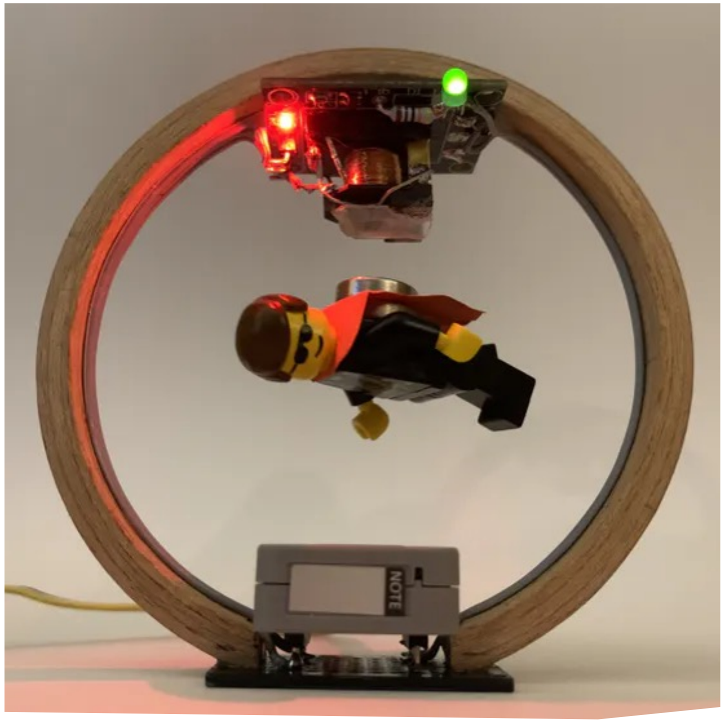
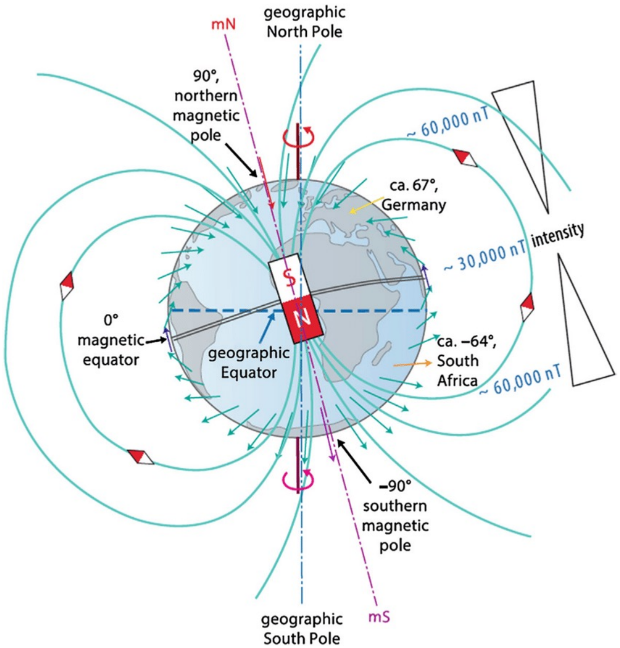
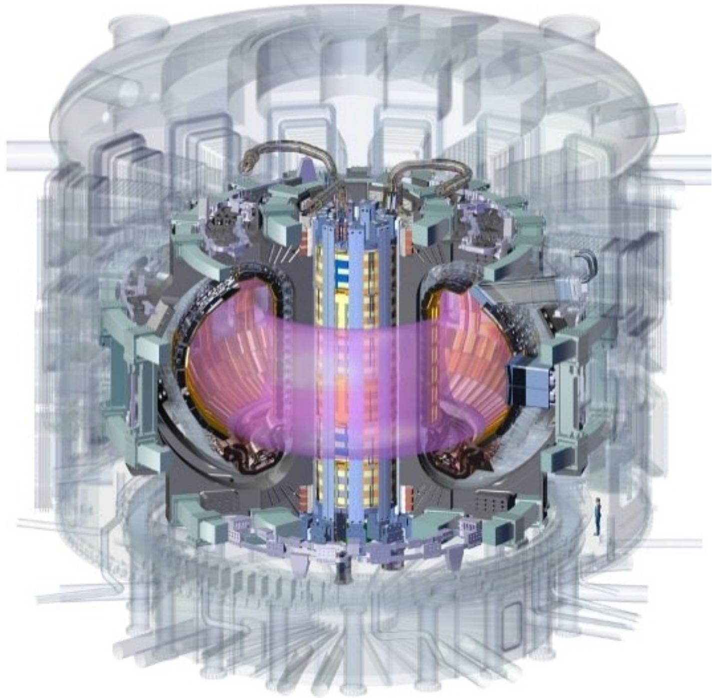




geographic North Pole
mN
90°, northern magnetic pole
~ 60,000 nT
ca. 67°, Germany
~ 30,000 nT
intensity
0° magnetic equator
geographic Equator
ca. −64°, South Africa
~ 60,000 nT
−90° southern magnetic pole
geographic South Pole
mS



Magnetismo

Breve historia del magnetismo

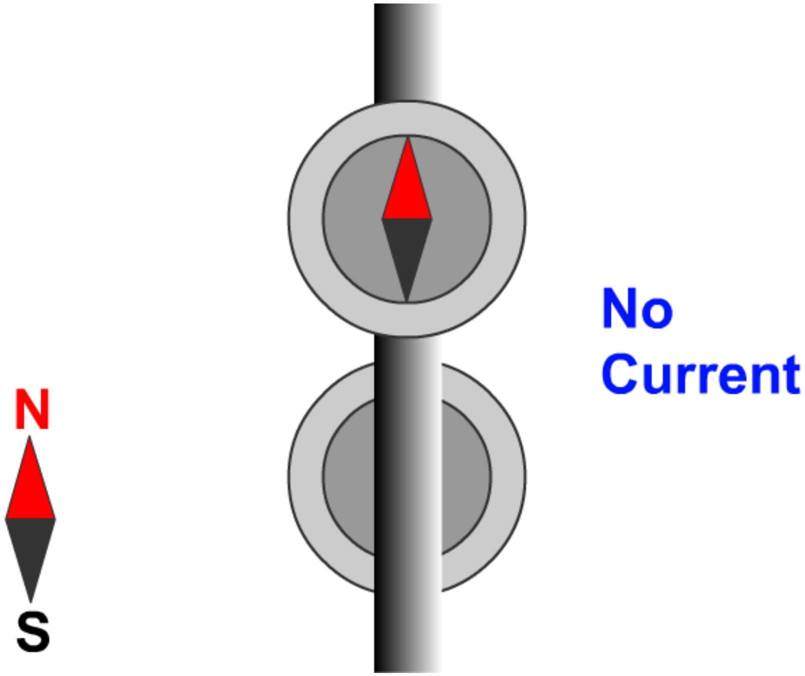
- Desde 600 AC: registros sobre existencia de imanes (magnetita). El prefijo Magneto viene del griego y hace referencia a piedras provenientes de la región de Magnesia en Tesalia.

- William Gilbert (1540-1643) realiza experimentos sistemáticos con imanes. Descubre magnetismo terrestre.

- Los chinos inventaron la brújula en el siglo I y llegó a Europa en el siglo XII como instrumento de navegación, especialmente de día.

El campo magnético

- En 1819, Hans Christian Oersted muestra que una corriente estacionaria desvía una brújula. Establece relación entre corriente y magnetismo.



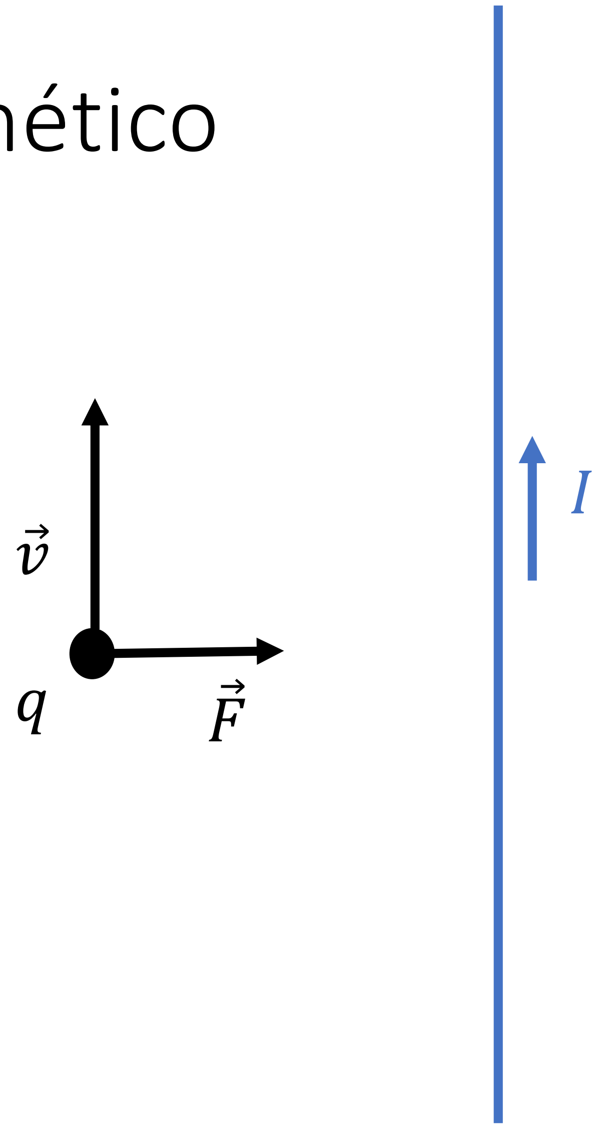
Hans Christian Oersted

Fuerza de Lorentz y Campo magnético

- Experimentalmente se observa que una carga que se mueve paralelamente a una corriente I experimenta una fuerza $\vec{F}$ perpendicular a su velocidad $\vec{v}$.

- Esta fuerza se conoció con el nombre de fuerza magnética.

- El módulo de esa fuerza $\vec{F}$ resulta ser proporcional a la cantidad de carga q, y el módulo de la velocidad $|\vec{v}|$

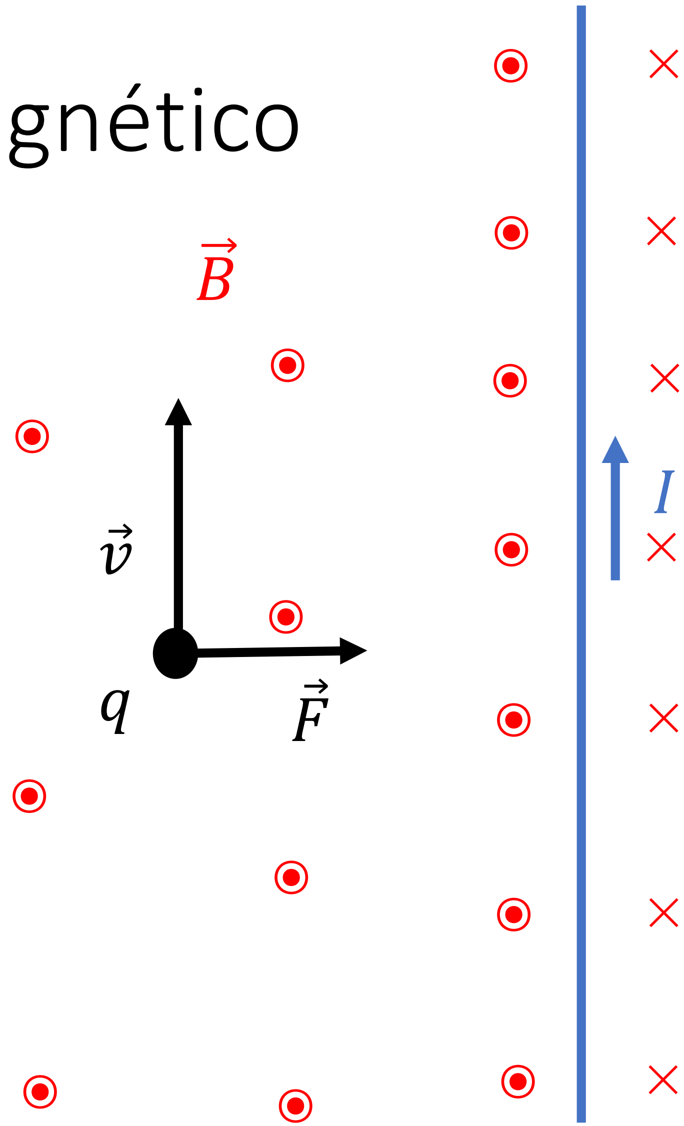


Fuerza de Lorentz y Campo magnético

- En 1895, Hendrik Lorentz formalizó la expresión para la fuerza magnética a partir de un campo magnético $\vec{B}$

- El **campo magnético $\overrightarrow{\boldsymbol{B}}$ queda entonces definido a partir la expresión para la fuerza magnética $\overrightarrow{\boldsymbol{F}}$** sobre una carga q con una velocidad $\vec{v}$

$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

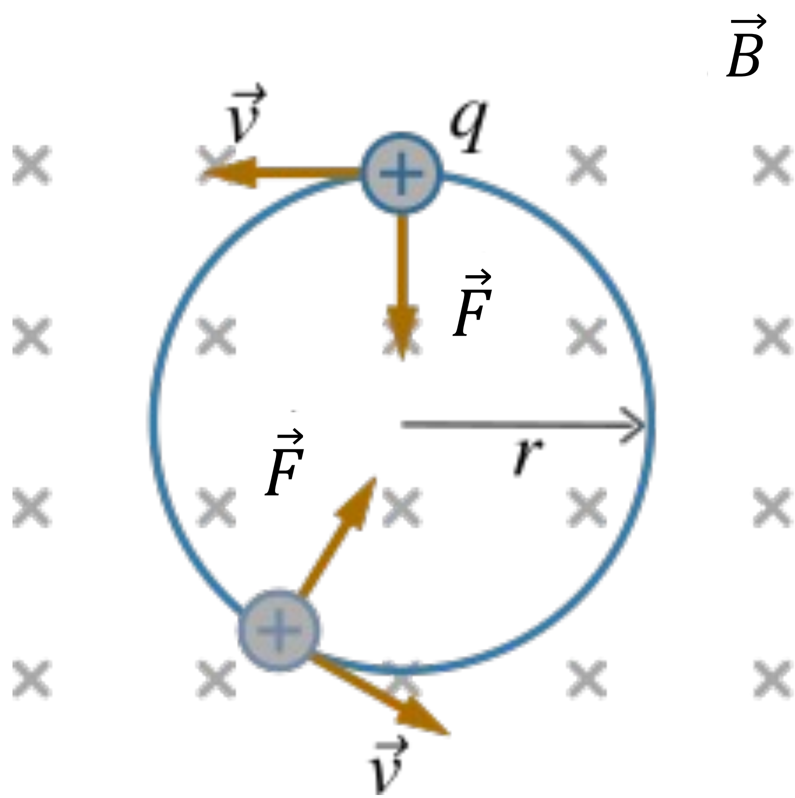


Movimiento de una carga en campo magnetico uniforme

- Supongamos un campo $\vec{B}$ uniforme
- La **ecuación de movimiento** de una carga q de masa m y velocidad $\vec{v} \perp \vec{B}$ es:

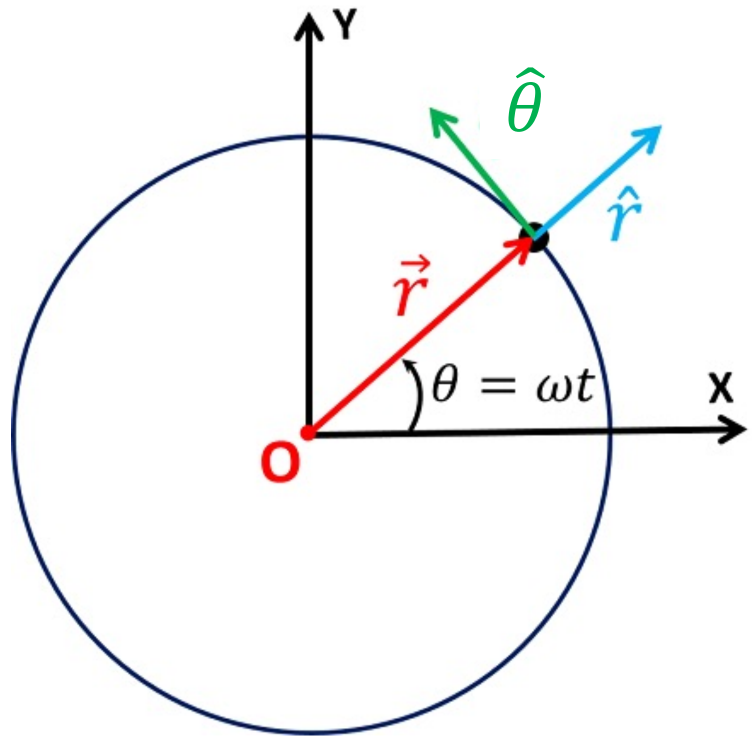
$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

- Es decir que la fuerza $\boldsymbol{\vec{F}}$ **y la aceleración son siempre perpendiculares a** $\boldsymbol{\vec{v}}$.
- Por lo tanto la carga describirá un **MCU (la energía cinética no cambia)**.



MRU en polares

- Representando el vector posición como:
$$\vec{r} = r\hat{r}$$
- La velocidad se escribe como:
$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d\hat{r}}{dt}$$
- Cambiando la notación por 'punto' tenemos:
$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\hat{r}}$$
- Y como $\dot{\hat{r}} = \dot{\theta}\hat{\theta}$
$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$



MRU en polares

- La velocidad se escribe como:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\dot{\vec{r}}}{dt} = \ddot{\vec{r}} = \frac{d}{dt}\left[\dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}\right]$$

- Derivando tenemos:

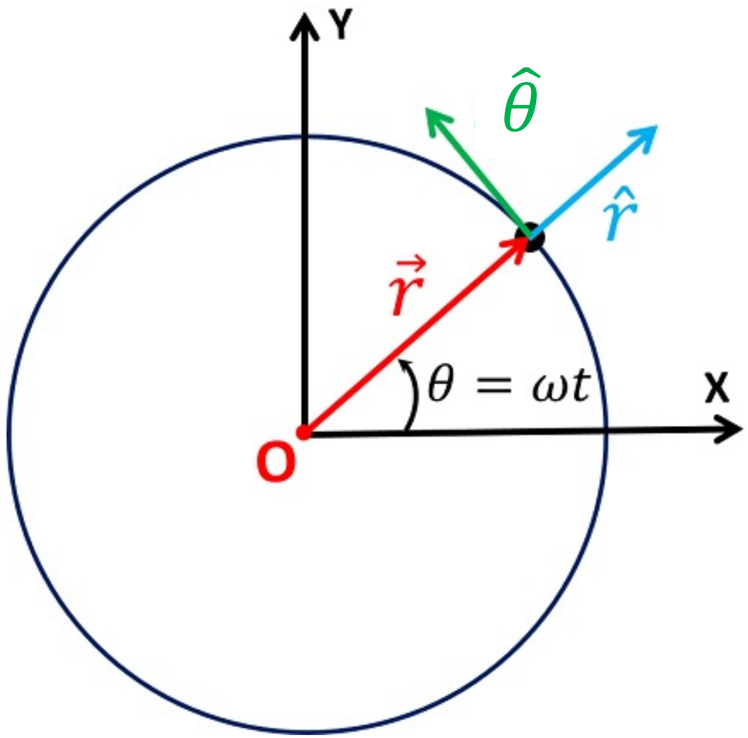
$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{r}\hat{r} + \dot{r}\dot{\hat{r}} + \dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta} + r\ddot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\theta}\dot{\hat{\theta}}$$

- Y como $\dot{\hat{r}} = \dot{\theta}\hat{\theta}$ y $\dot{\hat{\theta}} = -\dot{\theta}\hat{r}$ tenemos:

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{r}\hat{r} + 2\dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta} + r\ddot{\theta}\hat{\theta} - r\dot{\theta}^2\hat{r}$$

$$\ddot{\vec{r}} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\hat{\theta}$$

Aceleración radial   Aceleración tangencial



MRU en polares

- La aceleración se escribe como:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\dot{\vec{r}}}{dt} = \ddot{\vec{r}} = \frac{d}{dt}\left[\dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}\right]$$

- Derivando tenemos:

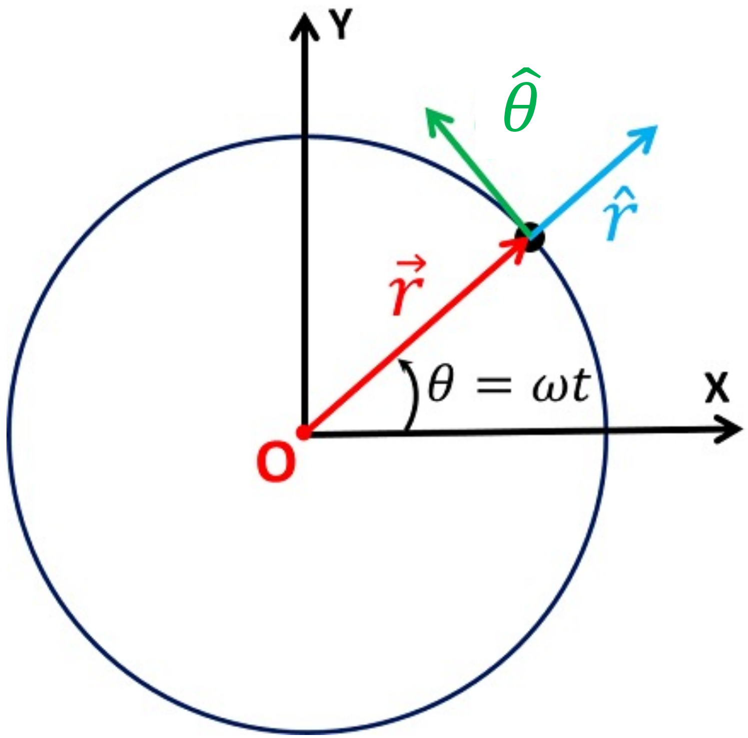
$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{r}\hat{r} + \dot{r}\dot{\hat{r}} + \dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta} + r\ddot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\theta}\dot{\hat{\theta}}$$

- Y como $\dot{\hat{r}} = \dot{\theta}\hat{\theta}$ y $\dot{\hat{\theta}} = -\dot{\theta}\hat{r}$ tenemos:

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{r}\hat{r} + 2\dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta} + r\ddot{\theta}\hat{\theta} - r\dot{\theta}^2\hat{r}$$

$$\ddot{\vec{r}} = a_r\hat{r} + a_\theta\hat{\theta} = \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\hat{\theta} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\hat{\theta}$$

Aceleración radial   Aceleración tangencial



Movimiento de una carga en campo magnetico uniforme

- En un MCU tenemos que la única aceleración es normal a la trayectoria. En coordenadas polares

$$ma_r = mr_g\dot{\theta}^2 = qvB$$

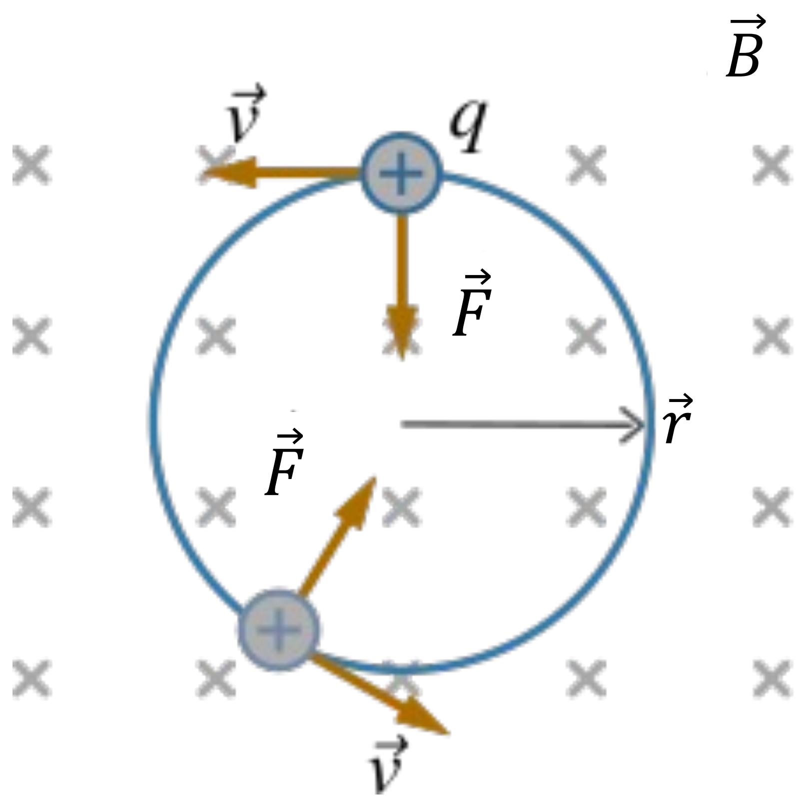
Donde r_g es el radio de la trayectoria circular y se denomina 'giroradio':

- Teniendo en cuenta que $r_g\dot{\theta} = v$ tenemos:

$$\dot{\theta} = \frac{qB}{m}$$

- De aquí sacamos el **período ciclotrón** τ:

$$\tau = \frac{2\pi m}{qB}$$



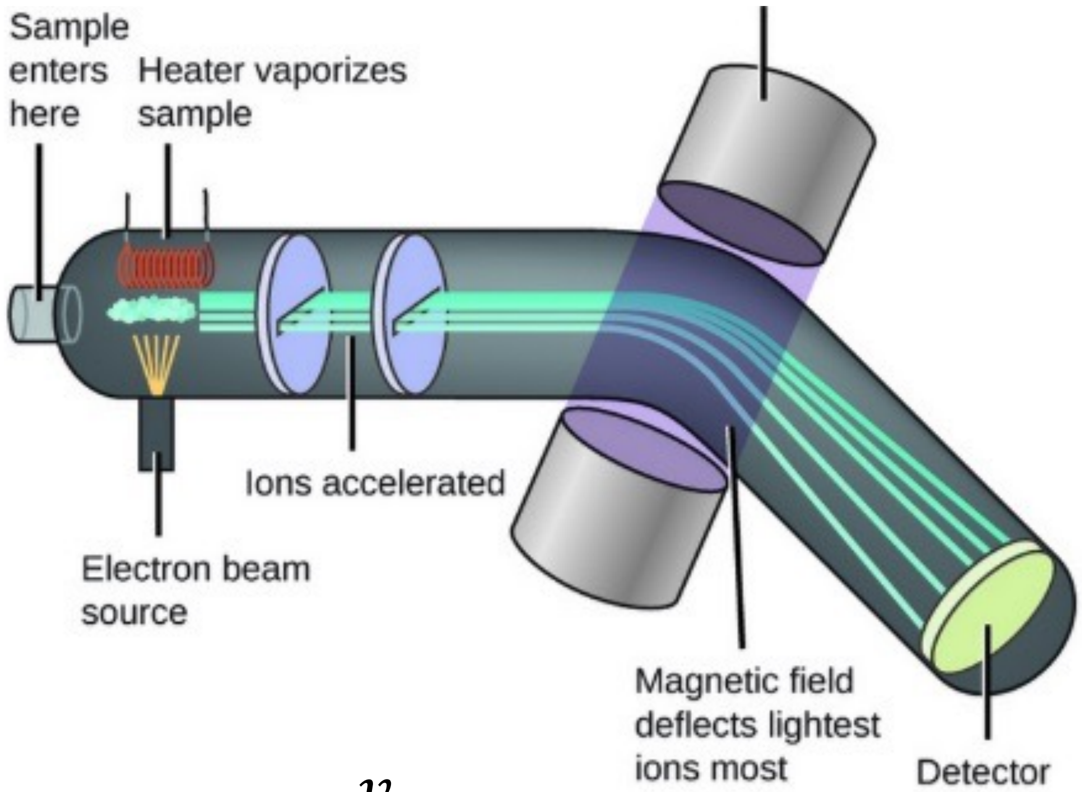
Preguntas

- Obtener el valor de r_g en función de v, q, m, B
- ¿Qué ocurre si $\vec{v}$ no es perpendicular a $\vec{B}$?

Aplicaciones:

Espectrómetro de masa

(separa iones de acuerdo a su masa)

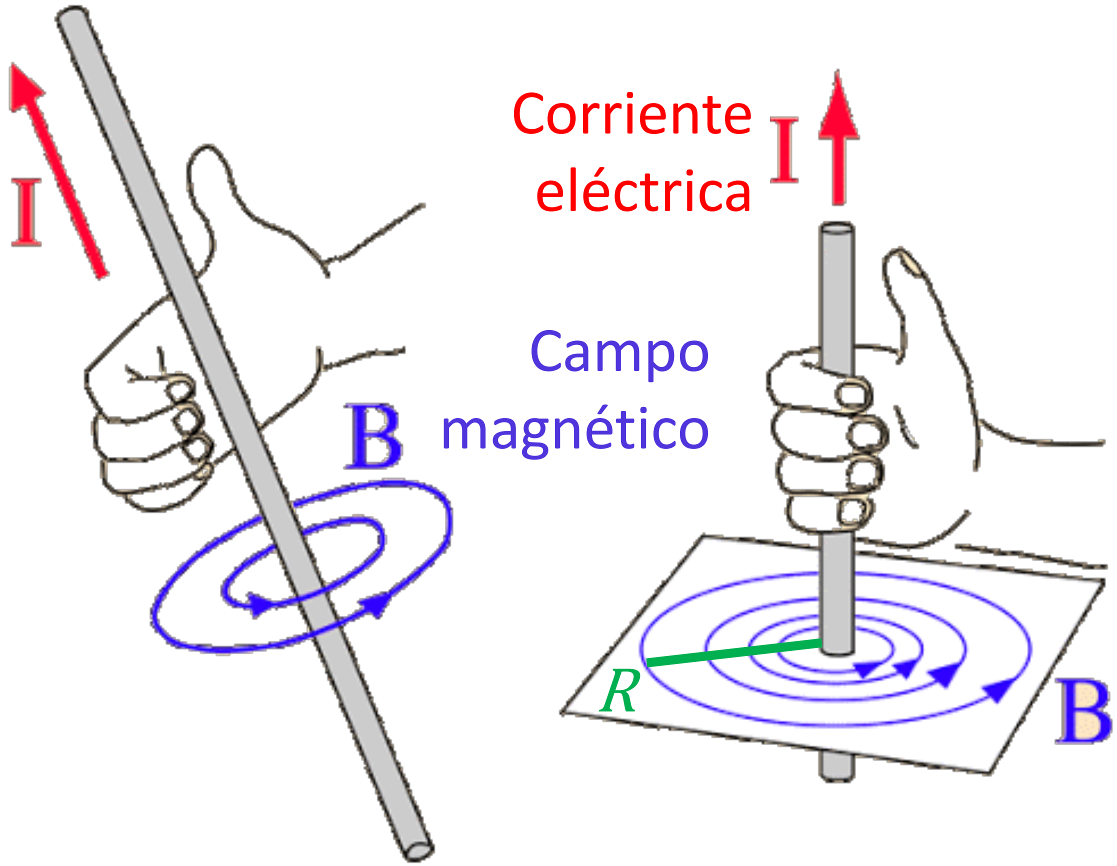


$$r_g = \frac{v_{perp}}{|q|B} m$$

Campo magnético de un hilo recto de corriente

- **Experimentalmente**, se sabe que el campo magnético de un hilo recto de corriente I genera un campo en el sentido de las líneas azules.
- También **experimentalmente** se obtiene que B es proporcional a la corriente I e inversamente proporcional a la distancia al hilo R.

$$B \propto \frac{I}{R}$$



Monopolos eléctricos y magnéticos

- El campo eléctrico de un hilo de carga decae como $E \propto \frac{1}{R}$ ya que sumabamos monopolos eléctricos cuyos campos decaían como $\frac{1}{R^2}$.

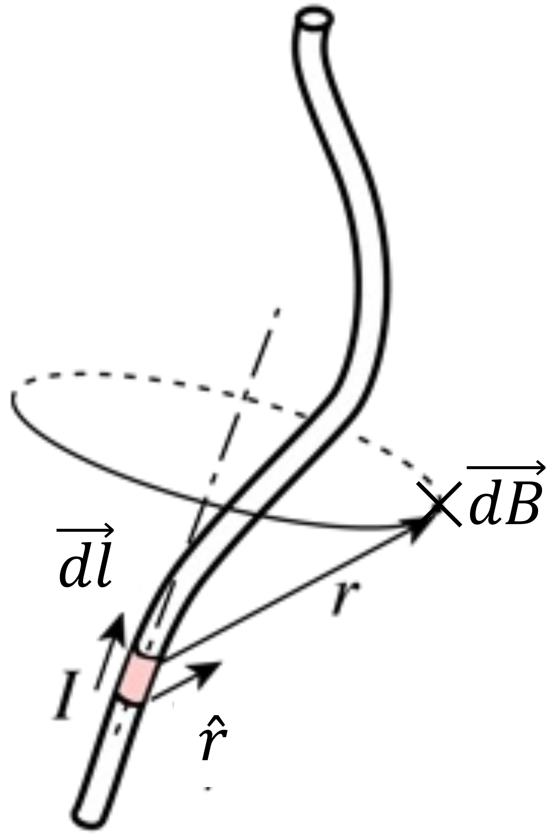
- Hasta ahora, no hay evidencia de la existencia de monopolos magnéticos, pero si existieran, el campo magnético generado por uno de ellos vararía como $\frac{1}{R^2}$.

- Sin embargo, este pensamiento indica que si dividiéramos el hilo de corriente en tramos infinitesimales, el campo magnético generado por cada uno de ellos debería variar como $\frac{1}{R^2}$.

Ley de Biot-Savart

- Biot y Savart plantearon un formalismo para obtener el campo a partir de contribuciones de elementos de corriente $I\overrightarrow{dl}$.
- El diferencial de campo magnético $\overrightarrow{dB}$ a partir de un elemento de corriente $I\overrightarrow{dl}$ en el punto $\vec{r} = r\hat{r}$ se puede escribir como:

$$\overrightarrow{dB} = \frac{C}{r^2} I\overrightarrow{dl} \times \hat{r}$$



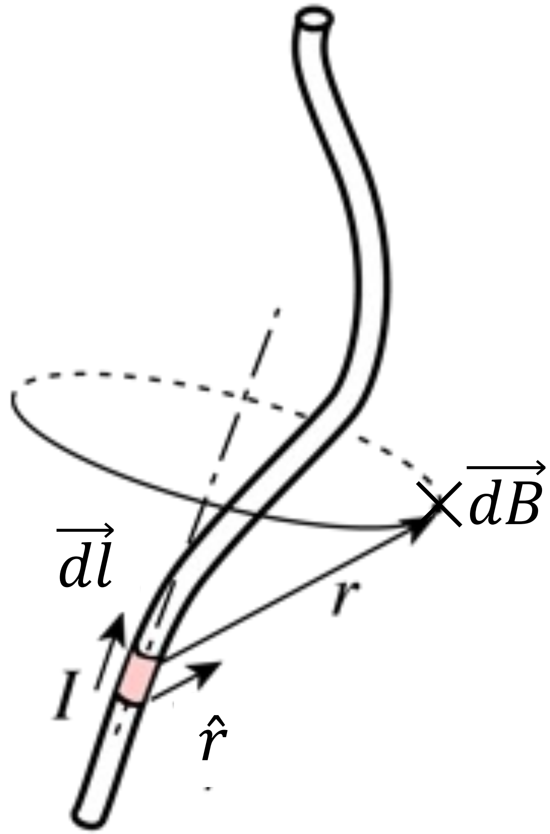
Ley de Biot-Savart

- Mediante experimentos se comprueba que en el sistema SI.

$$C = 10^{-7}\frac{N}{A^2}$$

- Entonces, por similitud con la electrostática se define la permeabilidad magnética del vacío μ_0 tal que: $C = \frac{\mu_0}{4\pi}$
- Entonces

$$\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\frac{N}{A^2} = 1{,}25\ \ 10^{-6}\frac{N}{A^2}$$



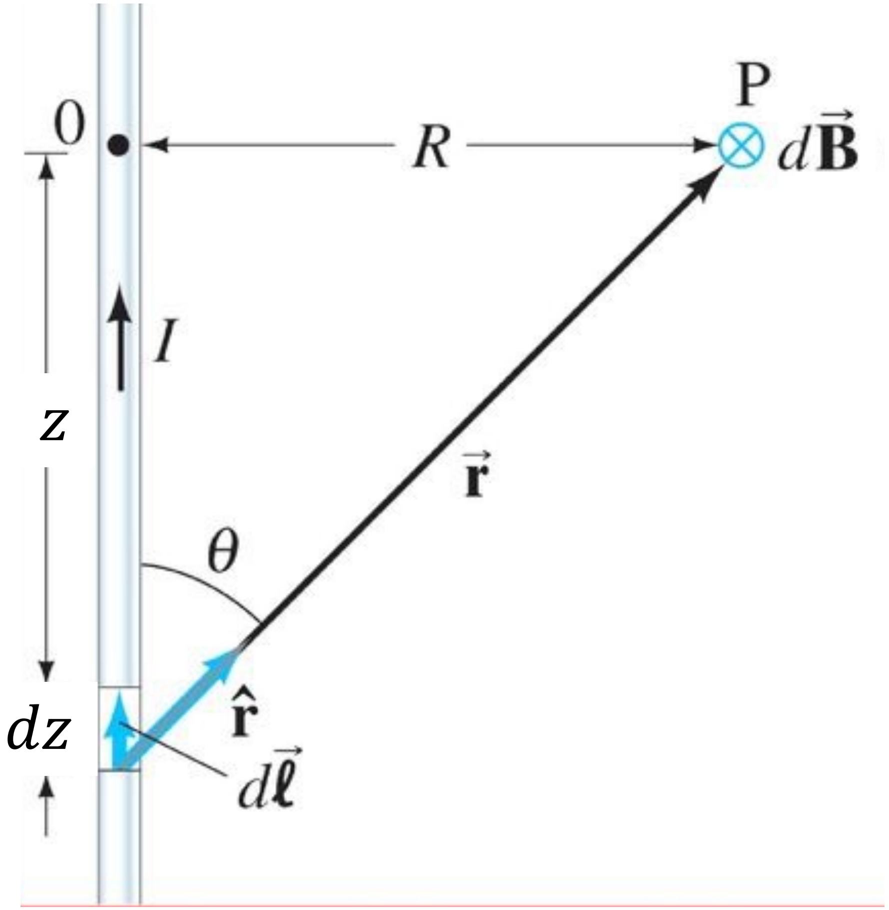
Campo magnético de un hilo infinito

- Consideremos una corriente I a lo largo de un hilo paralelo al eje z.

- El elemento de corriente es
$$I\,\overrightarrow{dl} = I\,dz\,\hat{z}$$

- Desde el elemento de corriente, el punto P donde evalúo $\overrightarrow{dB}$ se indica con el vector $\vec{r} = r\hat{r}$ que forma un ángulo θ con el eje z.

- R es la distancia desde el eje a P.

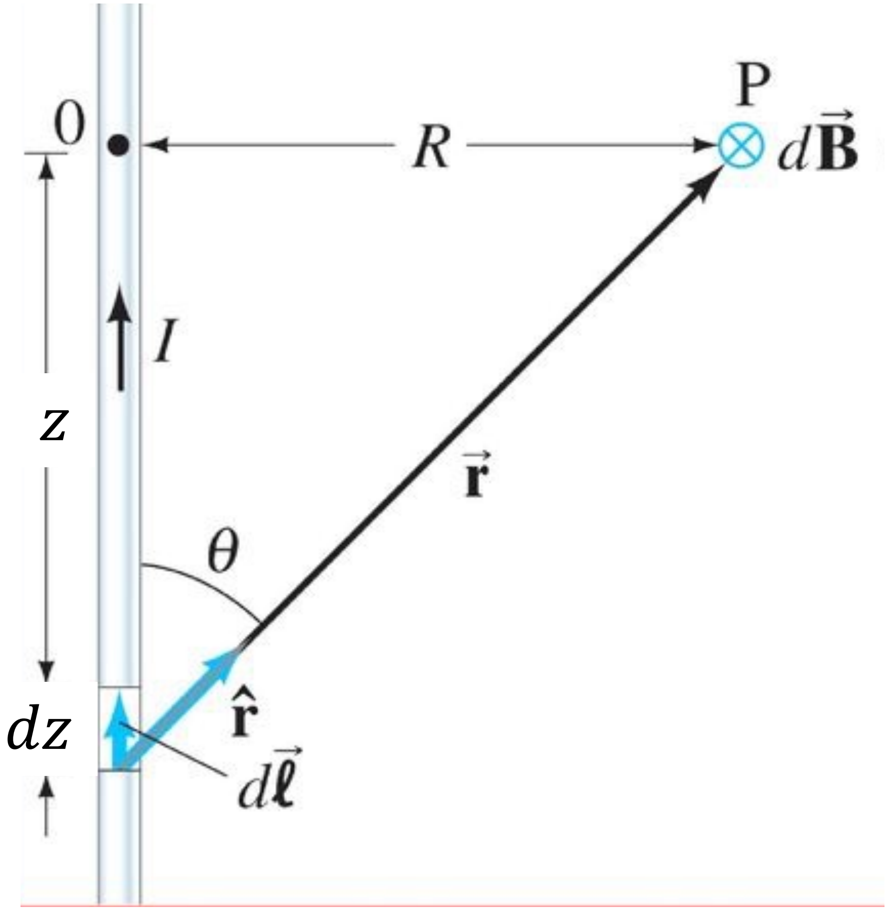


Campo magnético de un hilo infinito

- Por la ley de la mano derecha $\overrightarrow{dB}$ se dirige hacia adentro de la pantalla ($\hat{\phi}$ en coordenadas cilíndricas). Integrando a lo largo del hilo tengo $\vec{B}$.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{Idz\ \sin\theta}{r^2}\,\hat{\phi}$$

- Donde $r^2 = \frac{R^2}{(\sin\theta)^2}$ y $-z = \frac{R}{\tan\theta}$



Campo magnético de un hilo infinito

- Lo anterior indica que

$$dz = \frac{R}{(\sin\theta)^2}\, d\theta$$

- Poniendo todo en función de R y θ

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\pi} \frac{\sin\theta\; d\theta}{R}\,\hat{\phi}$$

- Entonces

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\,\hat{\phi}$$