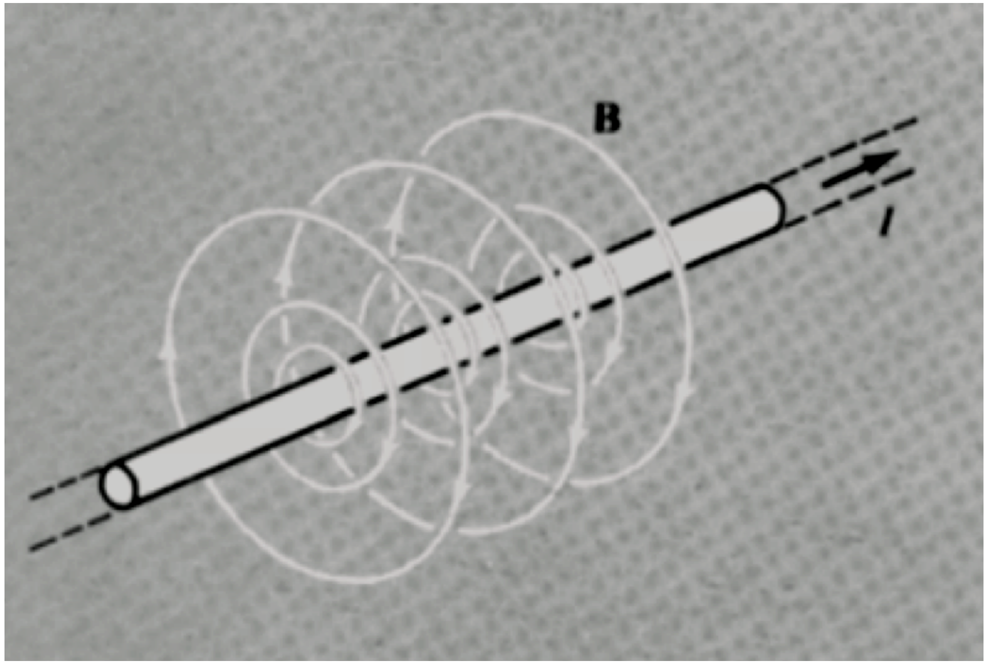
André – Marie Ampère (1775-1836)

Ley de Ampère

Campo magnético y corriente

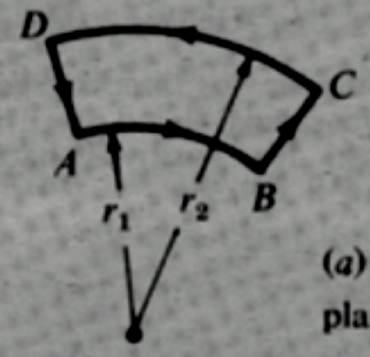
- Supongamos un hilo rectilíneo de corriente I.
- Veamos cuánto vale la integral de camino cerrado del campo magnético.
- Tomando una curva en el plano de las líneas de campo

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl}$$



Campo magnético y corriente

Plano de las líneas de campo



(*a*) Camino situado en un plano perpendicular al hilo

- Para caminos que no encierran la corriente, como el (a), como el campo varía como $\frac{1}{r}$ la integral de camino sobre AB es igual y opuesta a la CD.
- Además como en los tramos BC y DA $\vec{B}$ es perpendicular a $\overrightarrow{dl}$ por lo que la integral es nula.
- Entonces

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \int_{AB} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} + \int_{CD} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$$

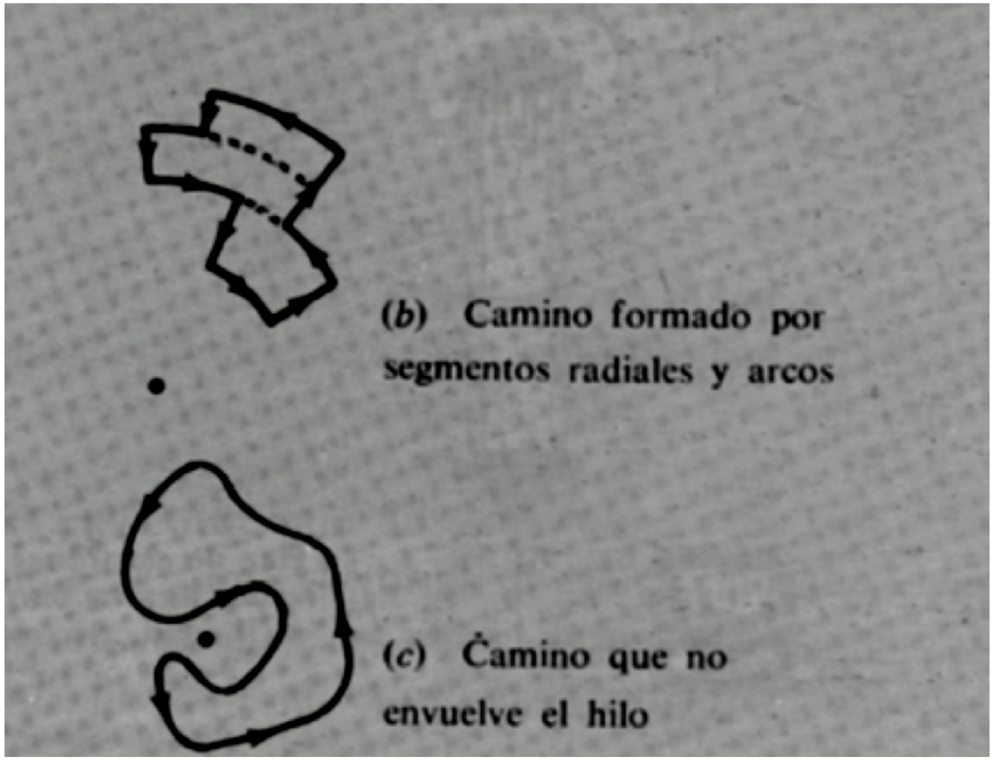
Campo magnético y corriente

- Para un camino como el (b) puedo hacer tres caminos cerrados como el (a), con lo cual también:

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$$

- De la misma manera yo puedo aproximar cualquier camino (c) por una sucesión de segmentos infinitesimales radiales y a r constante (arco).

Plano de las líneas de campo

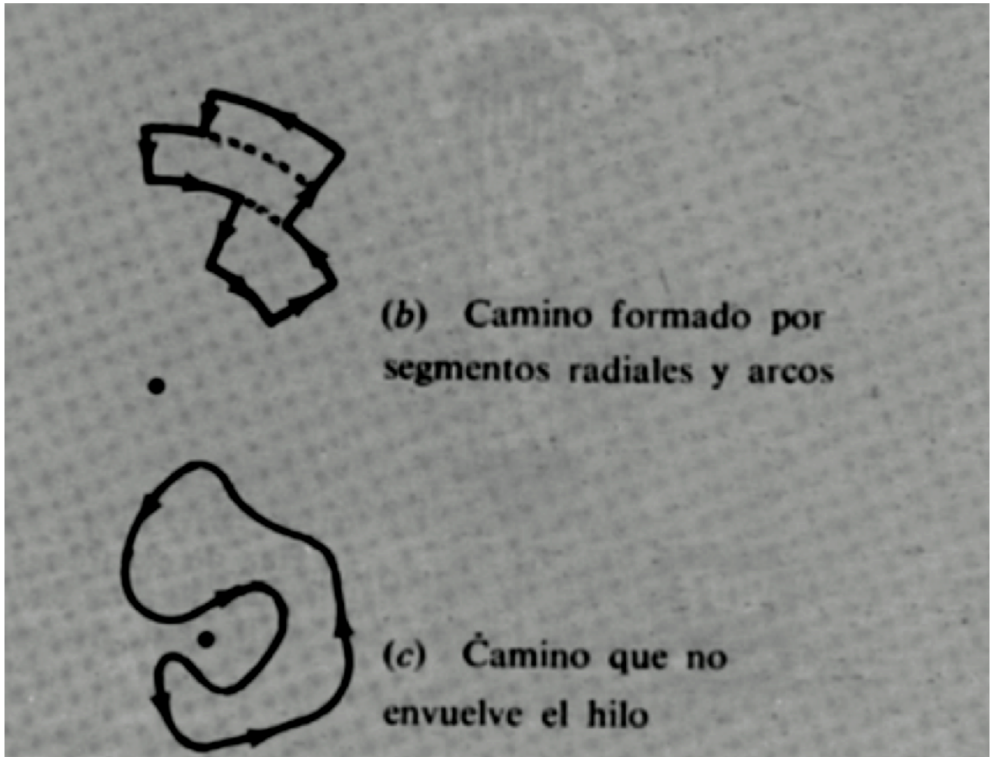


Campo magnético y corriente

- Entonces podemos concluir que para todo camino que no encierre la corriente:

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$$

Plano de las líneas de campo



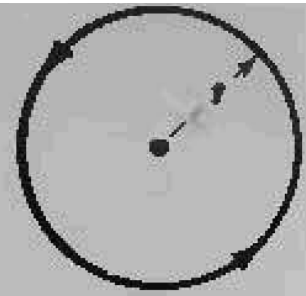
Campo magnético y corriente

- Para caminos como el circulo de radio r que encierra la corriente (d), $\vec{B}$ es paralelo a $\overrightarrow{dl}$ y entonces la integral de camino cerrado da:

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\ 2\pi r = \mu_0 I$$

Donde I es la corriente encerrada por la curva

Plano de las líneas de campo



(d) Circular path enclosing wire.

Campo magnético y corriente

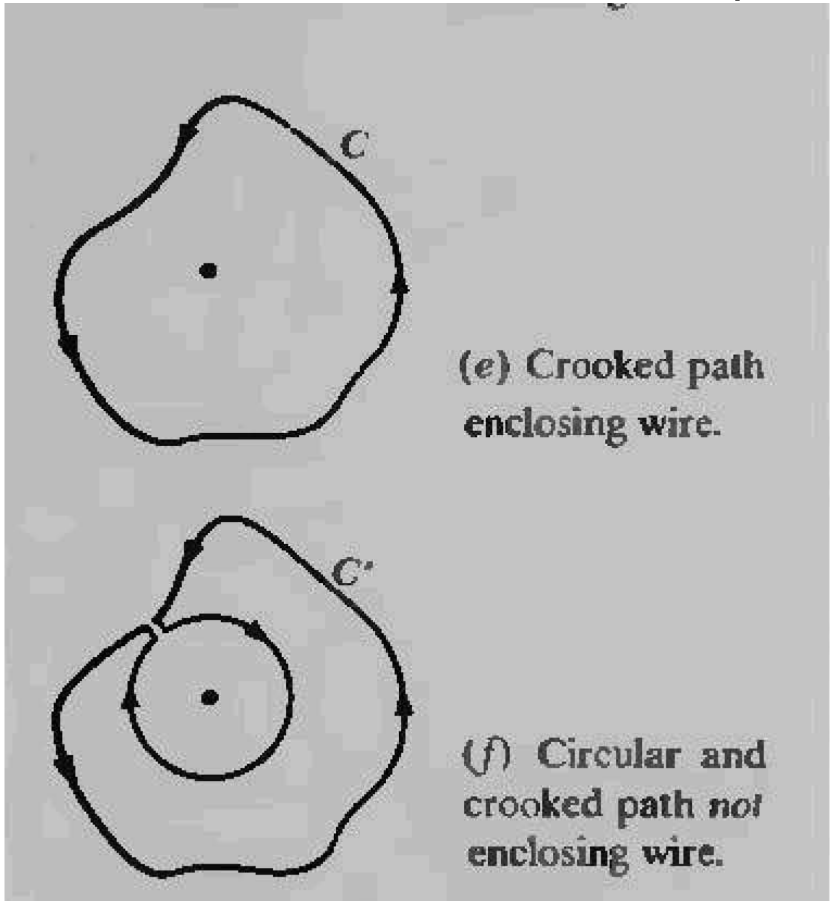
- Para caminos irregulares C como el (e), podemos pensar en un camino C' que no encierre a la corriente que es la suma de C y de un círculo **en sentido inverso** (f) unidos por un tramo muy estrecho de ida y vuelta que no suma.

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \oint_{C} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} + \oint_{\text{Circulo}} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$$

- Entonces para todo camino C

$$\oint_{C} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = -\oint_{\text{Circulo}} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I$$

Plano de las líneas de campo



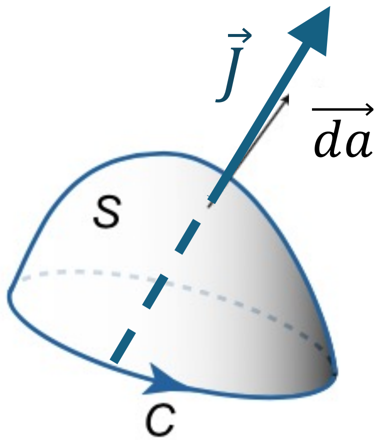
Campo magnético y corriente

- Entonces, en general se puede demostrar que la integral de camino cerrado del campo magnético es igual a la permeabilidad magnética por la corriente que queda encerrada por ese camino.

$$\oint_C \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 \, Corriente \ encerrada$$

Campo magnético y corriente

- Entonces, en general se puede demostrar que la integral de camino cerrado del campo magnético es igual a la permeabilidad magnética por la corriente que queda encerrada por ese camino.



$$\oint_C \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 \, Corriente\ encerrada$$

- La corriente encerrada I puede ser vista como el flujo de densidad de corriente $\vec{J}$ a través de cualquier superficie S encerrada por C.

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot \overrightarrow{da}$$

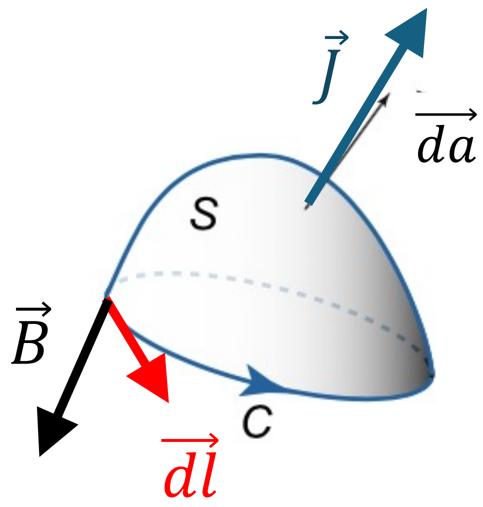
Ley de Ampère

- Entonces reemplazando I por $\iint_S \vec{J} \cdot \overrightarrow{da}$ tenemos la Ley de Ampère.

$$\oint_C \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot \overrightarrow{da}$$

- Según el Teorema de Stokes esto equivale a escribir:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$



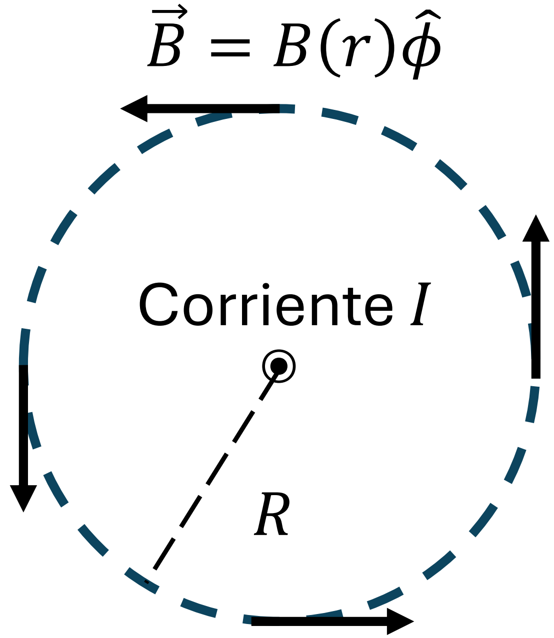
Importante !
El sentido de recorrido del camino C y $\overrightarrow{da}$ se relacionan por la regla de la mano derecha

Aplicaciones de la ley de Ampère: hilo de corriente I

- Problema con simetría de traslación a lo largo del hilo

- El campo $\vec{B}$ es tangente a los círculos concéntricos centrados en el hilo.

- El módulo de $\vec{B}$ depende sólo de la distancia r.



Aplicaciones de la ley de Ampère: hilo de corriente I

- Tomemos C como la circunferencia de radio R recorrida en sentido antihorario con la corriente hacia afuera de la pantalla.

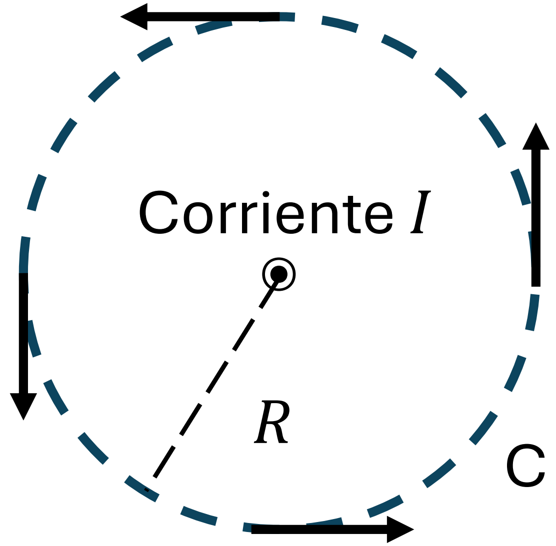
- Tomando $\overrightarrow{dl} = Rd\varphi\hat{\varphi}$ la integral queda

$$\oint_C \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \oint B(R)\hat{\varphi} \cdot Rd\varphi\hat{\varphi} = \mu_0 I$$

$$B(R)R \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi B(R)R = \mu_0 I$$

$$B(R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

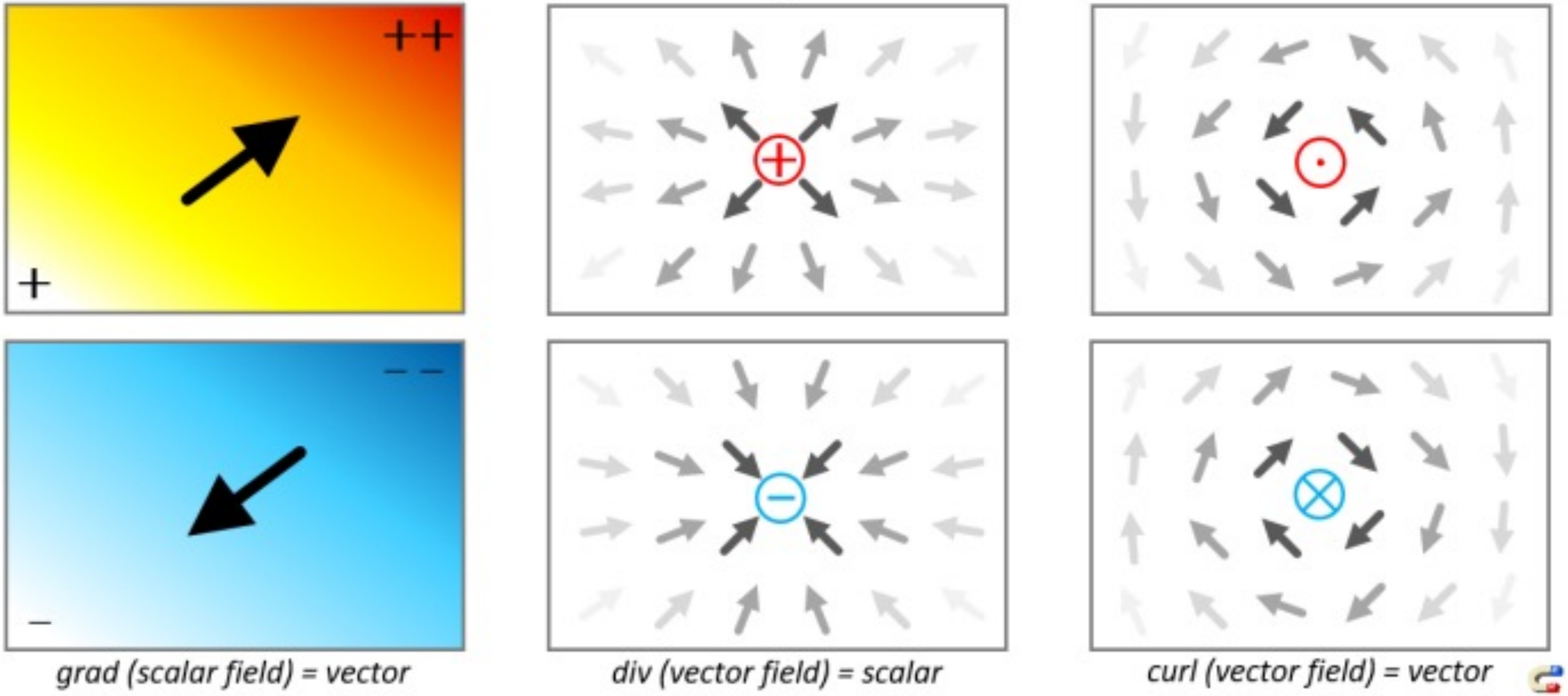
$$\vec{B} = B(r)\hat{\varphi}$$



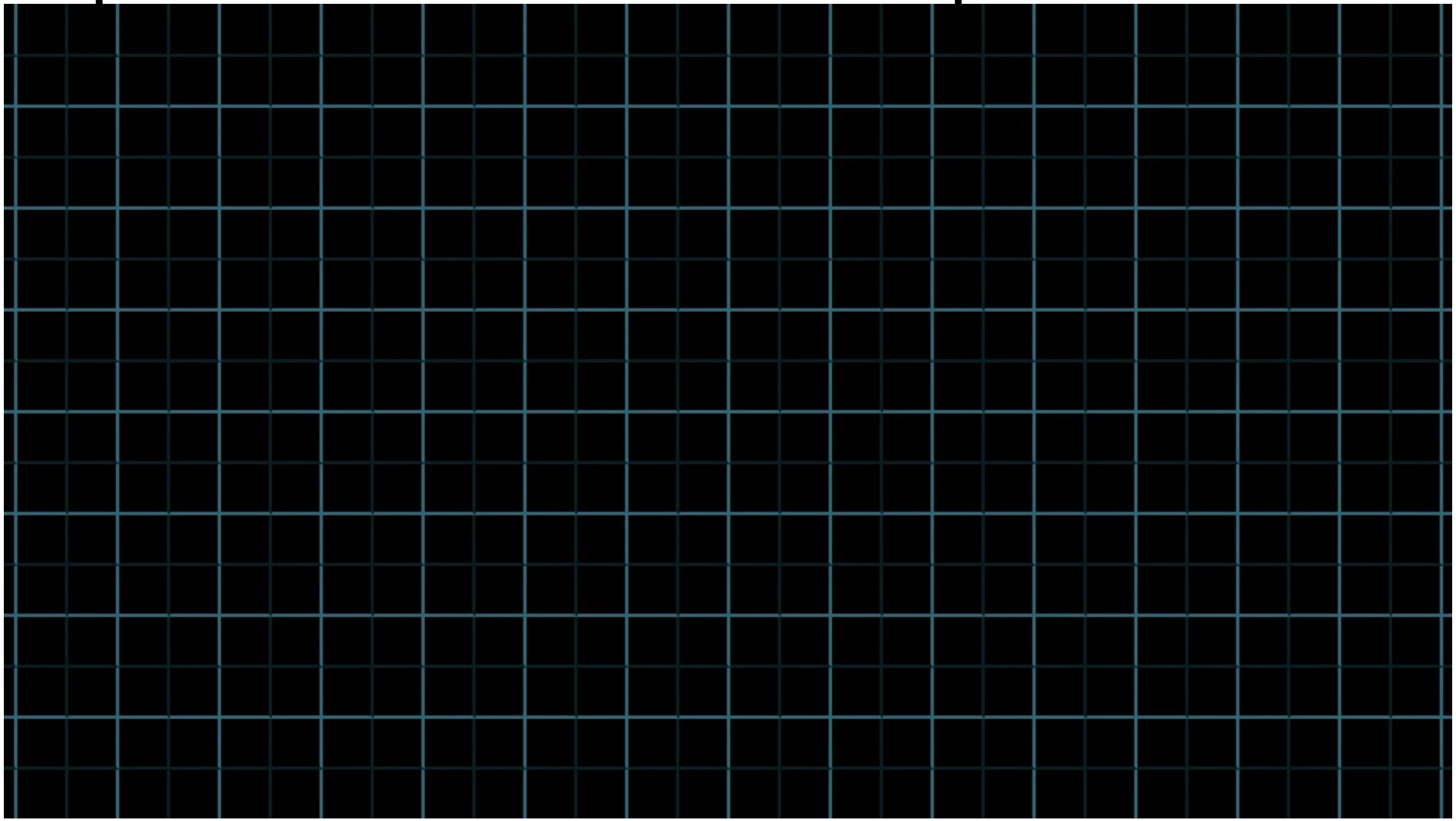
La corriente como rotor del campo magnético

Operadores (simplificación en 2D)

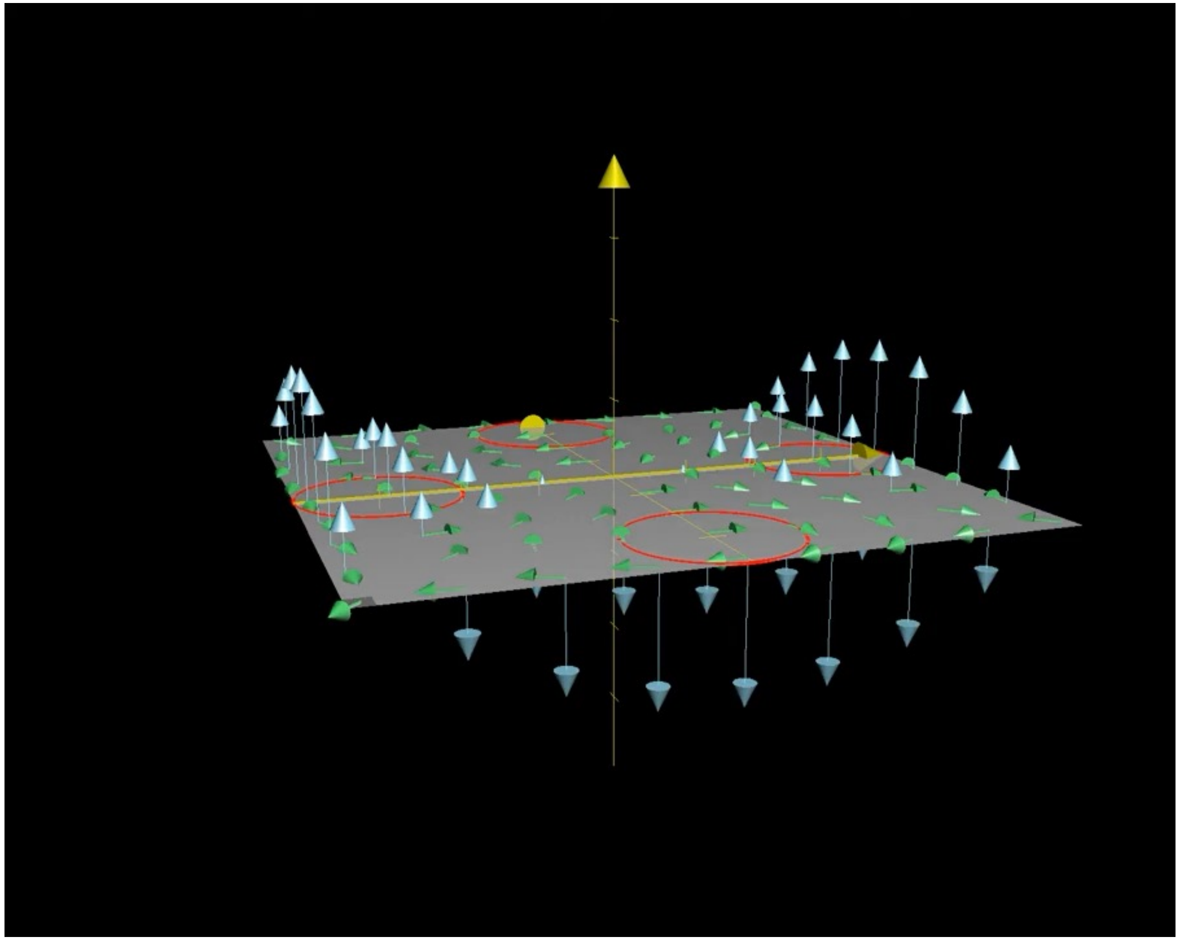
Gradiente | Divergencia | Rotor



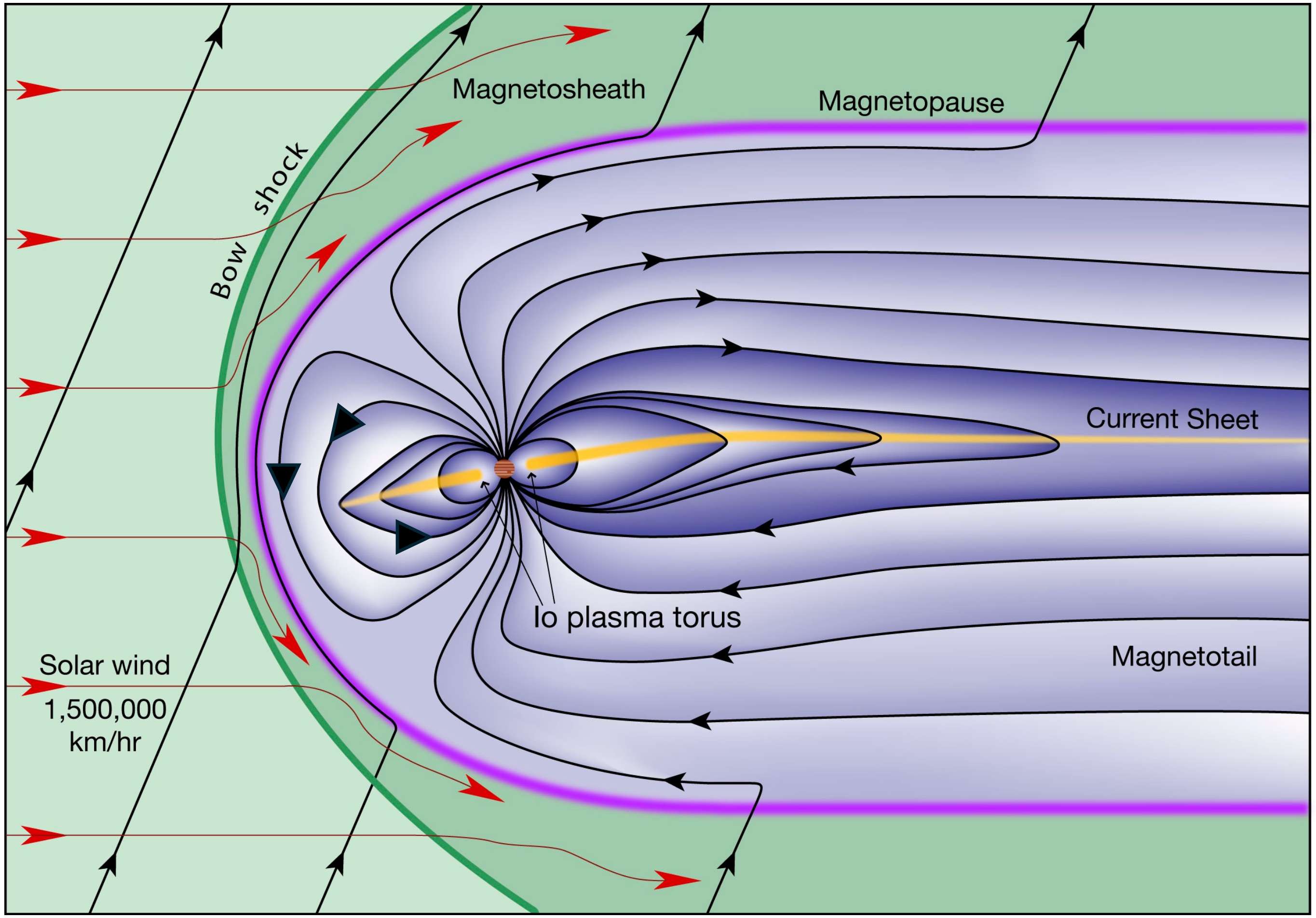
Analogía: regiones con rotor significativo en campo 2D de velocidades de partículas



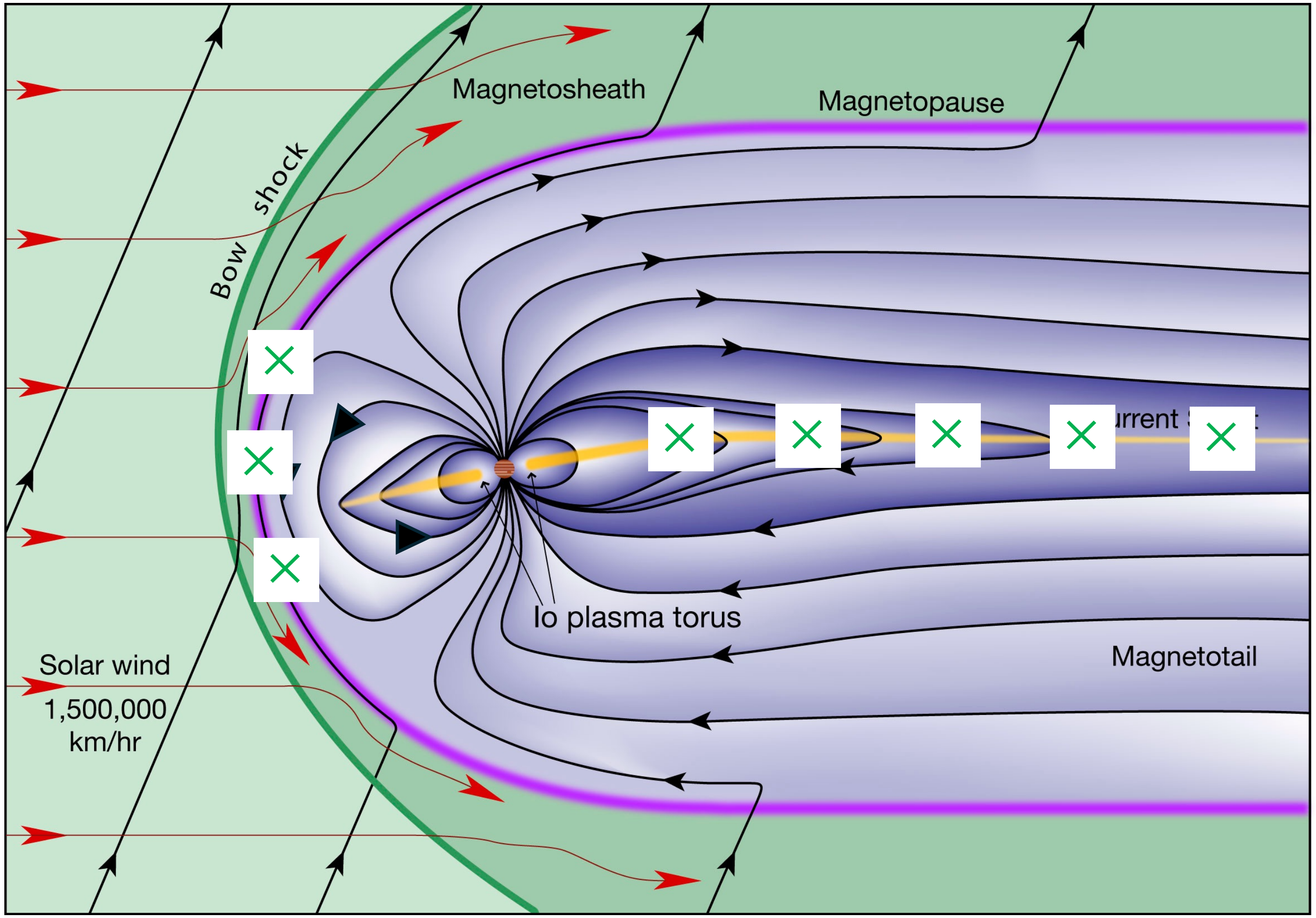
Analogía: campo de velocidades 2D con vectores rotor fuera del plano



Magnetosfera de Júpiter: Campo magnético



Magnetosfera de Júpiter: Hojas de corriente

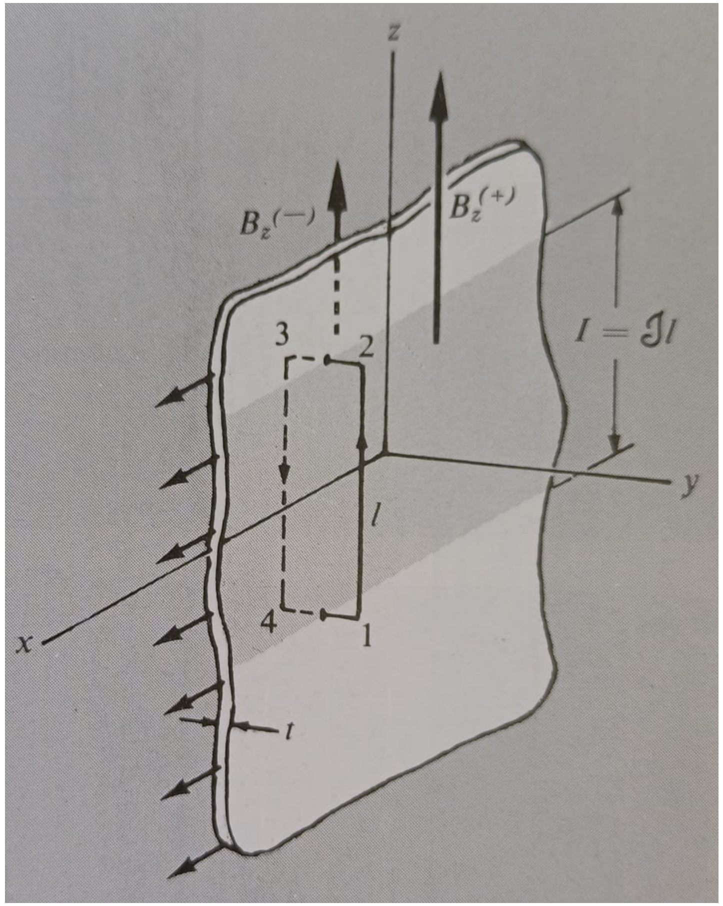


Condiciones de continuidad para el campo magnético en una hoja de corriente

- Hoja plana e infinita de corriente de espesor t. Se ubica sistema de coordenadas tal que coincide con el plano xz
- La densidad de corriente en el conductor es uniforme $\vec{J} = J\hat{x}$ (unidades Am^{-2}).
- Llamamos densidad superficial de corriente a la integral de $\vec{J}$ respecto a la dimensión del espesor de la hoja. En este caso:

$$\mathcal{J} = J\,t$$

- La unidad de $\mathcal{J}$ es Am^{-1}

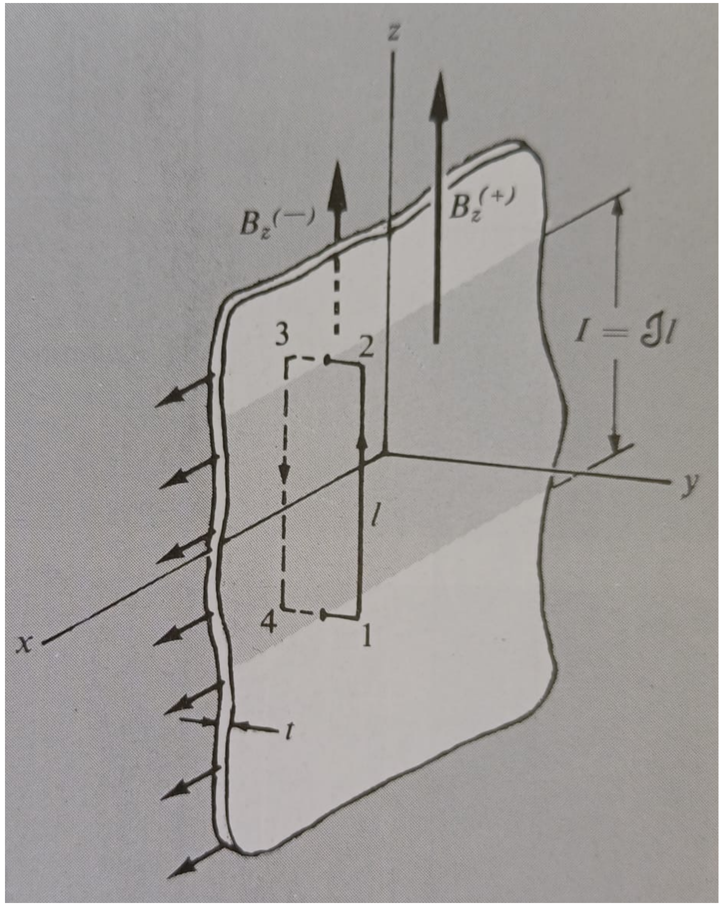


Condiciones de continuidad para el campo magnético en una hoja de corriente

- Por delante y detrás de la placa($y > 0, y < 0$) hay campos magnéticos a lo largo de la dirección $\hat{z}$. Respectivamente, estos son

$$B_z^{(+)};\ B_z^{(-)}$$

- Estos campos no son exclusivamente debidos a la hoja de corriente sino que existe una contribución en $\hat{z}$ proveniente de otra fuente.



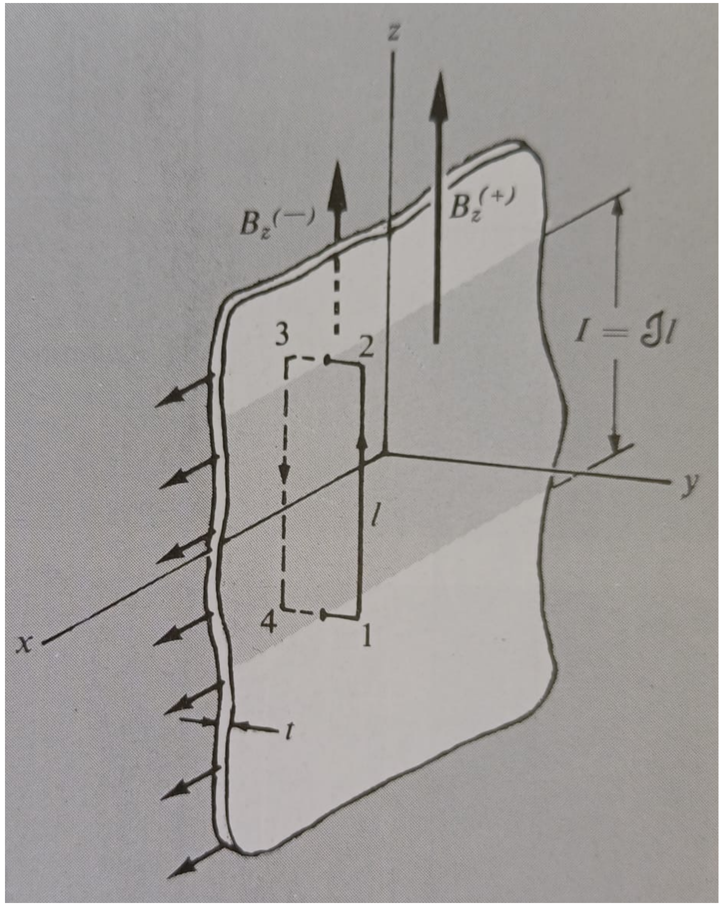
Condiciones de continuidad para el campo magnético en una hoja de corriente

- Apliquemos la ley de Ampère al circuito rectangular cerrado 1-2-3-4-1 con lados largos de longitud l paralelos a la hoja, uno por delante y otro por detrás. Los otros tramos son perpendiculares a la hoja.

$$\oint_{12341} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I$$

- El primer miembro da:

$$l\;(B_z^{(+)} - B_z^{(-)})$$



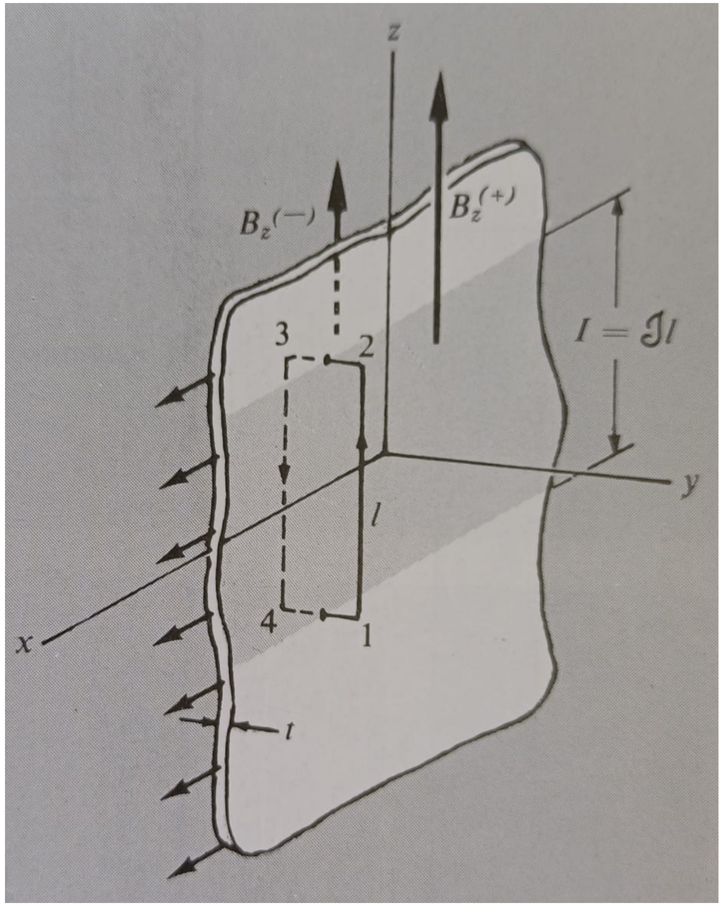
Condiciones de continuidad para el campo magnético en una hoja de corriente

- Por otro lado, el segundo miembro da

$$\mu_0 I = \mu_0 \mathcal{J} l$$

- Con lo cual:

$$l\ (B_z^{(+)} - B_z^{(-)}) = \mu_0\ \mathcal{J} l$$
$$(B_z^{(+)} - B_z^{(-)}) = \mu_0\ \mathcal{J}$$



El salto de la componente del campo magnético tangencial a la hoja de corriente es proporcional a la densidad superficial de corriente $\mathcal{J}$

Condiciones de continuidad para el campo magnético en una hoja de corriente

- Si la hoja es la única fuente de campo tenemos una reversión de la componente z:

$$B_z^{(+)} = \frac{\mu_0 \mathcal{J}}{2}$$

$$B_z^{(-)} = -\frac{\mu_0 \mathcal{J}}{2}$$