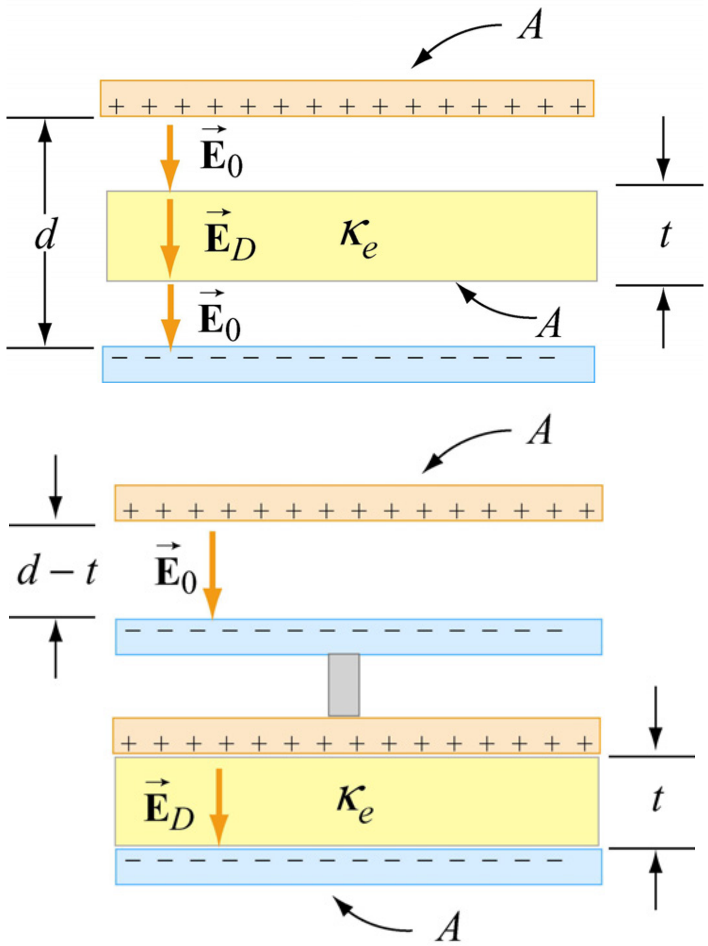
Capacitores con dieléctricos (1)

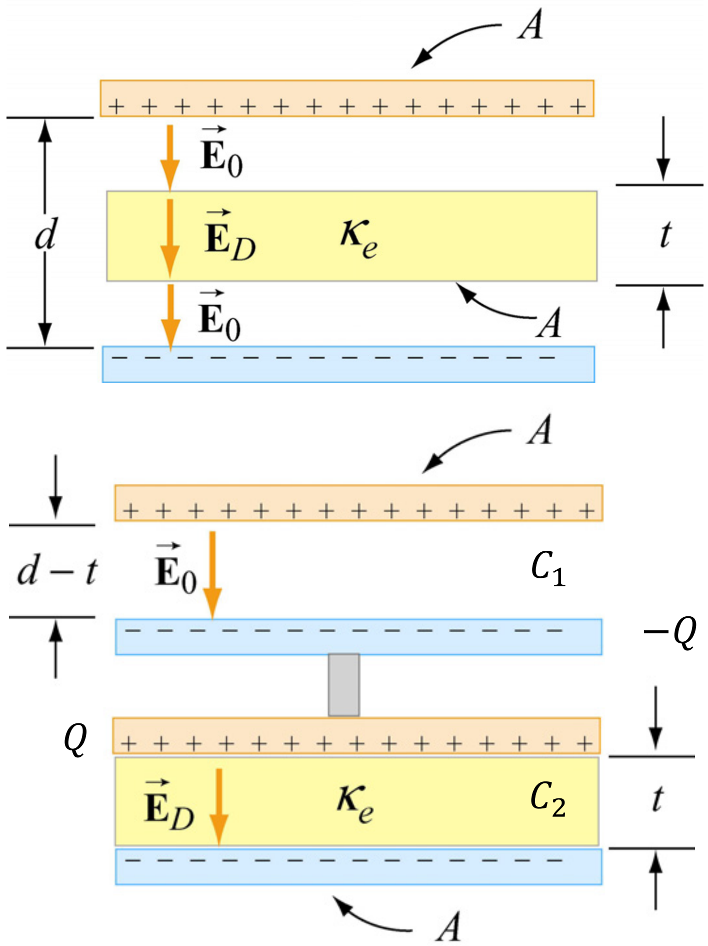


- Invirtiendo C tenemos:

$$\frac{1}{C} = \frac{d-t}{A\epsilon_0} + \frac{t}{A\kappa_e\epsilon_0}$$

- Esto es la suma de las inversas de las capacidades de un capacitor en el vacío de espesor $d - t$ y de otro con dieléctrico de espesor t, ambos con carga Q.

Capacitores con dieléctricos (1)



- En otras palabras:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

- Los capacitores tienen un conductor en común que es un equipotencial, de un lado tiene carga Q del otro $-Q$.

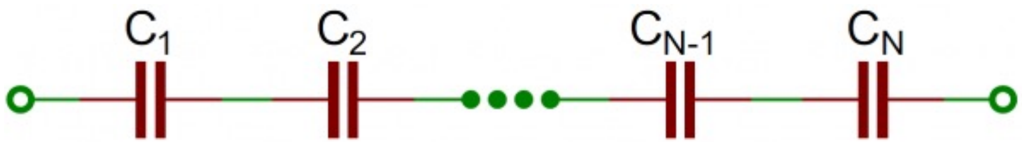
- Esta configuración se denomina *'en serie'*

Capacitores en serie

- El resultado anterior:

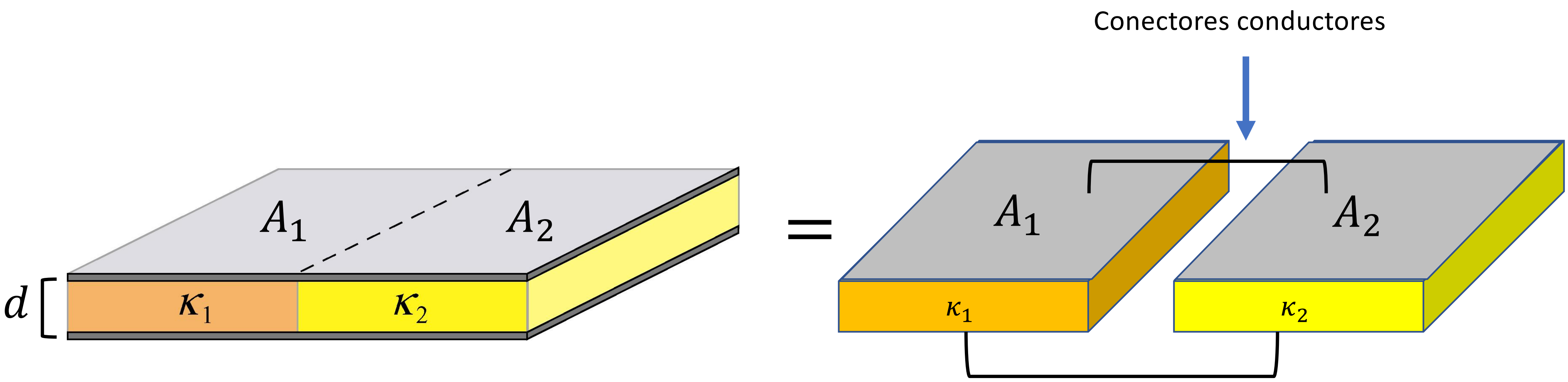
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

- Puede extenderse a los capacitores en el vacío trivialmente ($\kappa_e = 1$) y a un número arbitrario de capacitores en serie.



$$\frac{1}{C_{Tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_{N-1}} + \frac{1}{C_N}$$

Capacitores en paralelo



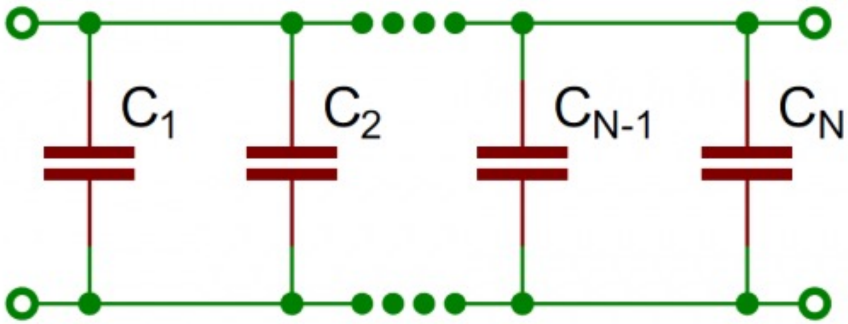
$$C = C_1 + C_2$$

Capacitores en paralelo

- Entonces, en general, la capacidad equivalente C de dos capacitores 'en paralelo' (C_1y C_2) tenemos:

$$C = C_1 + C_2$$

- Extendido a N capacitores

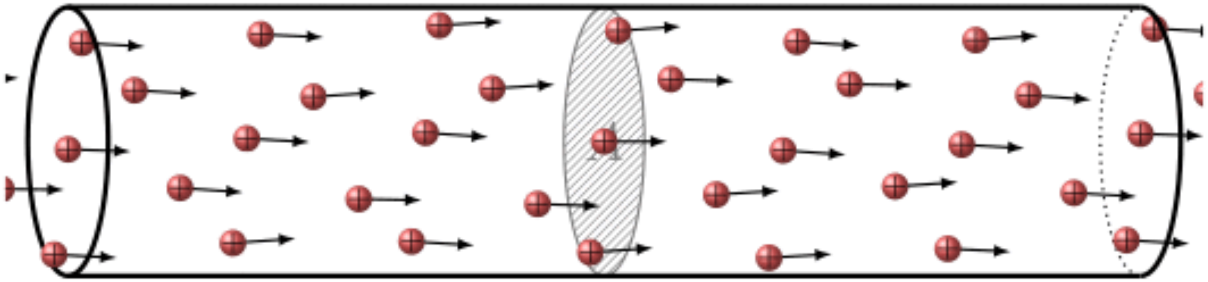


$$C_{Tot} = C_1 + C_2 + \ldots + C_{N-1} + C_N$$

Corrientes estacionarias y circuitos

Corriente eléctrica

- Carga en movimiento



- La corriente I por un cable es la cantidad de carga que atraviesa la sección transversal en un punto fijo por unidad de tiempo.
- Se expresa en Ampères: A = C/s
- J es la densidad superficial de corriente $J = \frac{I}{A}$ y se expresa en A/m^2

Densidad de corriente y corriente

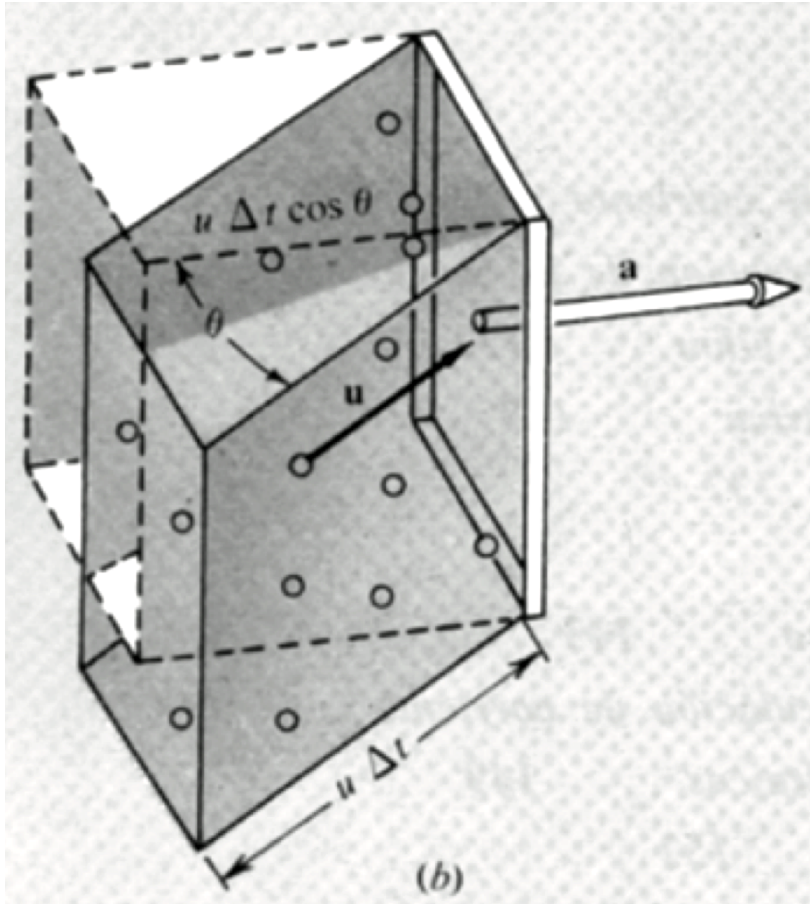
- En realidad importan las velocidades medias en una porción del espacio
- Para un portador de carga k, n_k cantidad de portadores por unidad de volumen

$$\vec{J}_k = n_k q_k \langle \vec{v}_k \rangle$$

- Entonces, si tengo muchas especies 'k'

$$\vec{J} = \sum_k \vec{J}_k$$

$$I = \int_A \vec{J} \cdot \overrightarrow{da}$$



Corriente estacionaria y conservación de la carga

- Una corriente estacionaria es aquella cuyo campo $\vec{J}$ no depende del tiempo en cada punto del espacio donde ocurre.
- Como vimos hoy, la divergencia de un campo permitía ver si había manantiales o sumideros de campo.
- El campo de densidad de corriente debe cumplir la conservación de la carga. Esta se escribe

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Esto quiere decir que el flujo saliente de cargas va a ir vaciando el diferencial de volumen de ellas, mientras que el flujo entrante contribuye a la acumulación de carga en el lugar.

Corrientes estacionarias

- En esta parte del curso nos centraremos en corrientes que no varían en el tiempo.

- Si la densidad de carga no varía en el tiempo, la conservación de la carga queda:

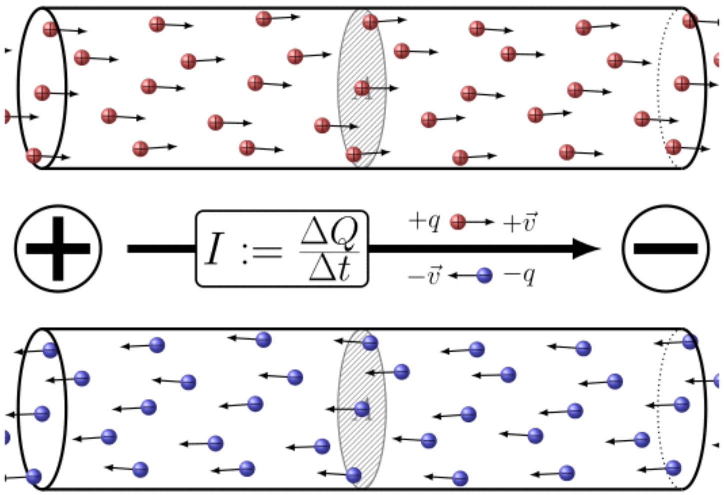
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

En todo punto del espacio

En otras palabras, toda carga que llega a un punto, continúa hacia otro lado

Transporte de carga

- El agente más común para producir y mantener el transporte de carga es el campo eléctrico.
- El campo eléctrico mueve a los portadores de signos distintos en distintos sentidos



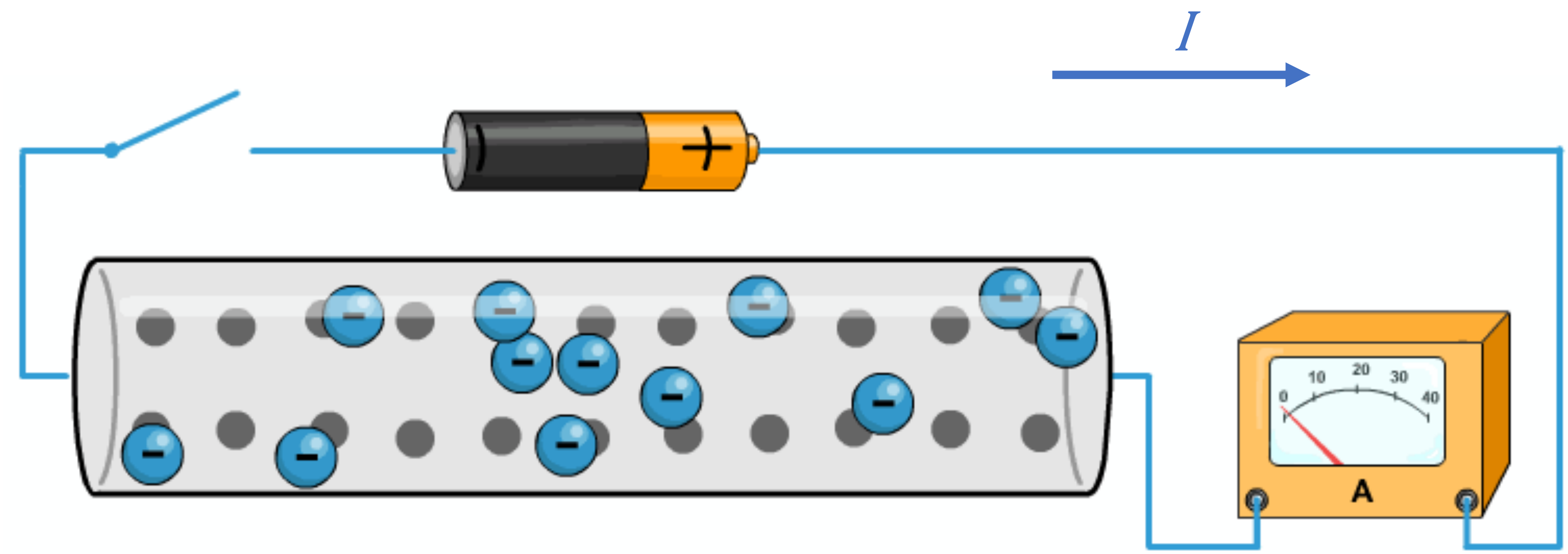
Ley de Ohm

- Es una relación lineal empírica entre el $\vec{E}$ y $\vec{J}$ que se cumple para muchos materiales en un rango muy amplio de intensidades de campo.

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}$$

- σ es la conductividad del material
  - Constante en un rango determinado de condiciones
  - Es un escalar cuando el medio es isotrópico (no tiene en su estructura ninguna dirección privilegiada)

Corriente en un conductor



Los electrones libres en la banda de conducción circulan en respuesta a la diferencia de potencial entre los extremos del circuito mantenida por la batería, mientras que los núcleos del material conductor se mantienen quietos. Fijarse en el sentido de I !!

Ley de Ohm

- Vamos a usar otra versión de la misma Ley de Ohm que relaciona a *I* y la diferencia de potencial V

$$V = IR$$

- R es la resistencia del conductor entre los dos terminales que están a una diferencia de potencial V.

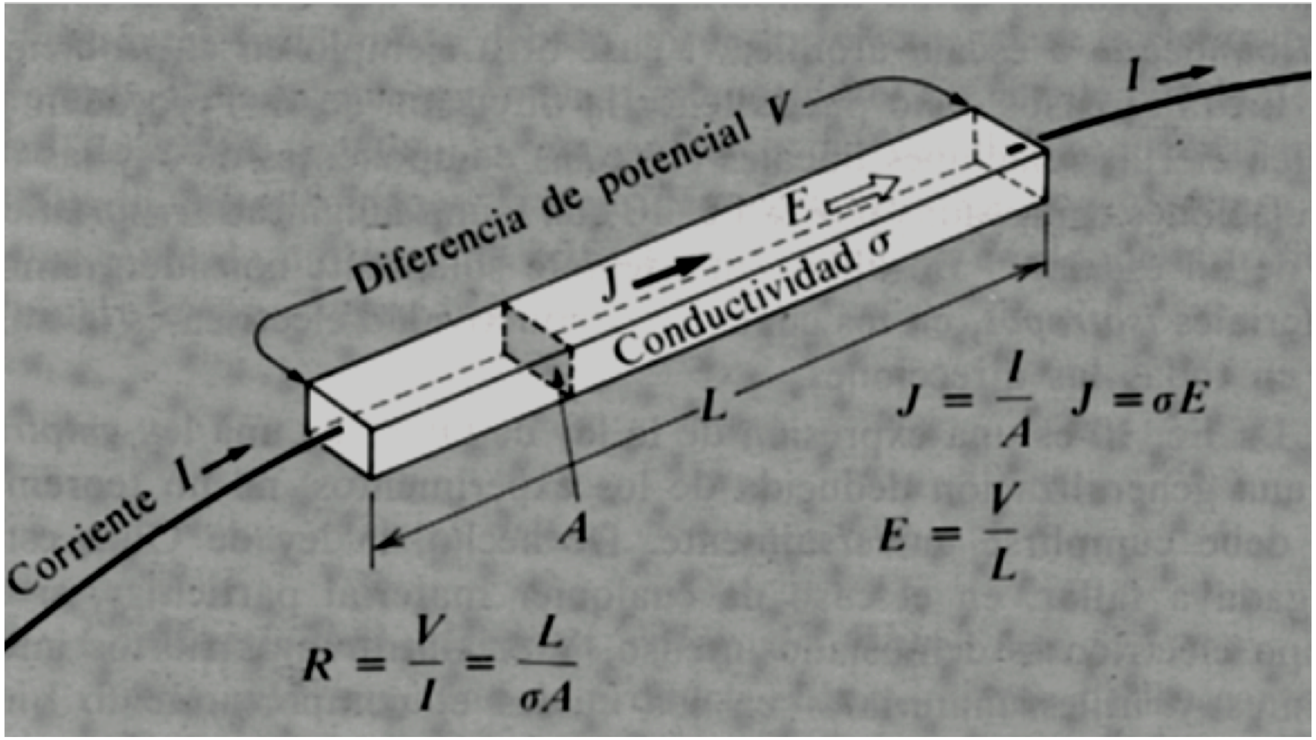
- La unidad SI de R es el Ohm ($\Omega = \frac{V}{A}$)

Conductividad de una varilla conductora

- Sea una varilla de maciza de sección recta de área A y longitud L entre sus extremos.

- Una corriente estacionaria I circula a lo largo de la varilla.

- Entre los extremos hay una diferencia de potencial V.



Conductividad de una varilla conductora

- Dentro de la varilla, la densidad de corriente es

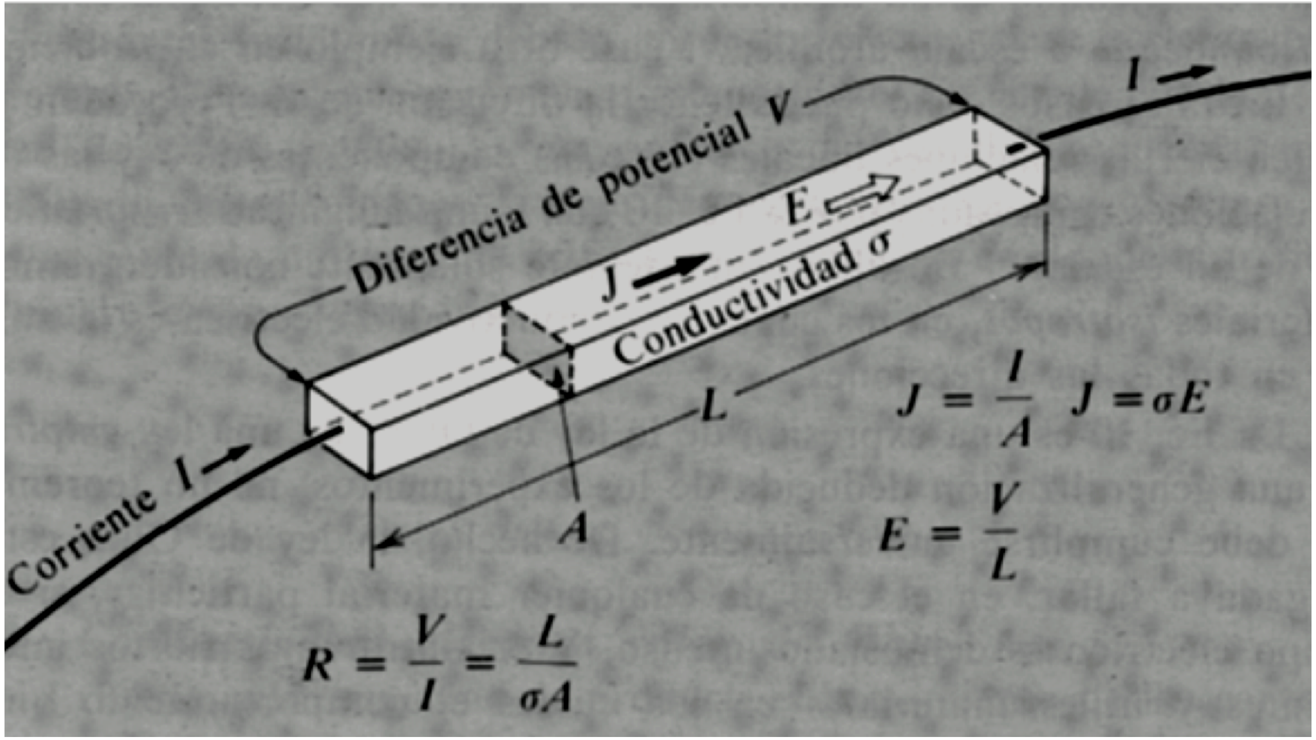
$$J = \frac{I}{A}$$

- El campo eléctrico es

$$E = \frac{V}{L}$$

- Entonces

$$R = \frac{V}{I} = \frac{LE}{AJ} = \frac{L}{A\sigma}$$



Conductividad y resistividad

- La conductividad σ tiene unidades de corriente por unidad de área dividido unidad de campo eléctrico. En el sistema SI:

$$[\sigma] = \frac{\frac{A}{m^2}}{\frac{V}{m}} = \frac{A}{Vm} = \frac{1}{\Omega m}$$

Conductividad y resistividad

- Entonces,

$$R = \frac{V}{I} = \frac{L\rho}{A}$$

- La inversa de la conductividad es la resistividad $\rho = \frac{1}{\sigma}$

$$[\rho] = \frac{\frac{V}{m}}{\frac{A}{m^2}} = \frac{Vm}{A} = \Omega m$$

TABLA 4.1

Resistividad y su recíproco, conductividad, para ciertos materiales

Material	Resistividad ρ	Conductividad σ
Cobre puro, 273 K	$1{,}56 \times 10^{-6}$ ohm-cm $1{,}56 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot m$	$6{,}4 \times 10^{5}$ (ohm-cm)$^{-1}$ $6{,}4 \times 10^{7}\ (\Omega \cdot m)^{-1}$
Cobre puro, 373 K	$2{,}24 \times 10^{-6}$ ohm-cm $2{,}24 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot m$	$4{,}5 \times 10^{5}$ (ohm-cm)$^{-1}$ $4{,}5 \times 10^{7}\ (\Omega \cdot m)^{-1}$
Germanio puro, 273 K	200 ohm-cm $2\ \Omega \cdot m$	0,005 (ohm-cm)$^{-1}$ $0{,}5\ (\Omega \cdot m)^{-1}$
Germanio puro, 500 K	0,12 ohm-cm $1{,}2 \times 10^{-3}\ \Omega \cdot m$	$8{,}3\ (\Omega \cdot m)^{-1}$ $830\ (\Omega \cdot m)^{-1}$
Agua pura, 291 K	$2{,}5 \times 10^{7}$ ohm-cm $2{,}5 \times 10^{5}\ \Omega \cdot m$	$4{,}0 \times 10^{-8}$ (ohm-cm)$^{-1}$ $4 \times 10^{-6}\ (\Omega \cdot m)^{-1}$
Agua del mar (varía con la salinidad)	25 ohm-cm $0{,}25\ \Omega \cdot m$	0,04 (ohm-cm)$^{-1}$ $4\ (\Omega \cdot m)^{-1}$

Nota: 1 ohm-metro = 100 ohm-cm.

Disipación de la energía en una resistencia

- Sea $\vec{F}$ una fuerza para mover un portador de carga q en un campo $\vec{E}$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- El trabajo de $\vec{F}$ por unidad de tiempo es (suponiendola estacionaria)

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{\overrightarrow{dl}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$$

- La energía potencial es transformada de este modo en calor y $P = \frac{dW}{dt}$ es la potencia disipada.

Disipación de la energía en una resistencia

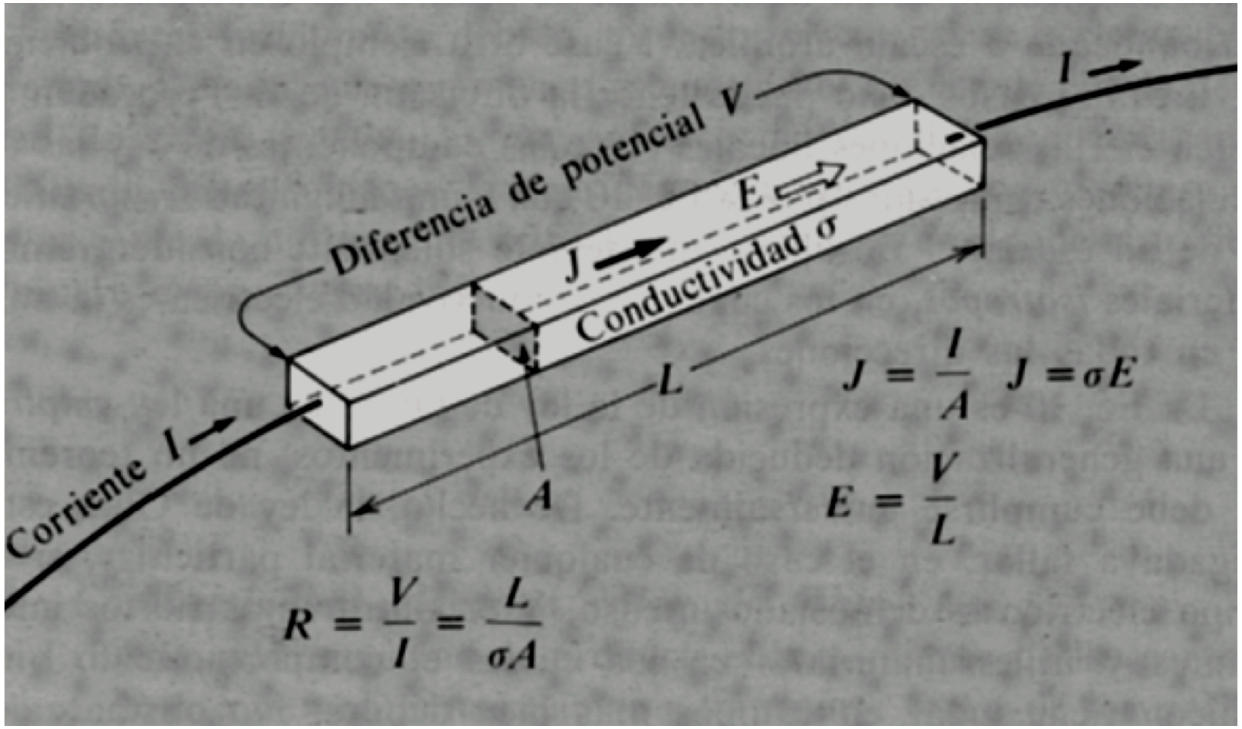
- Entonces en una dimensión y suponiendo que en Δt pasan N portadores de carga q por el área A

$$P = NqEv$$

donde $\Delta L = v\,\Delta t$

- Entonces por ley de Ohm

$$P = \frac{Nq\rho J\Delta L}{\Delta t}$$



Disipación de la energía en una resistencia

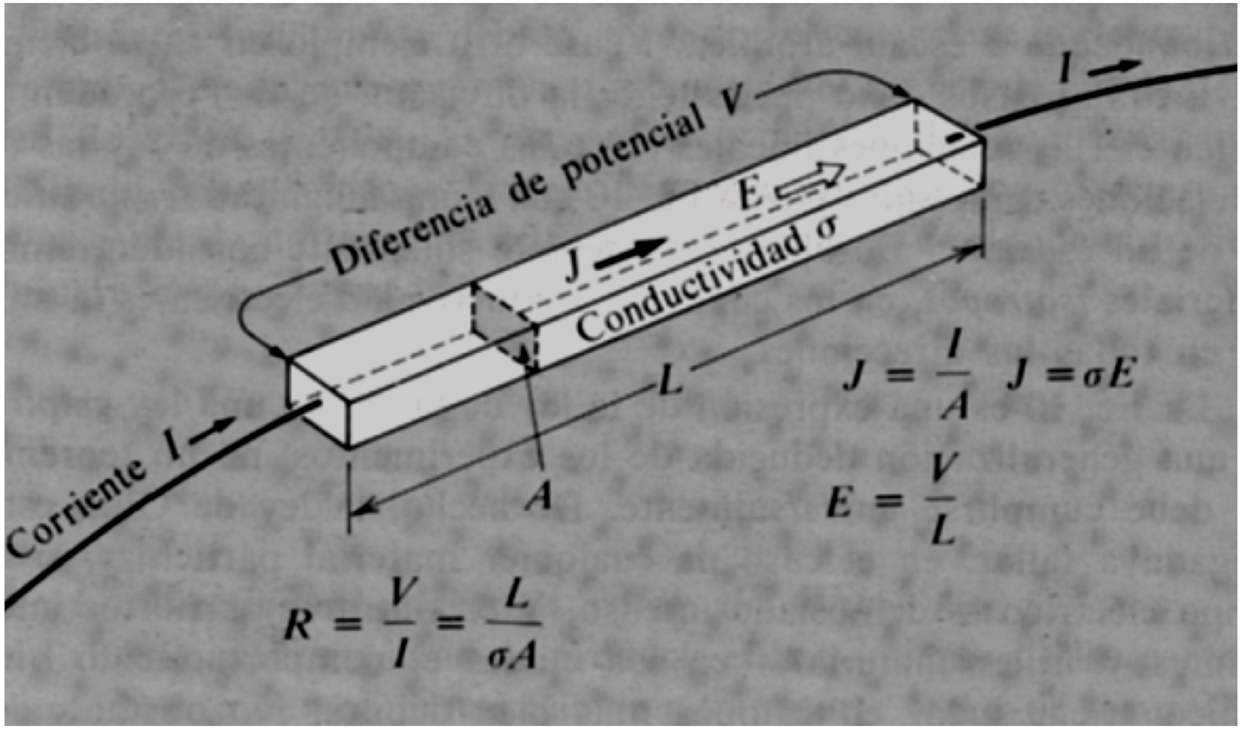
- Entonces como

$$I = \frac{Nq}{\Delta t} \;\; y \;\; J = \frac{I}{A}$$

$$P = \frac{I^2 \rho \Delta L}{A}$$

- Lo que equivale a

$$P = I^2 R$$



La potencia *P* o energía disipada por unidad de tiempo en SI se mide en Watts