

# Resumen

- El campo magnético  $\vec{B}$  es el campo vectorial que sirve de medio para obtener la fuerza de Lorentz.
- El flujo de  $\vec{B}$  sobre cualquier superficie cerrada es nulo. Esto implica que no existen monopolos magnéticos. En otras palabras:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

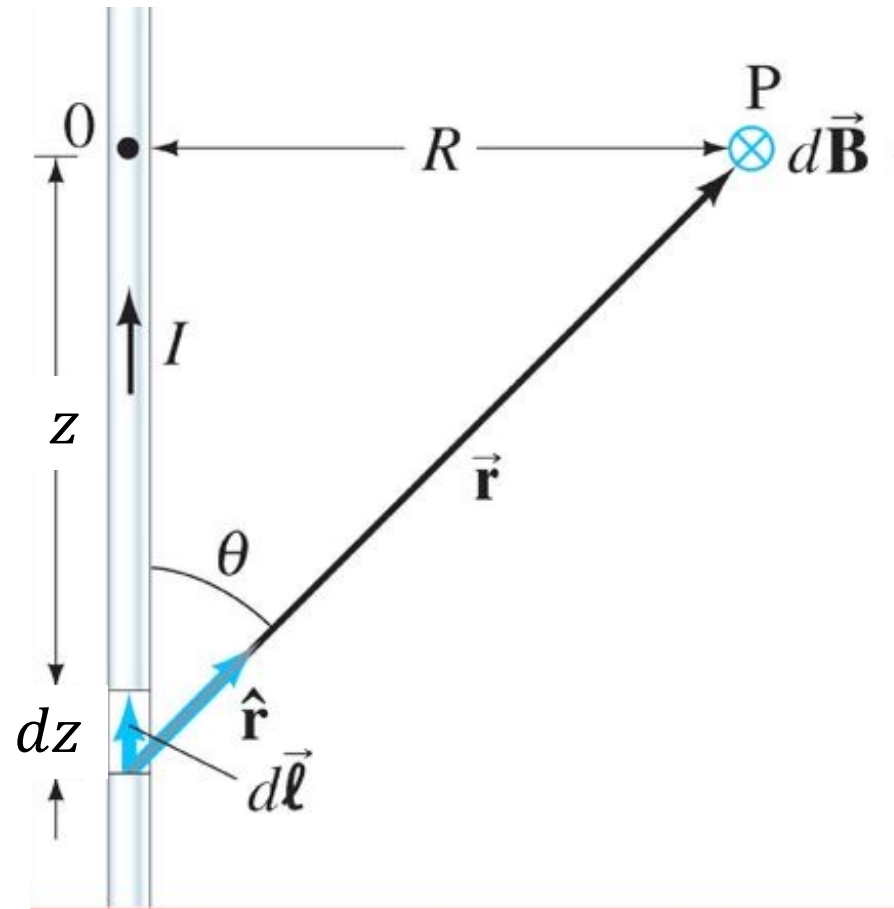
- Por analogía con la electrostática, Biot y Savart plantearon una herramienta para calcular el campo magnético generado por la integración de 'elementos de corriente'

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I \vec{dl} \times \hat{r}}{r^2} \quad \text{o bien} \quad \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I \vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$$

- Donde  $\vec{r}$  se toma desde el elemento de corriente hasta el punto de evaluación del campo.

# Campo magnético de un hilo infinito

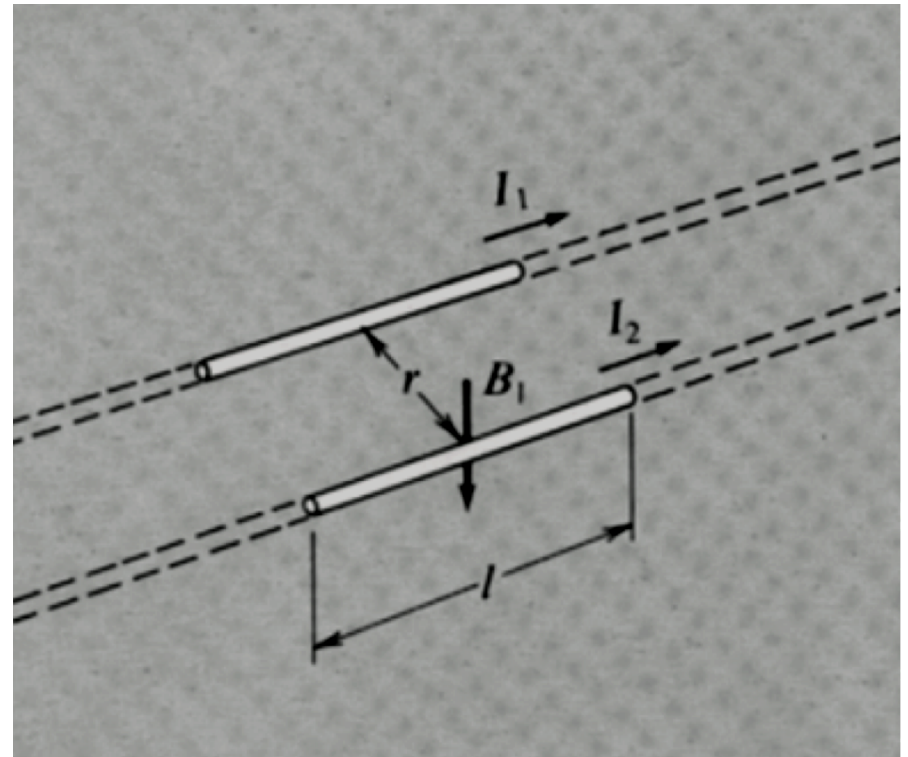
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{\phi}$$



# Fuerza entre hilos de corriente

- Supongamos dos hilos rectilíneos largos paralelos con corrientes  $I_1$  e  $I_2$  separados por una distancia  $r$ .
- La corriente  $I_1$  da lugar a un campo magnético  $B_1$  e la altura del hilo 2:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$



# Fuerza entre hilos de corriente

- Supongamos que  $I_2$  consta de  $n_2$  cargas por unidad de longitud de carga  $q_2$  a una velocidad  $v_2$ .

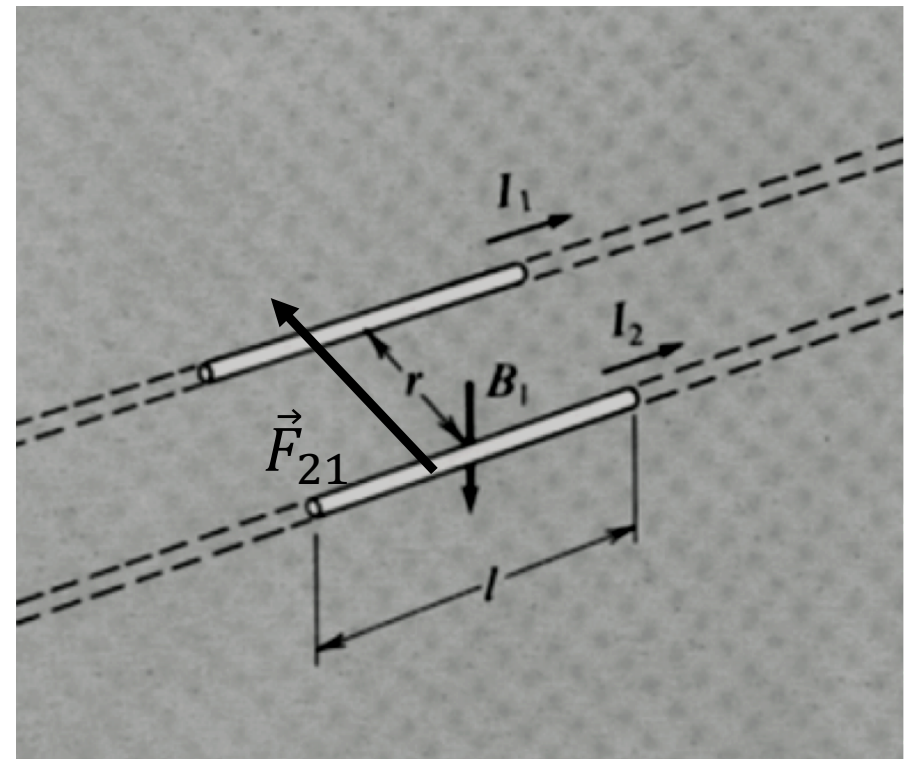
$$I_2 = n_2 q_2 v_2$$

- La fuerza de Lorentz sobre cada carga es:

$$q_2 v_2 B_1$$

- Por lo tanto, la fuerza por unidad de distancia es

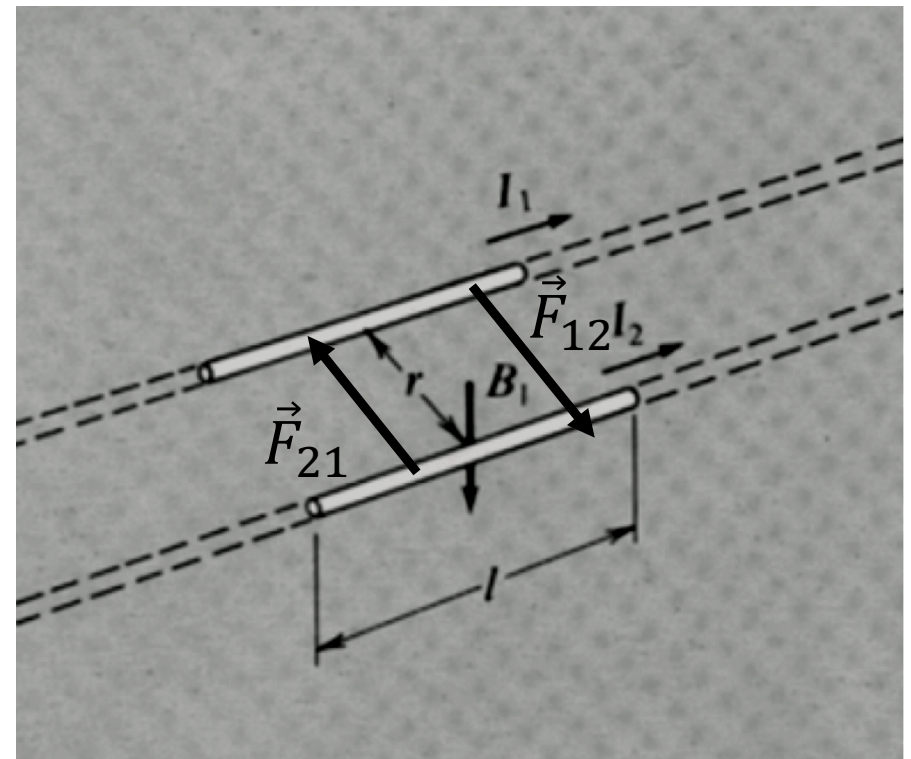
$$F_{21} = I_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$



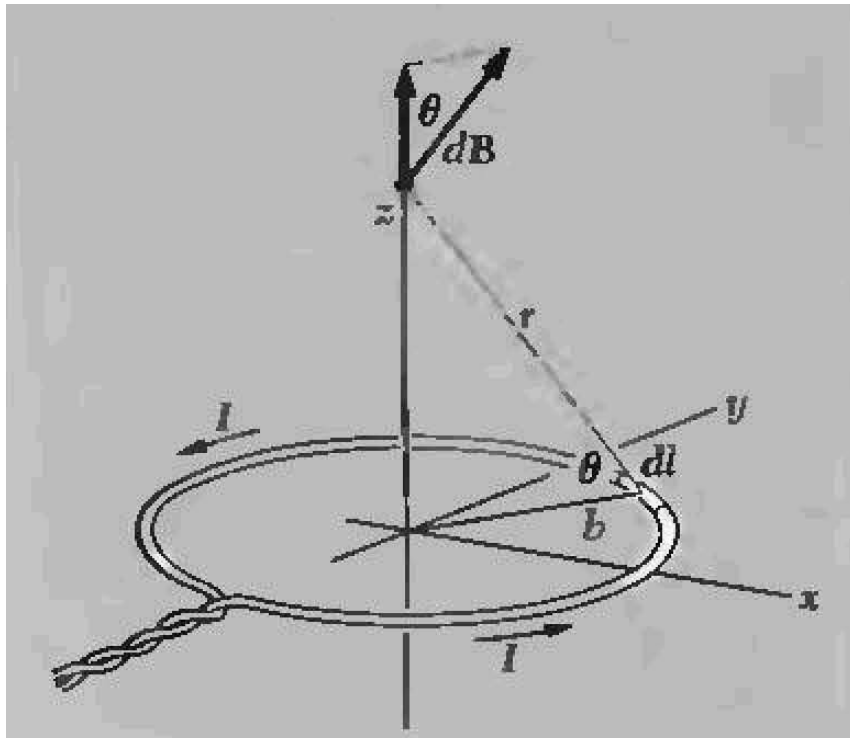
# Fuerza entre hilos de corriente

- La dirección de  $\vec{F}_{21}$  por la regla de la mano derecha da una atracción entre los cables, ya que la fuerza que el hilo 2 le hace al 1 es igual y opuesta.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



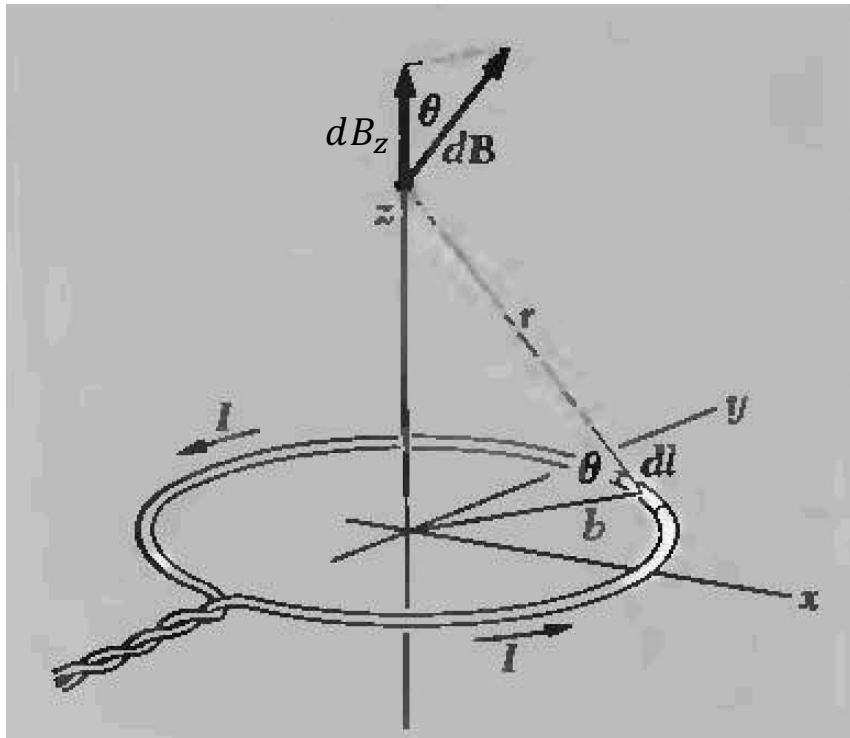
# Espira circular



- Espira plana circular de radio  $b$  por la que circula una corriente  $I$ .
- Vamos a calcular el campo en el eje de simetría  $z$ .
- Podemos esperar que el campo en el eje  $z$  será a lo largo del eje  $z$ .

$$\vec{B}(0,0,z) = B(z)\hat{z}$$

# Espira circular

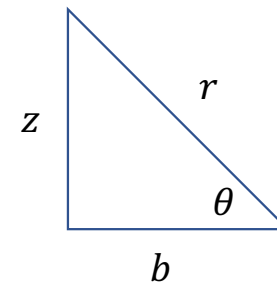


- Usando Biot-Savart calculemos el diferencial de la componente  $z$  del campo:

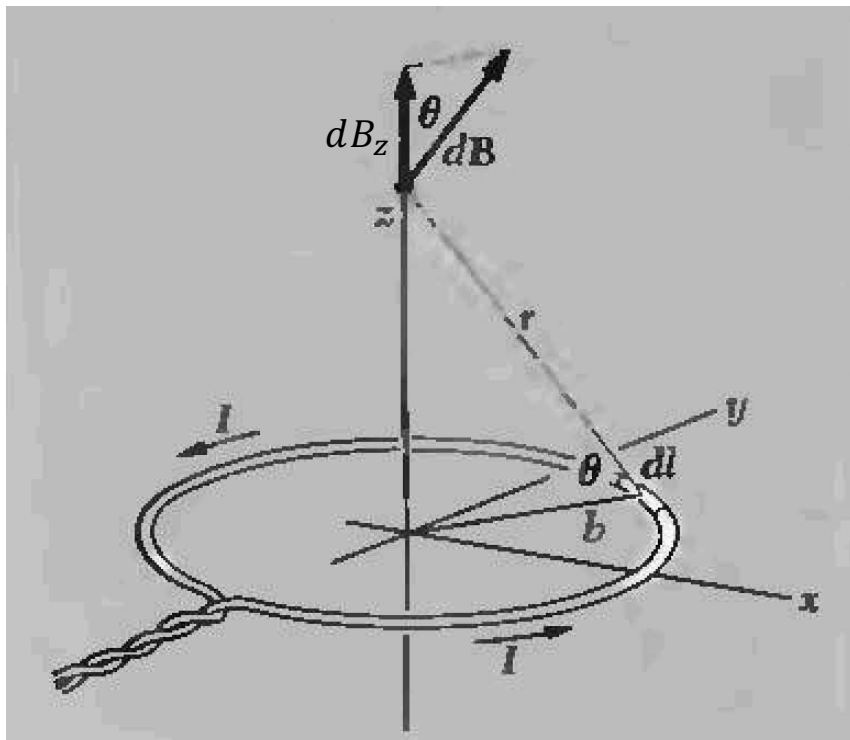
$$dB_z = dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \cos \theta$$

- Donde  $r$  es la distancia del elemento de corriente al punto de evaluación y  $\theta$  es el ángulo entre  $r$  y el radio de la espira  $b$ .

Atentxs al triángulo



# Espira circular



- Simplificando :

$$B_z = \frac{\mu_0 I b^2}{2 r^3}$$

- Donde  $r$  es función de  $z$  :

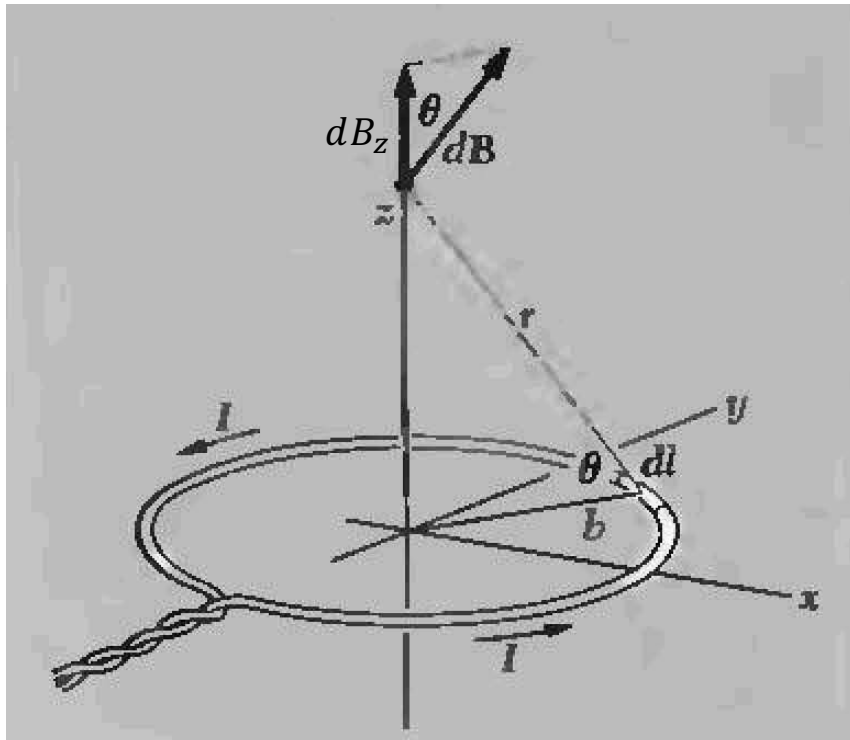
$$r = \sqrt{b^2 + z^2}$$

- Entonces en el eje  $z$ :

$$\vec{B}(0,0,z) = B_z \hat{z} = \frac{\mu_0}{2} \frac{I b^2}{[\sqrt{b^2 + z^2}]^3} \hat{z}$$



# Espira circular



- Simplificando :

$$B_z = \frac{\mu_0 I b^2}{2 r^3}$$

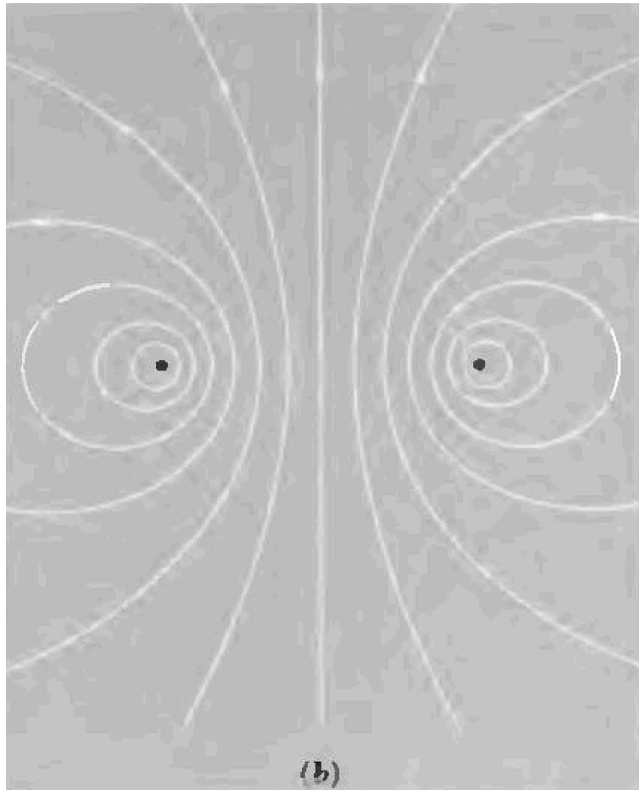
- Donde  $r$  es función de  $z$  :

$$r = \sqrt{b^2 + z^2}$$

- Entonces en el eje  $z$ :

$$\vec{B}(0,0,z) = B_z \hat{z} = \frac{\mu_0}{2} \frac{I b^2}{[\sqrt{b^2 + z^2}]^3} \hat{z}$$

# Espira circular



Campo magnético de una espira circular en el plano que contiene al eje de simetría

# Ley de Biot Savart para densidad de corrientes

- Si la posición de cada elemento de corriente y la posición en donde se evalúa  $\vec{B}$  desde un punto fijo es  $\vec{r}'$  y  $\vec{r}$  respectivamente, la Ley de Biot-Savart puede reescribirse como:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{cable}} \frac{I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

# Ley de Biot Savart para densidad de corrientes

- Si consideramos un diferencial de volumen cilíndrico  $dv'$  de área transversal  $da'$  y largo  $dl'$  en el que se tiene una densidad de corriente  $\vec{J}$  paralela a  $\vec{dl}$  y a  $\vec{da}$  entonces  $I = \int j da'$
- Con lo cual, si la corriente está distribuida en un volumen, podemos escribir Biot Savart en función de la densidad de  $\vec{J}$  como:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{\text{Volumen donde hay corrientes}} \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv'$$

Esto vale en el caso de corrientes acotadas

# Ley de Biot Savart y potencial vector

- Recordemos la ley de Gauss para el campo magnético:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

- Un campo vectorial de divergencia nula puede escribirse como el rotor de otro campo.

- En el caso de  $\vec{B}$ , **definimos el potencial vector**  $\vec{A}$  tal que:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad \text{con} \quad \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$$

- $\vec{A}$  está definido a menos de un gradiente de una función (pues el rotor de un gradiente es cero)

# El potencial vector a partir de Biot-Savart

- El campo potencial vector  $\vec{A}$  puede obtenerse de la Ley de Biot Savart.
  - Por ejemplo, para una espira con corriente estacionaria  $I$  resulta:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{espira}} \frac{I \vec{dl}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

- Y para el caso de una densidad de corriente  $\vec{J}$  en un volumen:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{\text{Volumen donde hay corrientes}} \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

# Expansión multipolar de $\vec{A}$ y $\vec{B}$

- Como vimos en electrostática, si, hacemos

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'|$$

- A grandes distancias podemos aproximar  $1/R$  por

$$= \frac{1}{r} \left[ 1 + \frac{r'}{r} \cos \theta + \left( \frac{r'}{r} \right)^2 (3 \cos^2 \theta - 1) + \left( \begin{array}{c} \text{términos de} \\ \text{grado superior} \end{array} \right) \right]$$

- Obteniendo así los momentos multipolares

# Momento dipolar Magnético

- El momento dipolar magnético  $\vec{\mu}$  es el primero no nulo (por la no existencia de monopolos) y queda definido como:

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \iiint \vec{r}' \times \vec{J}(\vec{r}') dv'$$

- En el caso de una corriente unidimensional tenemos

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \int \vec{r}' \times I d\vec{l}$$



# Momento dipolar Magnético

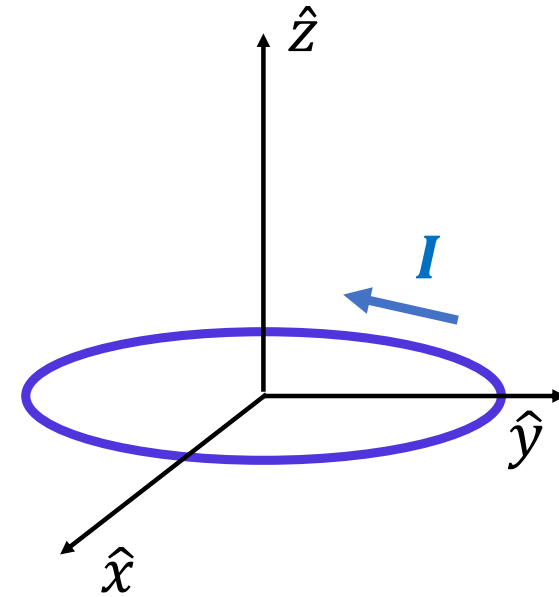
- Para una espira circular de radio  $a$  con corriente uniforme  $I$  tenemos, si ponemos un sistema de coordenadas cilíndricas  $(r', \varphi', z')$  centrada en el centro de la espira.

$$\begin{aligned}\vec{r}' &= a\hat{r} \\ \vec{dl}' &= a d\varphi' \hat{\varphi}\end{aligned}$$

- Entonces

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \int a\hat{r} \times Ia d\varphi' \hat{\varphi}$$

- Como  $\hat{r} \times \hat{\varphi} = \hat{z}$



# Momento dipolar Magnético

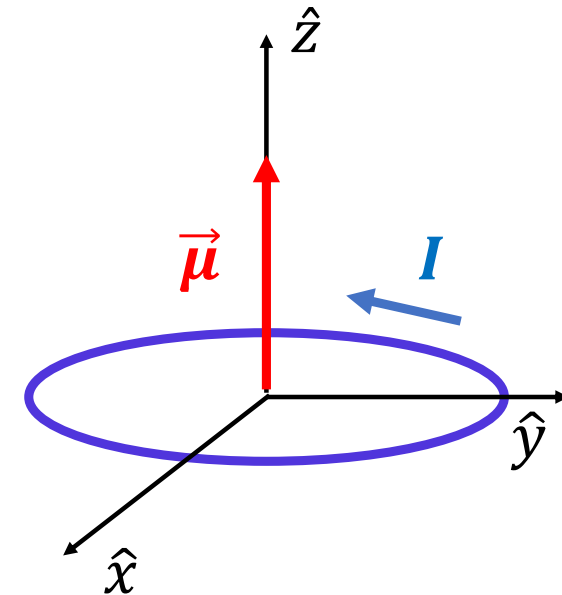
- Como  $\hat{r} \times \hat{\phi} = \hat{z}$ , tenemos

$$\vec{\mu} = \frac{Ia^2}{2} \hat{z} \int d\phi'$$

- Entonces, como  $\int d\phi' = 2\pi$

$$\vec{\mu} = I\pi a^2 \hat{z}$$

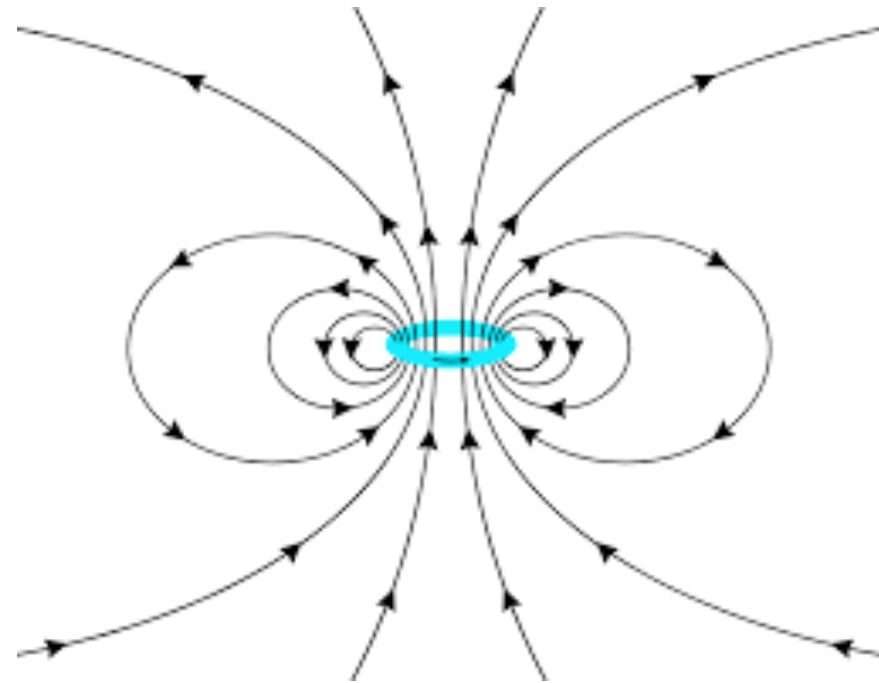
- Es la corriente por el área de la espira con la dirección proveniente de la regla de la mano derecha



# Momento dipolar Magnético

- El campo resultante en esféricas será

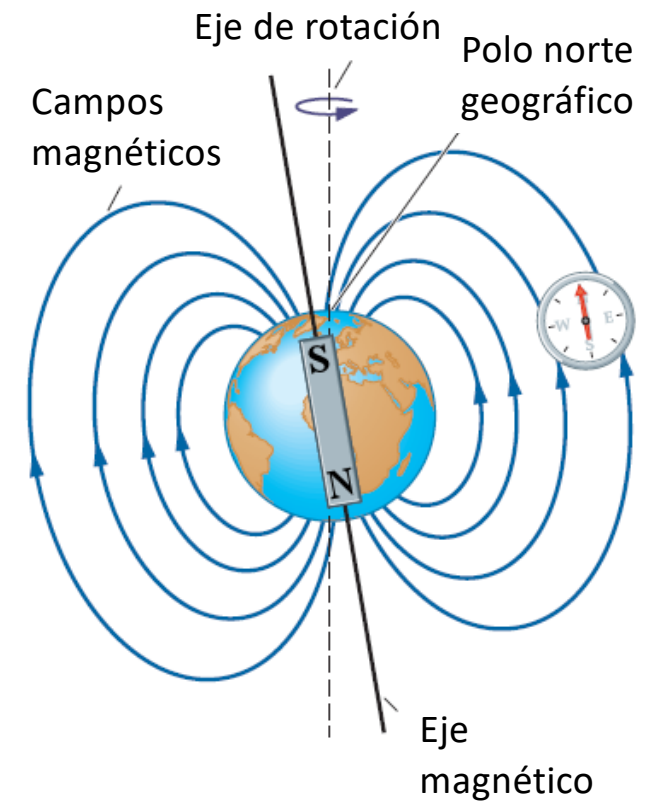
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\hat{r}(\hat{r} \cdot \vec{\mu}) - \vec{\mu}}{r^3}$$



# El campo magnético terrestre

<https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/calculators/magcalc.shtml#igrfwmm>

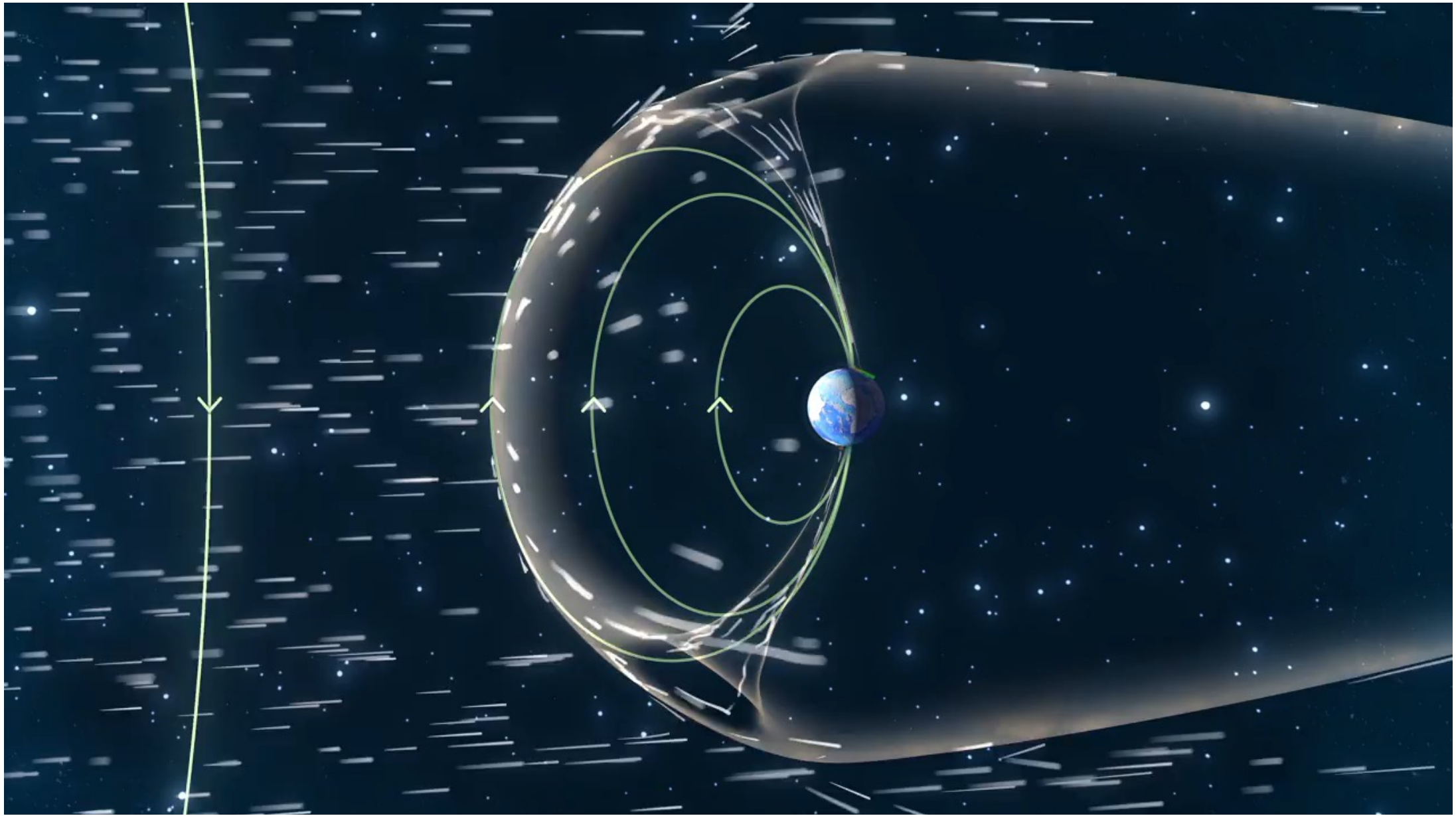
| Model Used:        | WMM-2020                   |                            |                         |                           |                          |                              |             |
|--------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------------|------------------------------|-------------|
| Latitude:          | 34° 36' 32" S              |                            |                         |                           |                          |                              |             |
| Longitude:         | 58° 22' 23" W              |                            |                         |                           |                          |                              |             |
| Elevation:         | 0.0 km Mean Sea Level      |                            |                         |                           |                          |                              |             |
| Date               | Declination<br>(+ E   - W) | Inclination<br>(+ D   - U) | Horizontal<br>Intensity | North Comp<br>(+ N   - S) | East Comp<br>(+ E   - W) | Vertical Comp<br>(+ D   - U) | Total Field |
| 2024-10-07         | -10° 4' 15"                | -41° 10' 56"               | 17,021.9 nT             | 16,759.7 nT               | -2,976.5 nT              | -14,892.2 nT                 | 22,616.9 nT |
| <b>Change/year</b> | -0° 9' 55"/yr              | -0° 13' 41"/yr             | -81.9 nT/yr             | -89.2 nT/yr               | -34.0 nT/yr              | -48.1 nT/yr                  | -30.0 nT/yr |
| <b>Uncertainty</b> | 0° 25'                     | 0° 13'                     | 128 nT                  | 131 nT                    | 94 nT                    | 157 nT                       | 145 nT      |

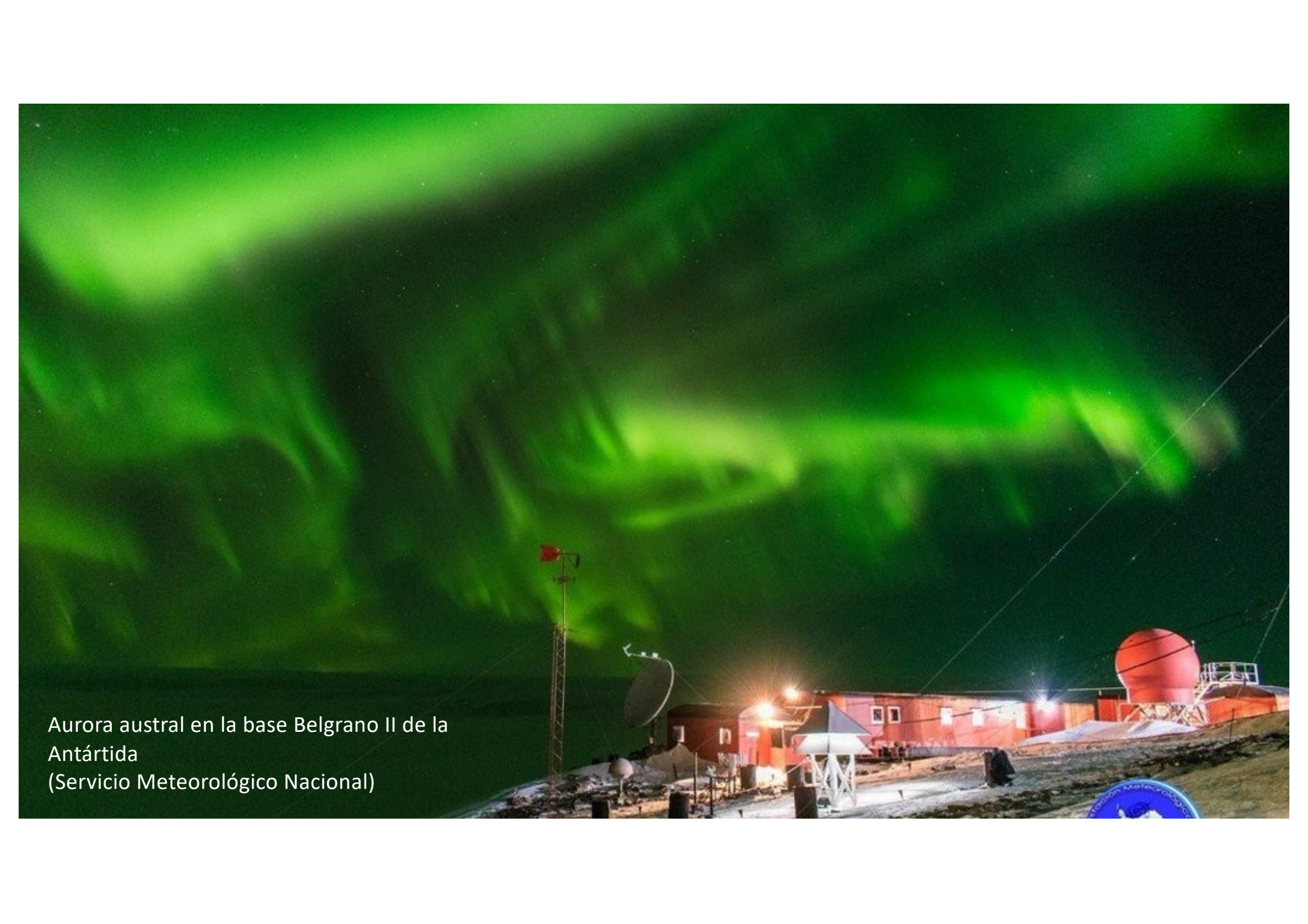


$$1\mu\text{T} = 10^{-2} \text{ Gauss}$$

# La magnetósfera terrestre





A photograph of the Aurora Australis (Southern Lights) in Antarctica. The sky is filled with vibrant green, wavy bands of light. In the foreground, a red building, likely a station, is illuminated by warm lights. To the left, a tall antenna tower with a red flag is visible. A satellite dish is also present. The ground is covered in snow and ice. A blue circular logo is partially visible in the bottom right corner.

Aurora austral en la base Belgrano II de la  
Antártida  
(Servicio Meteorológico Nacional)

