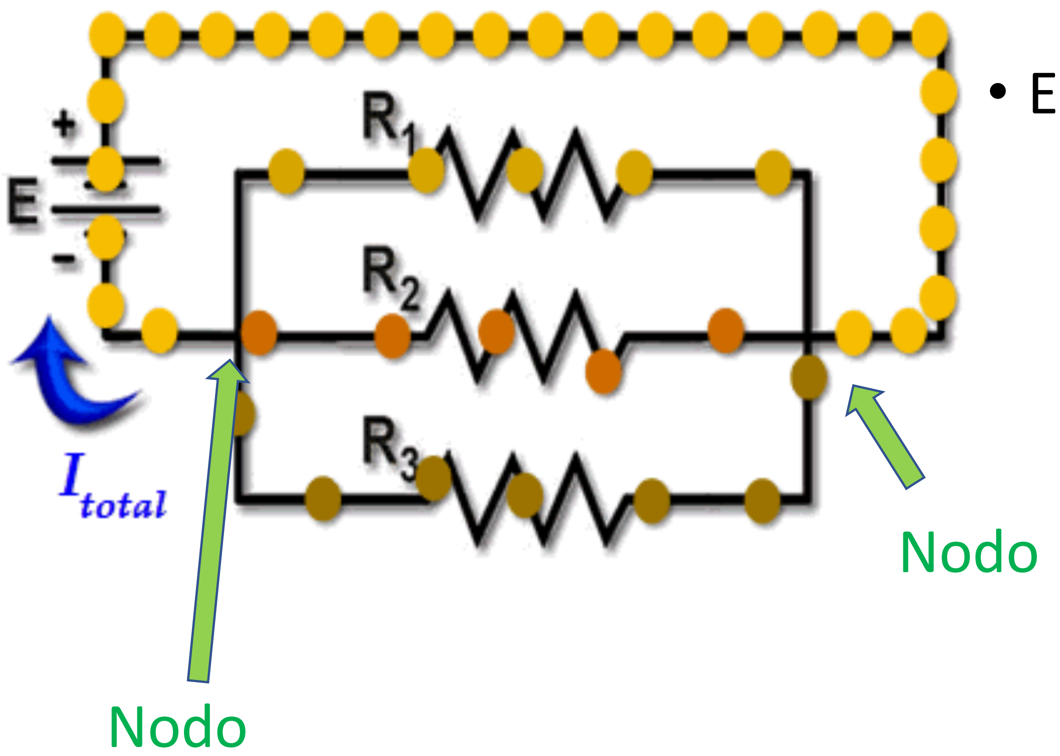
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

- En un nodo, la suma de todas las corrientes que llegan o salen de él debe ser igual a cero

$$\sum_i I_i = 0$$

- Equivalentemente, toda la corriente que llega, debe ser igual a la que sale

Ley de Kirchhoff de las corrientes



- En el ejemplo hay dos nodos

- En cada nodo se puede escribir:

$$I_{total} = I_1 + I_2 + I_3$$

o equivalentemente

$$I_{total} - I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Resistencias en serie

- Entre los bornes hay una diferencia de potencial

$$V = V_1 + V_2$$

- Donde

$$V_1 = IR_1$$
$$V_2 = IR_2$$

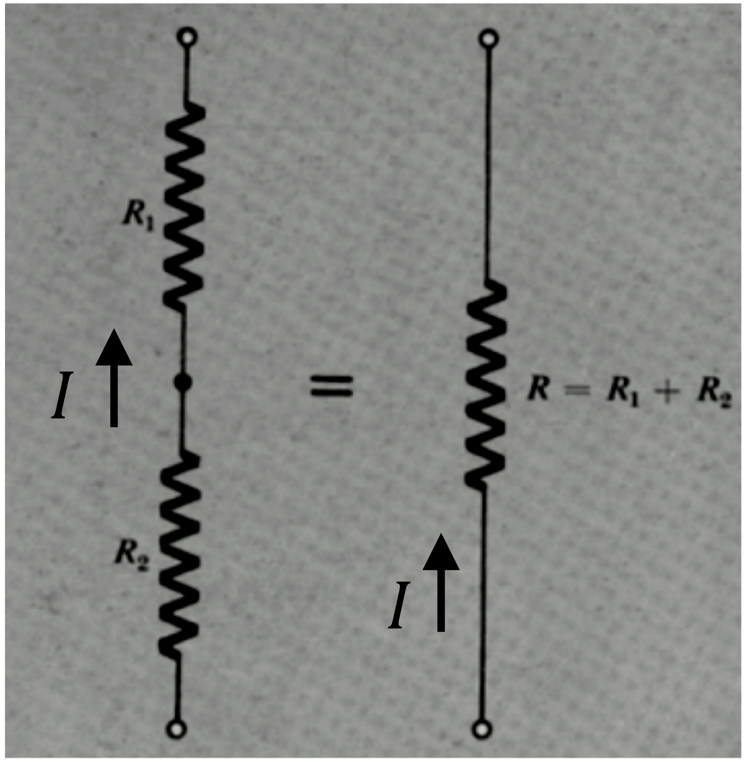
- Entonces

$$V = V_1 + V_2 = I(R_1 + R_2)$$

La caída de potencial equivale a la que ocurre a través de una resistencia

$$R = R_1 + R_2$$

Original Equivalente



$$R = R_1 + R_2$$

Resistencias en serie y paralelo

- Entre los bornes hay una diferencia de potencial V.
- Para cada rama tenemos

$$V = I_1 R_1 \qquad V = I_2 R_2$$

- Por conservación de la carga

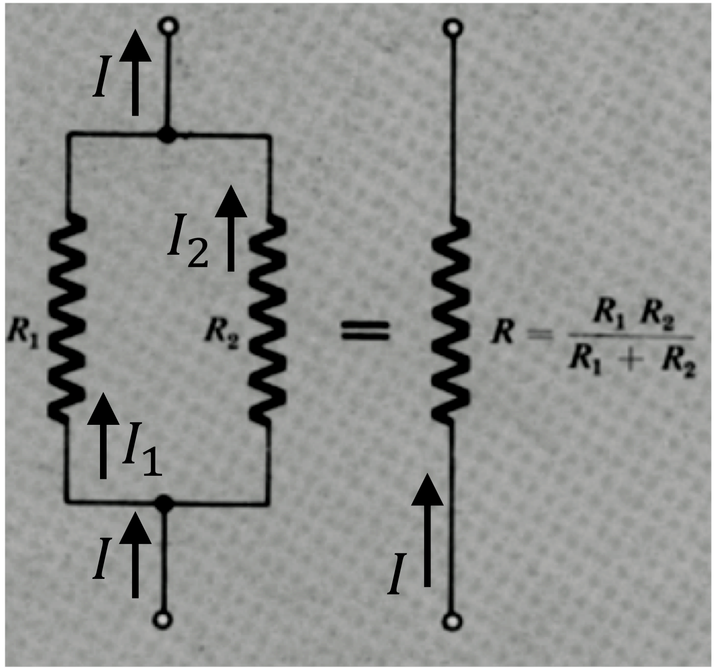
$$I = I_1 + I_2$$

- Entonces

$$\frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right] = I$$

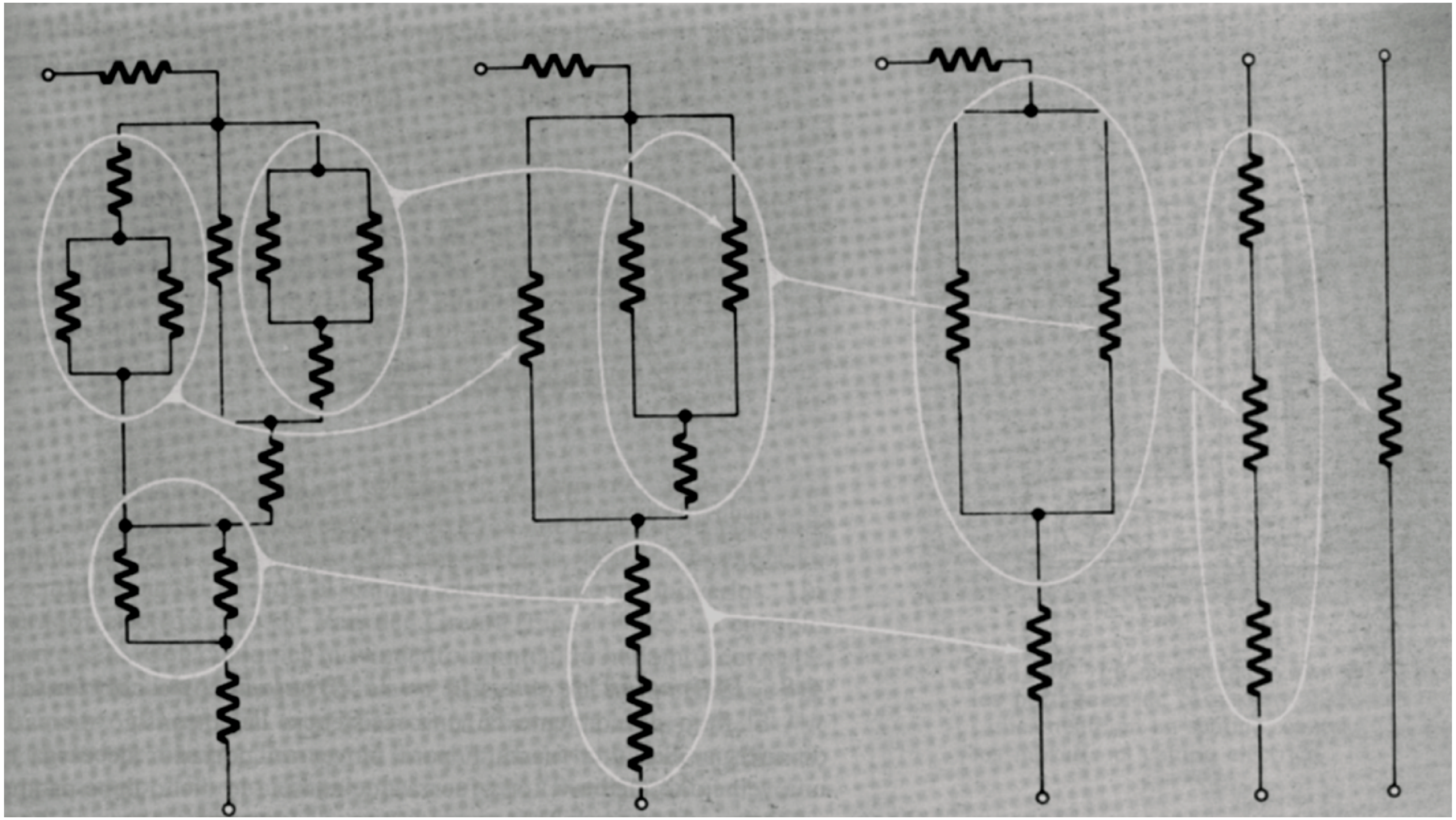
$$\frac{V}{R} = I$$

Original Equivalente



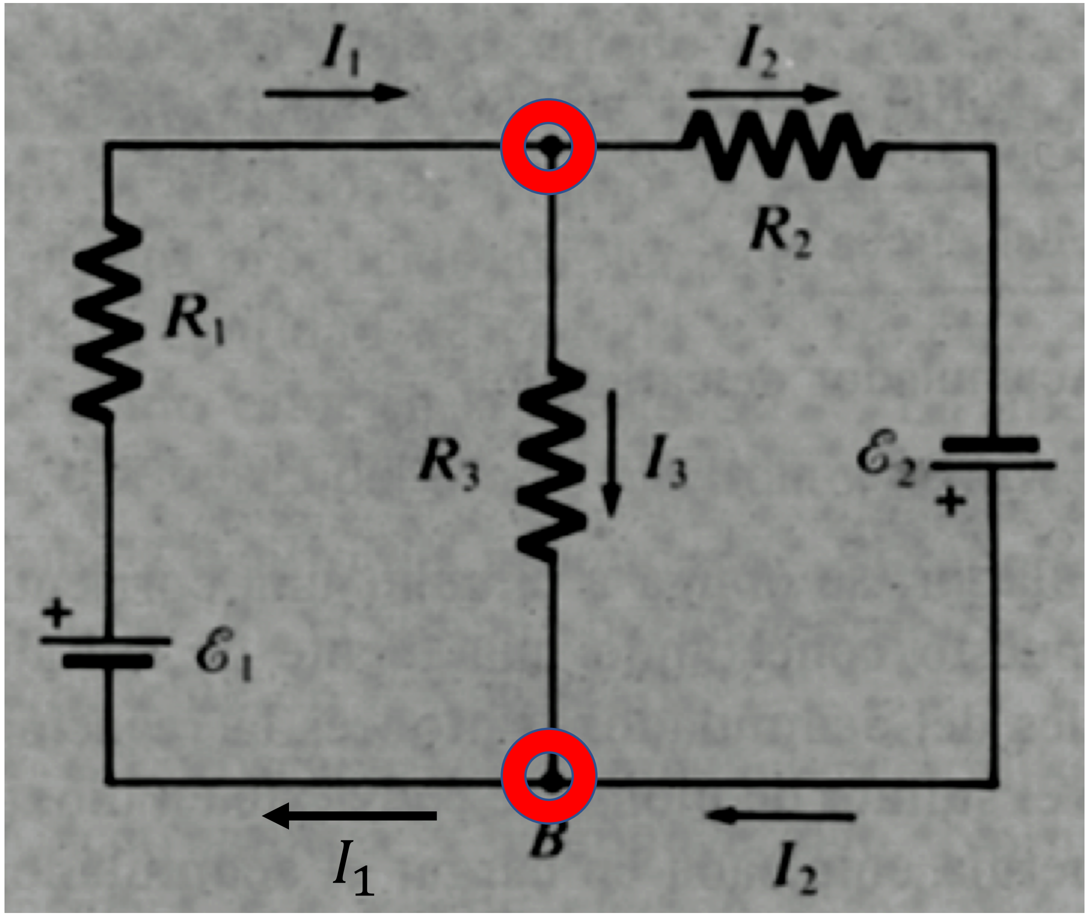
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Reducción de una red de resistencias



Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito con dos lazos

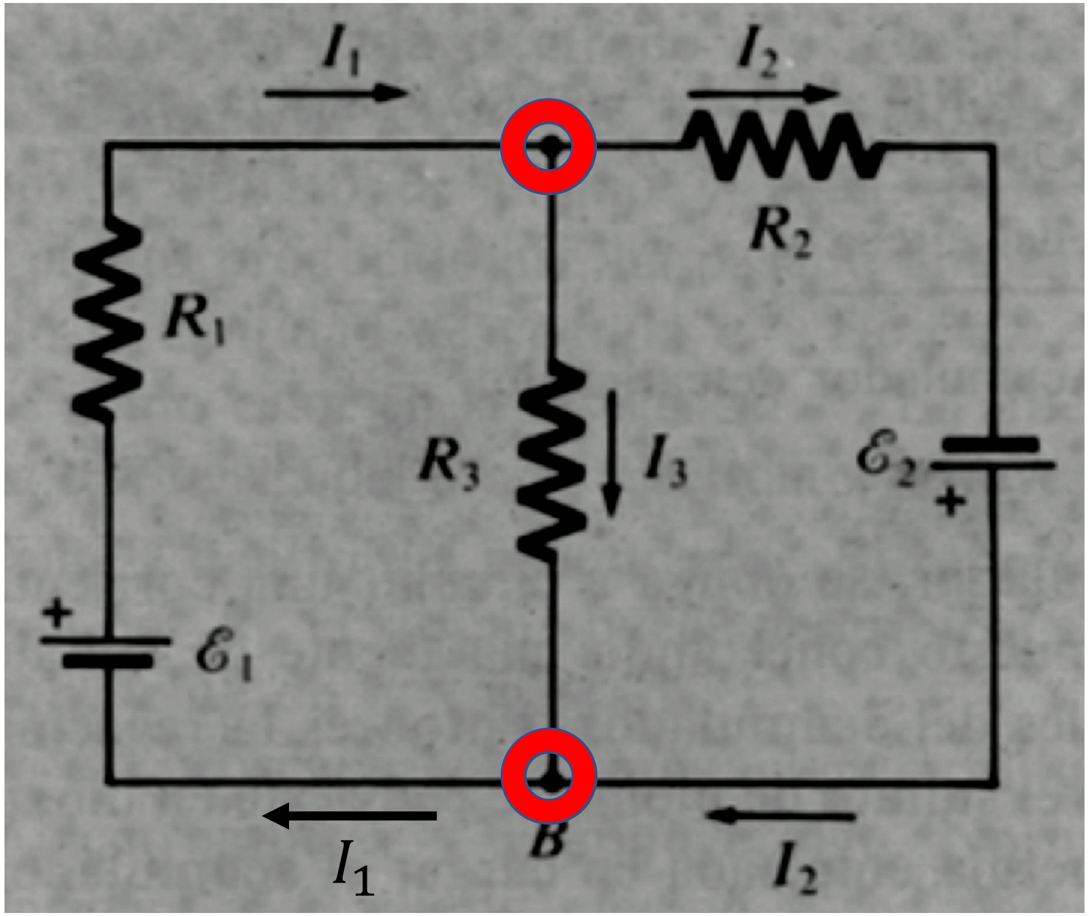
- Datos: las FEM ε_1y ε_2 y las resistencias R_1, R_2 y R_3.



Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito con dos lazos

- Datos: las FEM ε_1y ε_2 y las resistencias R_1, R_2 y R_3.

- En cada nodo de corriente, planteamos la ley de Kirchhoff para las corrientes

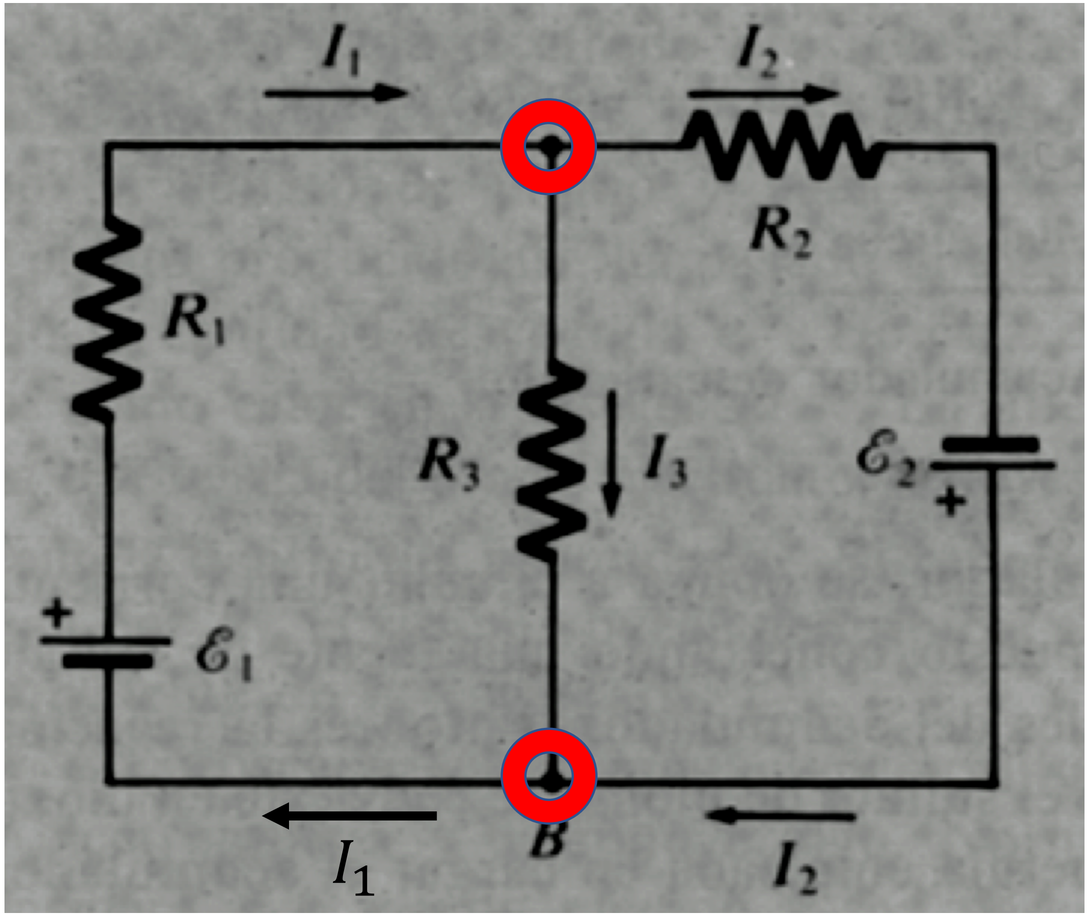


Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito con dos lazos

- Datos: las FEM ε_1y ε_2 y las resistencias R_1, R_2 y R_3.

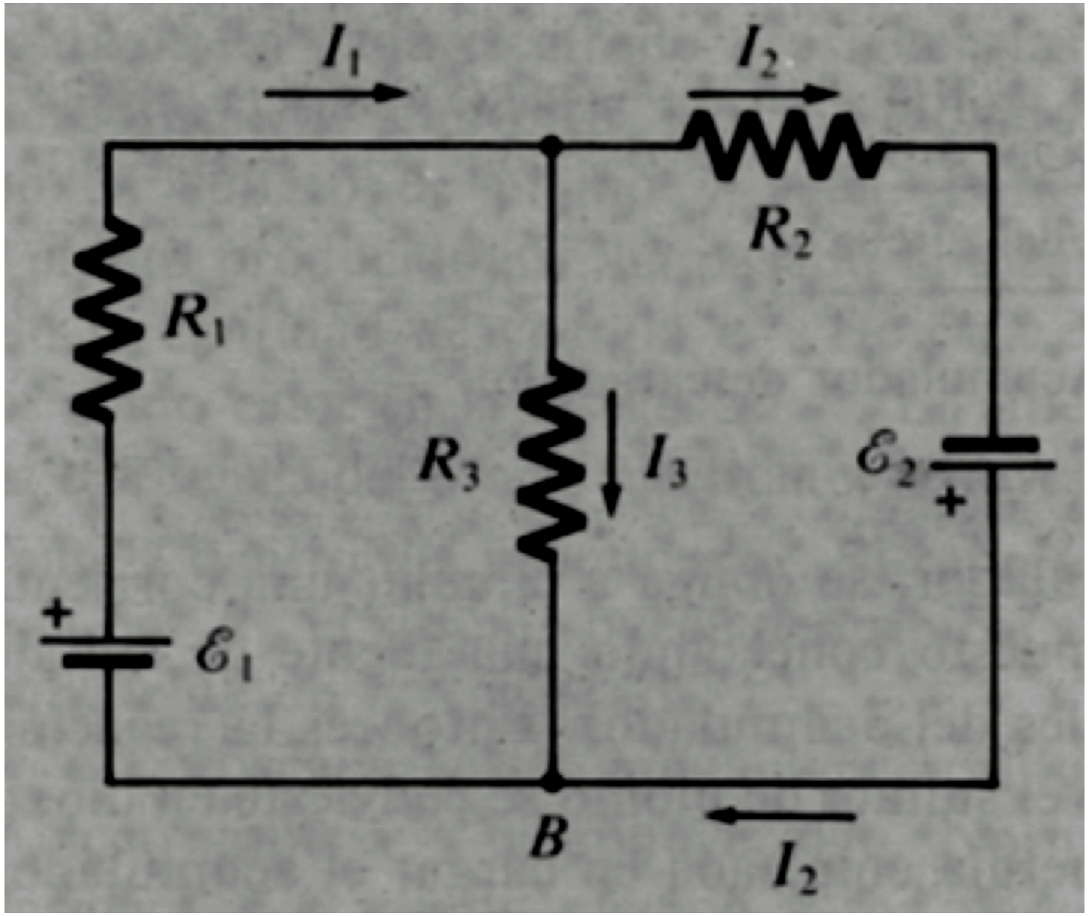
- En cada nodo de corriente, planteamos la ley de Kirchhoff para las corrientes

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$



Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito con dos lazos

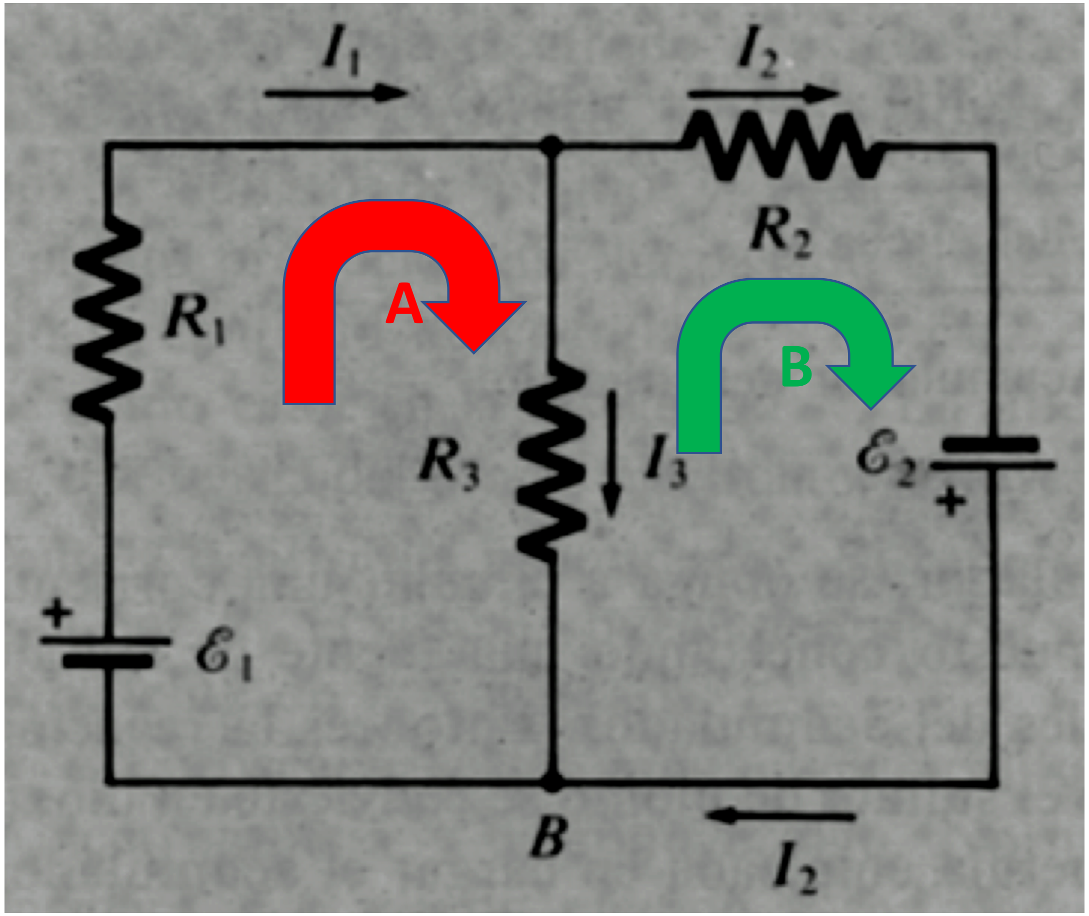
- Para calcular las corrientes, aplicamos la ley de Kirchhoff de los voltajes a dos lazos del circuito.



Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito con dos lazos

- Para calcular las corrientes, aplicamos la ley de Kirchhoff de los voltajes a dos lazos del circuito.

- Elegimos los lazos A y B, recorriéndolos en dirección de las flechas



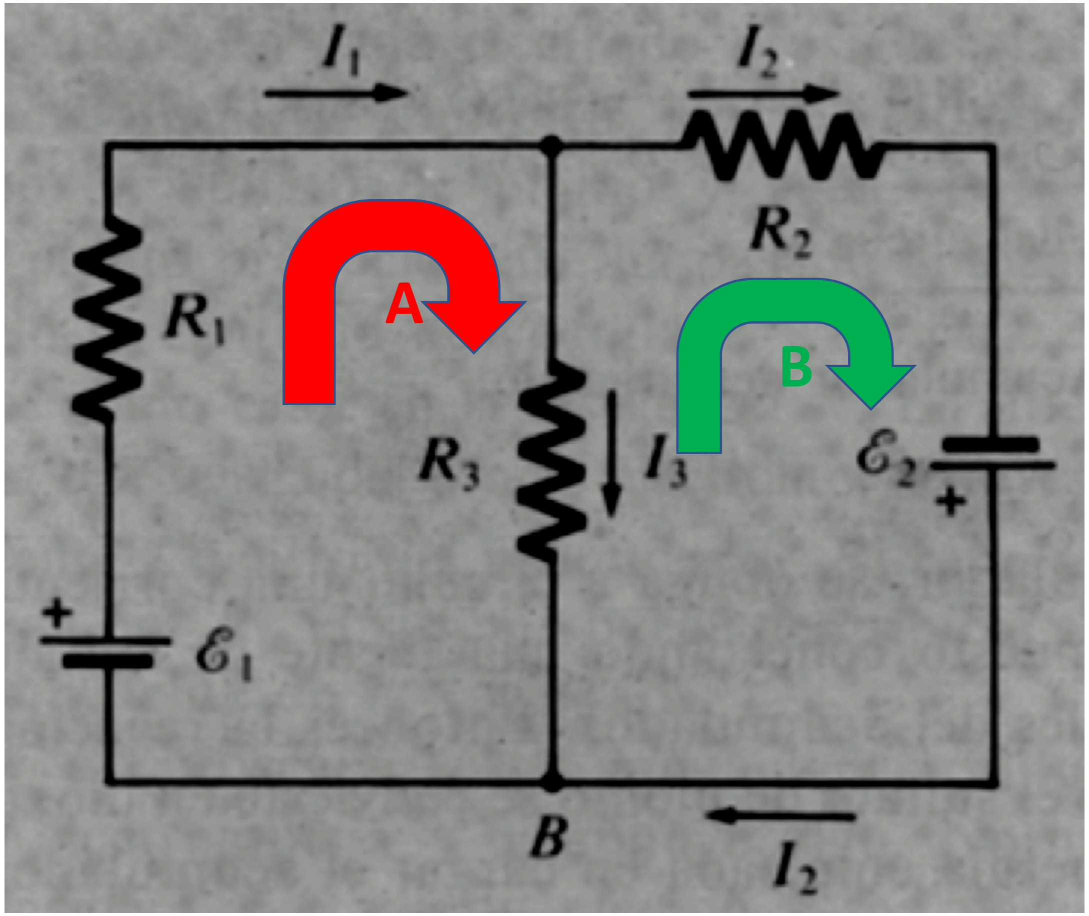
Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito con dos lazos

- Lazo A:

$$\mathcal{E}_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 = 0$$

- Lazo B:

$$\mathcal{E}_2 + R_3 I_3 - R_2 I_2 = 0$$



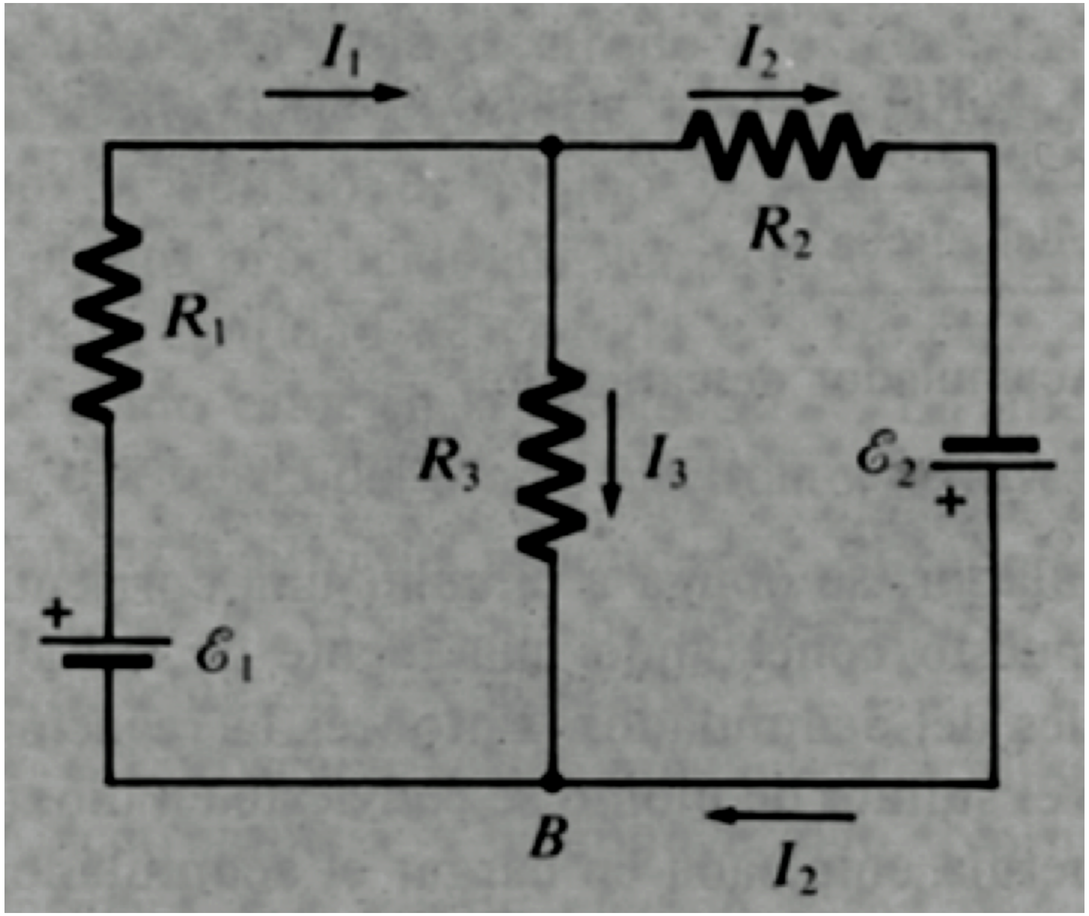
Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito con dos lazos

- Tenemos tres ecuaciones con tres incógnitas

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\mathcal{E}_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 = 0$$

$$\mathcal{E}_2 + R_3 I_3 - R_2 I_2 = 0$$



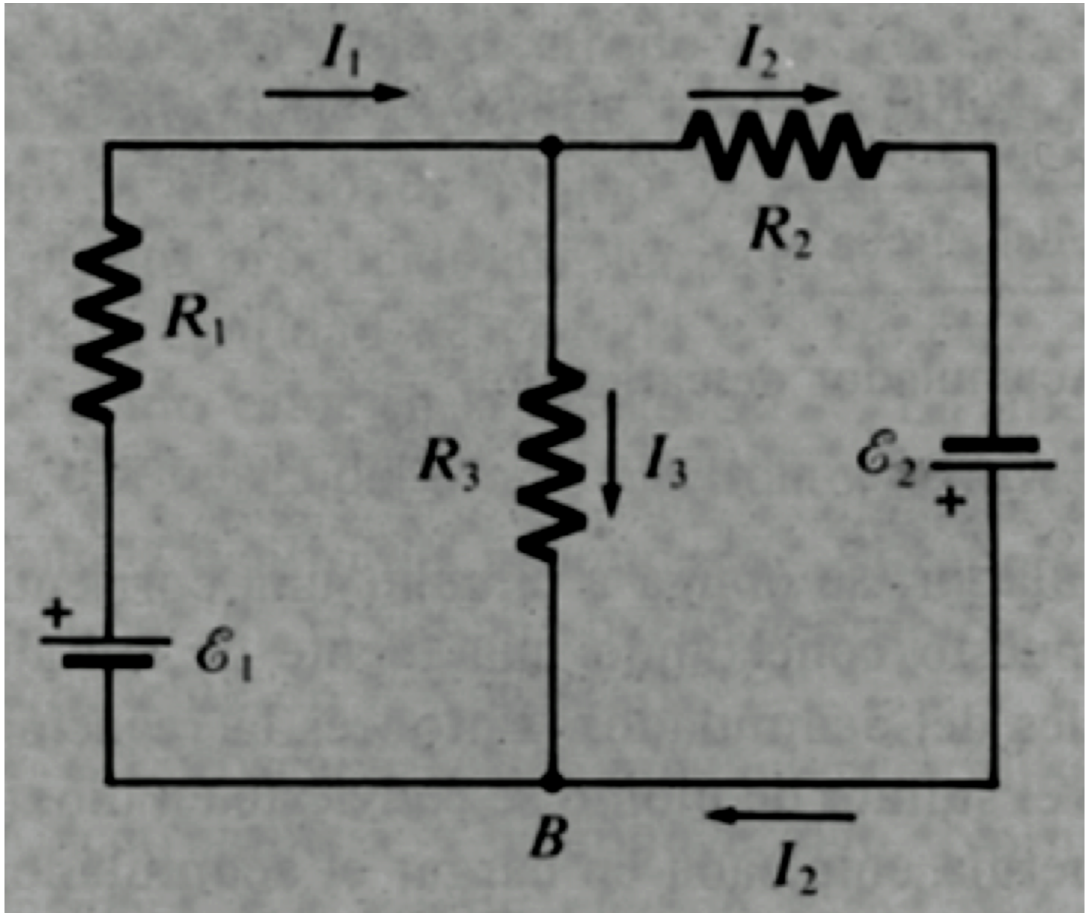
Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito con dos lazos

- Tenemos tres ecuaciones con tres incógnitas

(1) $$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

(2) $$\mathcal{E}_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 = 0$$

(3) $$\mathcal{E}_2 + R_3 I_3 - R_2 I_2 = 0$$



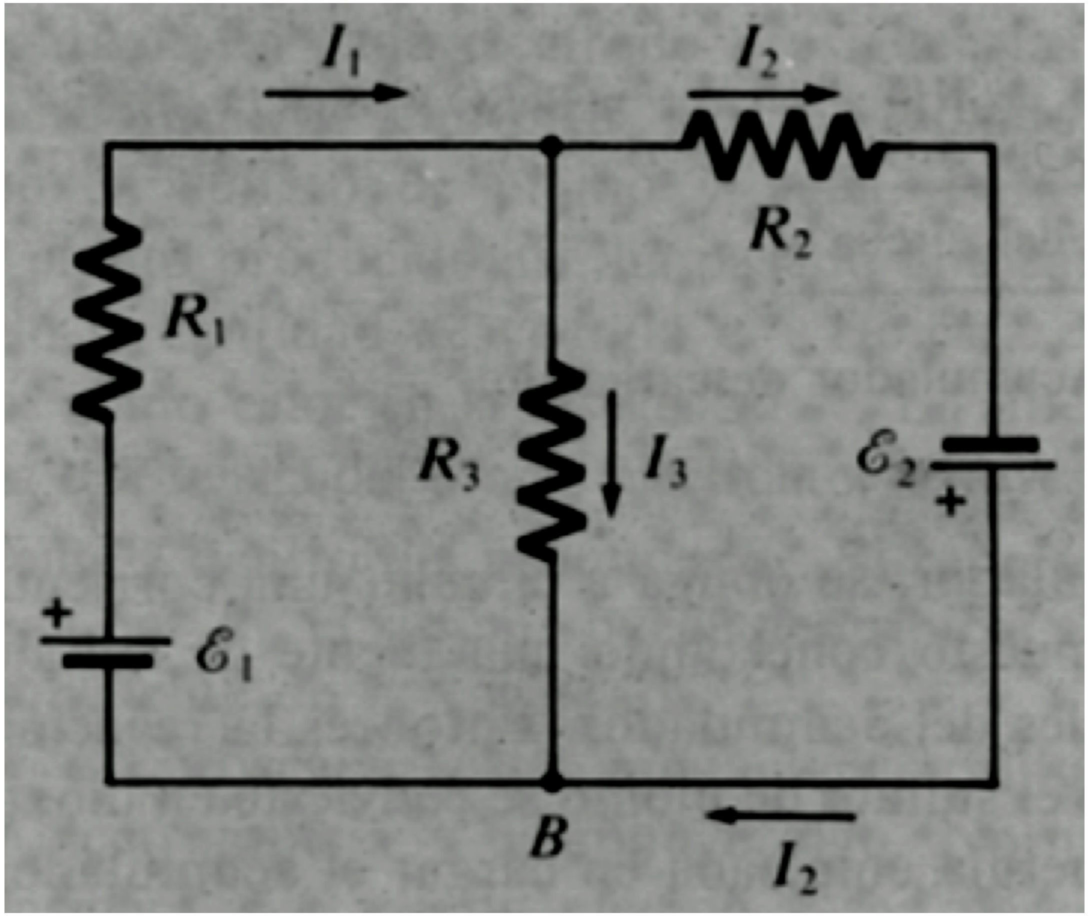
Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito con dos lazos

- Reemplazando I_1 de (1) en (2) tenemos:

$$\varepsilon_1 - R_1 I_2 - R_1 I_3 - R_3 I_3 = 0$$

$$\varepsilon_1 - R_1 I_2 - (R_1 + R_3) I_3 = 0$$

(2')
$$I_2 = \frac{\varepsilon_1 - (R_1 + R_3) I_3}{R_1}$$



Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito con dos lazos

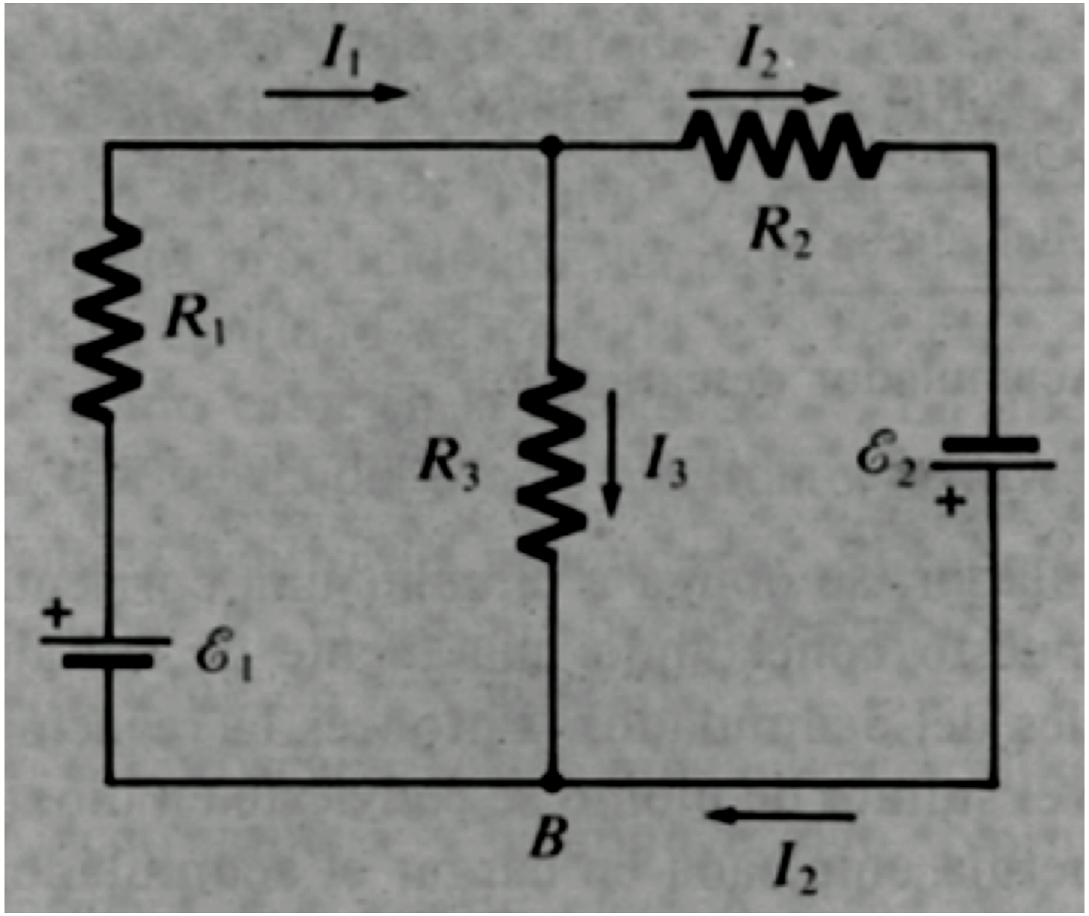
- Reemplazando I_2 de (2') en (3) tenemos:

$$\varepsilon_2 + R_3 I_3 - R_2 \frac{\varepsilon_1 - (R_1 + R_3) I_3}{R_1} = 0$$

$$R_1\varepsilon_2 + R_1 R_3 I_3 - R_2\varepsilon_1 + R_2(R_1 + R_3)I_3 = 0$$

$$I_3(R_1R_3 + R_2R_1 + R_2R_3) = R_2\varepsilon_1 - R_1\varepsilon_2$$

$$I_3 = \frac{R_2\varepsilon_1 - R_1\varepsilon_2}{R_1R_3 + R_2R_1 + R_2R_3}$$



Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito con dos lazos

Las otras soluciones son:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_1 R_3 + \mathcal{E}_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 R_1 + \mathcal{E}_2 R_3 + \mathcal{E}_1 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

$$I_3 = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 - \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

I_3 puede cambiar de dirección dependiendo de la relación entre las FEM, no así I_1 e I_2