

# Física 3-Cátedra Dmitruk

Guía 1

Clase 2

Andrea Buccino

# Guía 1

Las Guías que vamos a utilizar en esta materia están disponibles en <https://materias.df.uba.ar/f3aa2020c1/guias/>

En esta clase aprenderemos el concepto de campo eléctrico para una distribución de cargas discreta y continua localizada.

A través de la resolución de los problemas 1.4 y 1.5 discutiremos estos aspectos.

# Campo Eléctrico

El campo eléctrico  $\vec{E}$  es una magnitud vectorial en el punto  $\vec{r}$  que depende de la distribución de cargas que lo genera. Se puede definir e interpretar como la fuerza que siente una carga unitaria ubicada en el punto  $\vec{r}$

Es decir el campo eléctrico puede definirse a partir de la fuerza electrostática

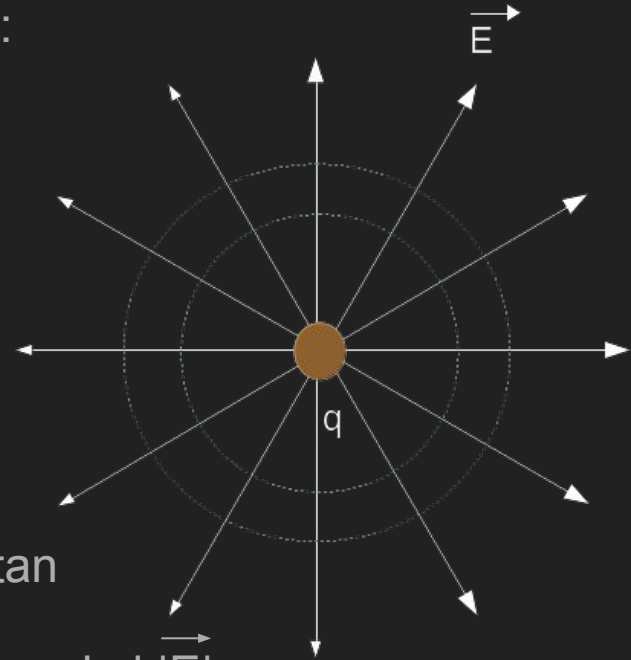
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q}$$

# Campo eléctrico en distribuciones discretas de cargas

Partiendo de la definición presentada, el campo eléctrico generado por una carga puntual en el origen está dada por la expresión:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{kq}{|\vec{r}|^2} \hat{r} = \frac{kq}{|\vec{r}|^3} \vec{r}$$

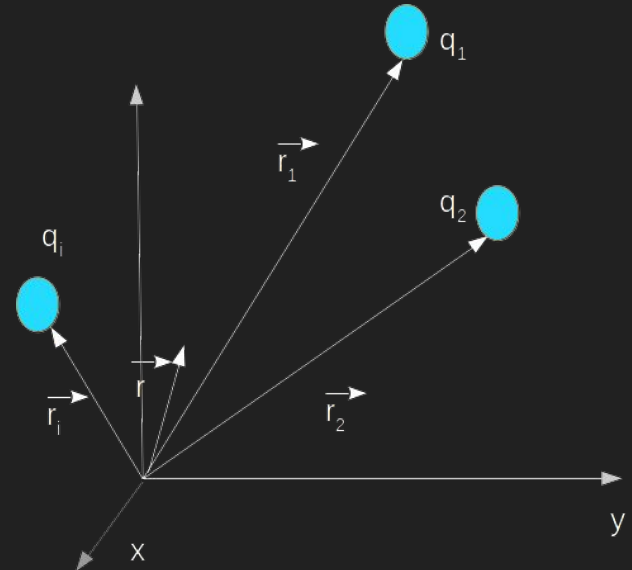
La simetría de las líneas de campo es esférica, se puede ver que todos los puntos que equidistan de la carga  $q$  (circunferencias celestes) tienen igual el  $|\vec{E}|$ .



# Campo eléctrico - Principio de Superposición

En el caso de tener una distribución discreta de cargas  $q_i$  en diferentes posiciones  $\vec{r}_i$  el campo que generan en todo el espacio está dado por la suma de las contribuciones individuales (Principio de Superposición).

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{kq_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$$

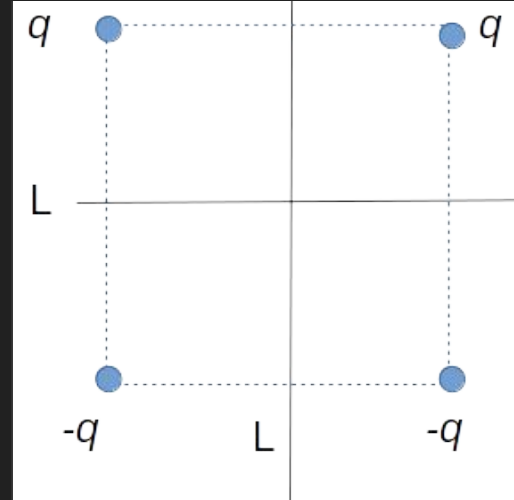


Resolvamos entonces el ejercicio 1.4

4. En dos vértices contiguos de un cuadrado de lado  $L$  se hallan dos cargas  $q$ . En los dos vértices restantes se colocan dos cargas  $-q$ . Determine por razonamientos de simetría cuál será la dirección y el sentido del campo sobre los ejes del cuadrado perpendiculares a sus lados. Calcule el campo eléctrico sobre esos ejes.

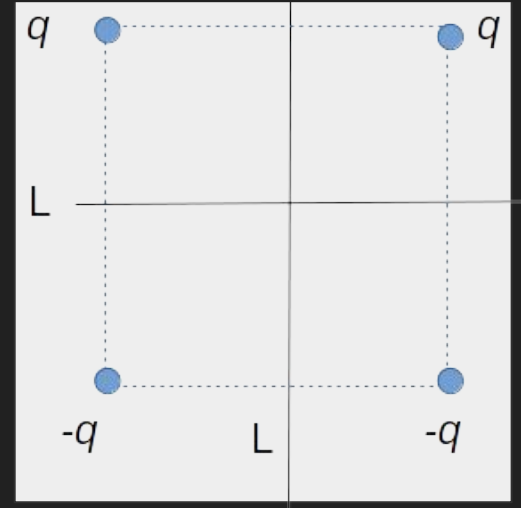
Lo primero que debemos hacer es elegir un sistema de coordenadas que nos permita ‘aprovechar’ la simetría de la distribución.

Por otro lado, el problema nos pide calcular el campo en los ejes perpendiculares a los lados, marcados con líneas rectas.



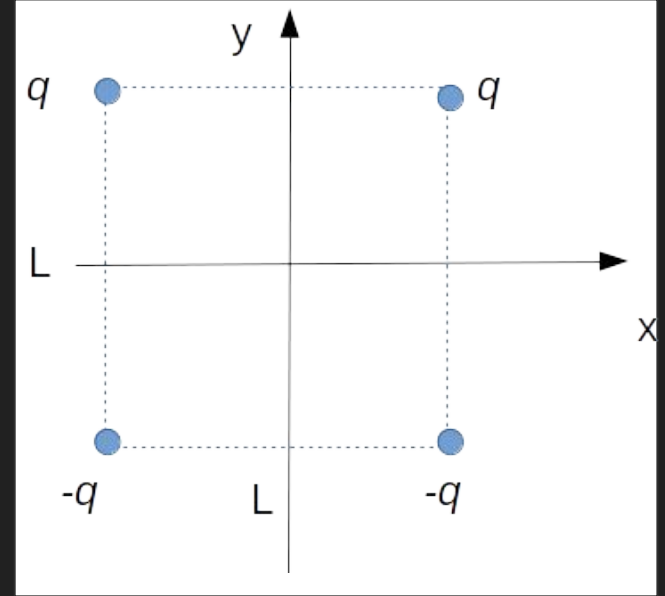
Podemos ver que la distribución es simétrica respecto al eje vertical y antisimétrica respecto al eje horizontal.

Por lo tanto podemos hacer coincidir ambos ejes los ejes del sistema de referencia.



Podemos ver que la distribución es simétrica respecto al eje vertical y antisimétrica respecto al eje horizontal.

Por lo tanto podemos hacer coincidir ambos ejes los ejes del sistema de referencia.

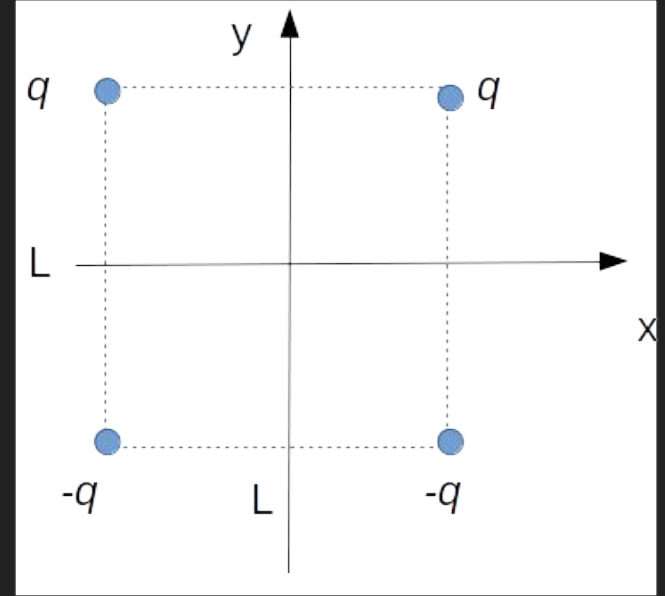




Para calcular el campo eléctrico

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{kq_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$$

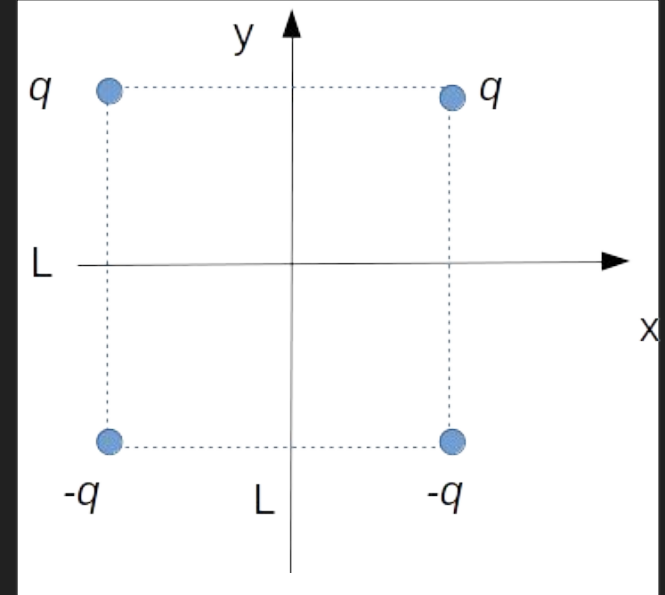
debemos conocer las posiciones de las cargas individuales en este sistema de coordenadas.



Para calcular el campo eléctrico

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{kq_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$$

debemos conocer las posiciones de las cargas individuales en este sistema de coordenadas.



$$\vec{r} = (x, 0) \text{ ó } (0, y)$$

$$\vec{r}_q = (L/2, L/2)$$

$$\vec{r}_q = (-L/2, L/2)$$

$$\vec{r}_{-q} = (L/2, -L/2)$$

$$\vec{r}_{-q} = (-L/2, -L/2)$$

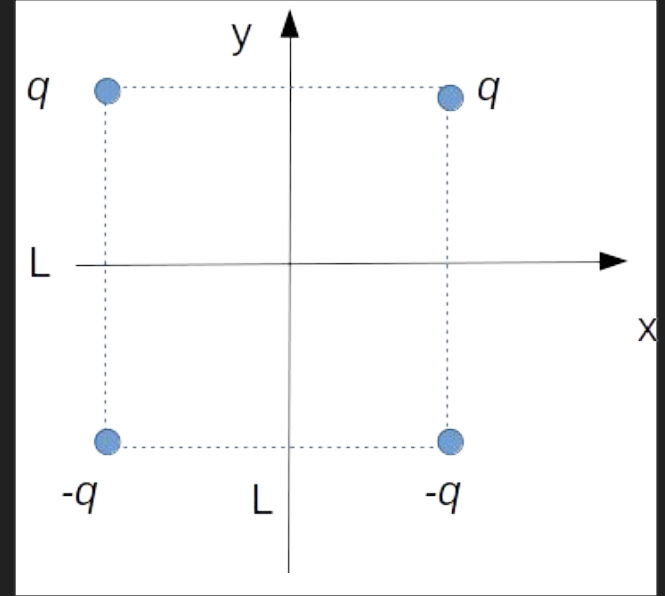
Punto campo,  
depende dónde  
calculamos el campo.

Puntos fuente

Por ejemplo calculando el campo eléctrico para la carga  $q$  ubicada en el vertice superior derecho es decir en el punto  $(L/2, L/2)$  sobre el eje  $x$ :

$$\vec{E}_q(x\hat{x}) = kq \left( \frac{(x - L/2)\hat{x} - L/2\hat{y}}{[(x - L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} \right)$$

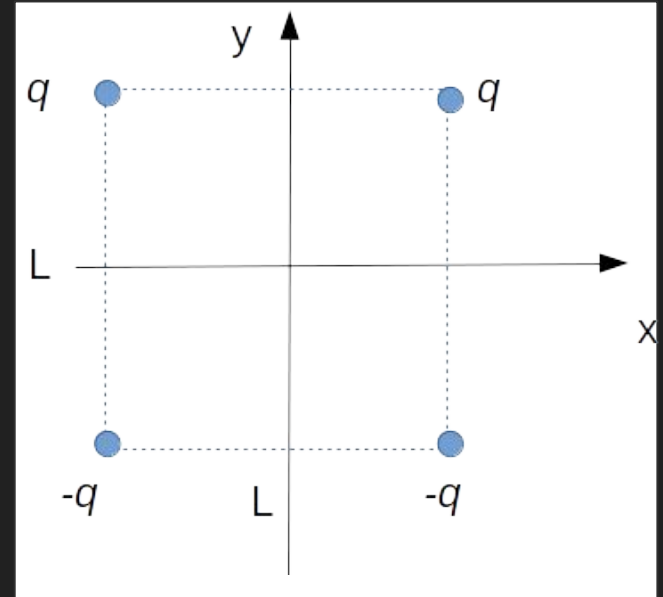
Sumando todas las contribuciones...



Por ejemplo calculando el campo eléctrico para la carga  $q$  ubicada en el vertice superior derecho es decir en el punto  $(L/2, L/2)$  sobre el eje  $x$ :

$$\vec{E}_q(x\hat{x}) = kq \left( \frac{(x - L/2)\hat{x} - L/2\hat{y}}{[(x - L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} \right)$$

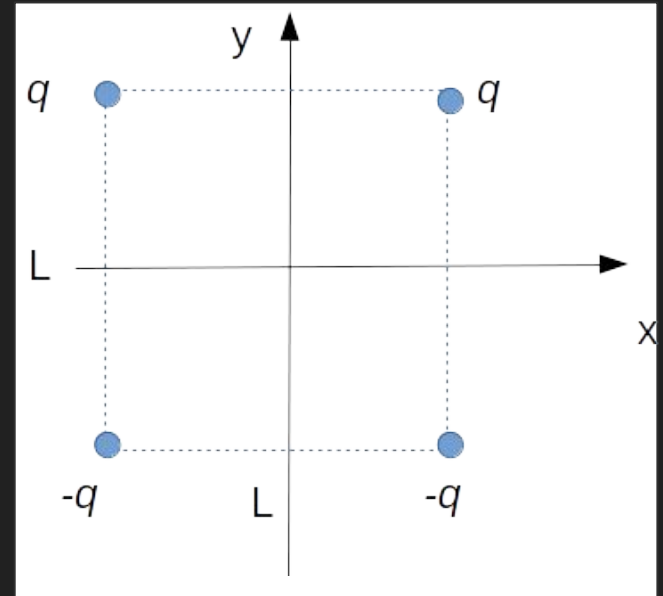
Sumando todas las contribuciones...



$$\vec{E}(x\hat{x}) = kq \left( \frac{((x - L/2)\hat{x} - L/2\hat{y})}{[(x - L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} + \frac{((x + L/2)\hat{x} - L/2\hat{y})}{[(x + L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} - \frac{((x - L/2)\hat{x} + L/2\hat{y})}{[(x - L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} - \frac{((x + L/2)\hat{x} + L/2\hat{y})}{[(x + L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} \right)$$

En el eje  $x$  resultante está en la dirección  $y$ . Es esperable porque hay simetría en torno al eje  $y$

$$\vec{E}(x\hat{x}) = -kq \left( \frac{L\hat{y}}{[(x - L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} + \frac{L\hat{y}}{[(x + L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} \right)$$



Una estrategia para ver si tanto cuenterío nos llevó a buen puerto es analizar el campo en algunos puntos determinados.

Podemos así 'mapear' el campo eléctrico en el eje  $x$  considerando una carga prueba unitaria y analizando qué fuerza sufriría debido a las fuentes.

Podemos que el campo resultante siempre se encuentra en la dirección  $y$ , y que alcanza un valor máximo en  $x=L/2$  y  $x=-L/2$  y un valor mínimo no nulo en  $x=0$ .

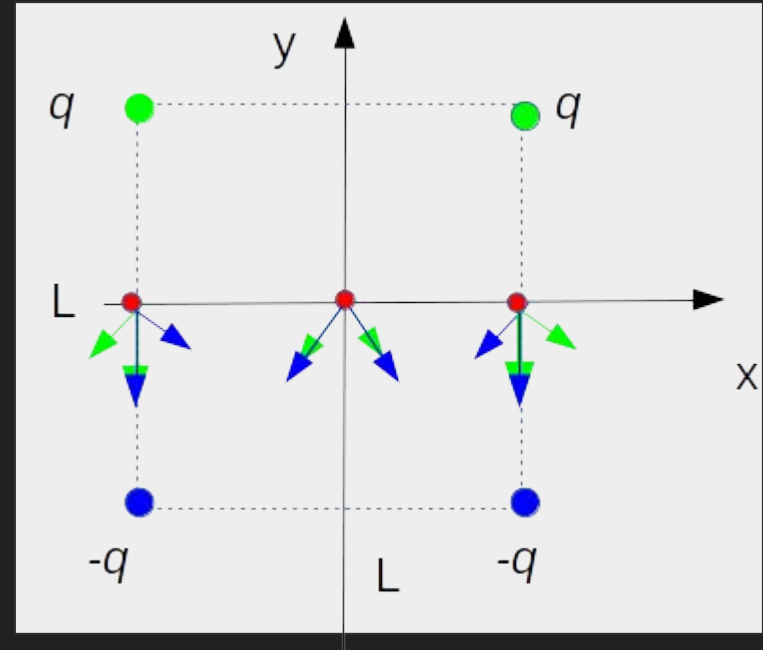
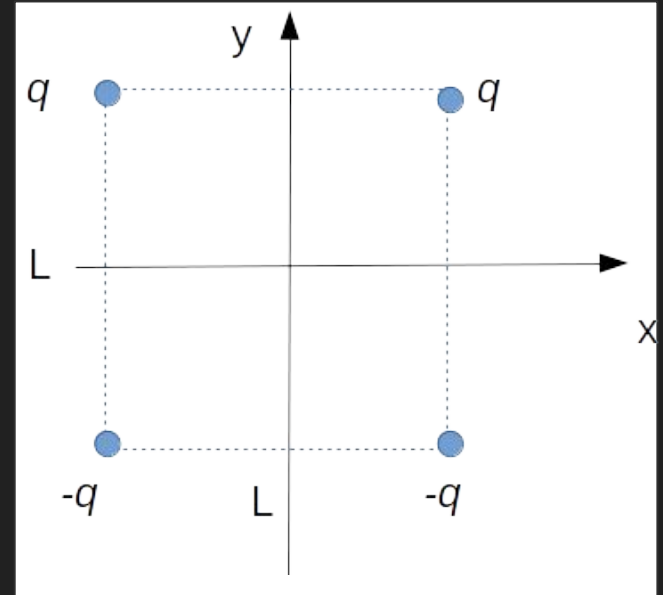
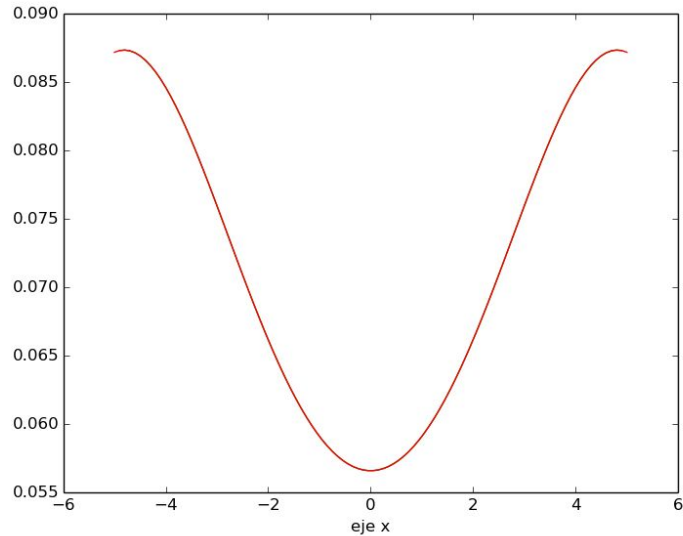


Figura cualitativa

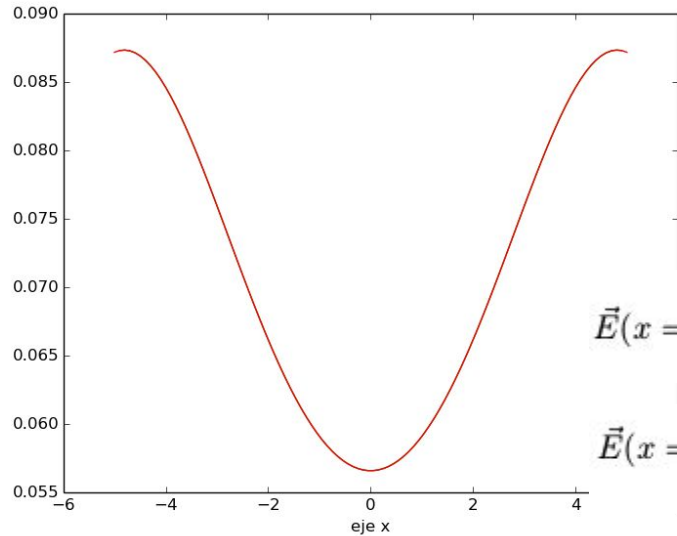
En el eje x resultante está en la dirección y. Es esperable porque hay simetría en torno al eje y

$$\vec{E}(x\hat{x}) = -kq \left( \frac{L\hat{y}}{[(x - L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} + \frac{L\hat{y}}{[(x + L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} \right)$$



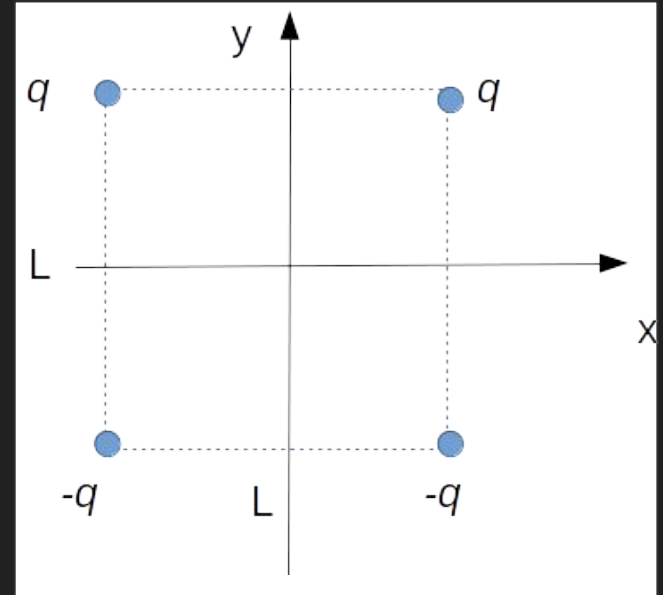
En el eje x resultante está en la dirección y. Es esperable porque hay simetría en torno al eje y

$$\vec{E}(x\hat{x}) = -kq \left( \frac{L\hat{y}}{[(x - L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} + \frac{L\hat{y}}{[(x + L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} \right)$$



$$\vec{E}(x=0) = -kq \frac{2\sqrt{2}}{L^2} \hat{y}$$

$$\vec{E}(x=L/2) = -kq 8 \frac{5\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}L^2} \hat{y}$$





Para calcular el campo eléctrico en el eje  $y$ , recordamos las posiciones

$$\vec{r} = (x, 0) \text{ ó } (0, y)$$

$$\vec{r}_q = (L/2, L/2)$$

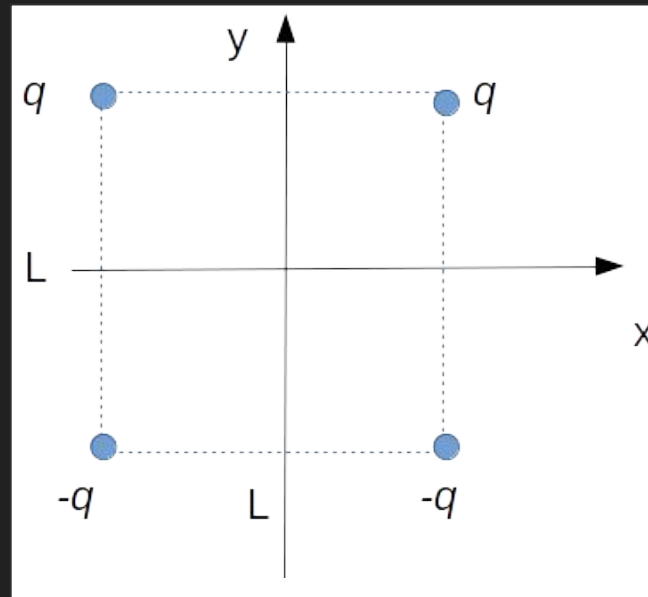
$$\vec{r}_q = (-L/2, L/2)$$

$$\vec{r}_{-q} = (L/2, -L/2)$$

$$\vec{r}_{-q} = (-L/2, -L/2)$$

Punto campo,  
depende dónde  
calculamos el campo.

Puntos fuente

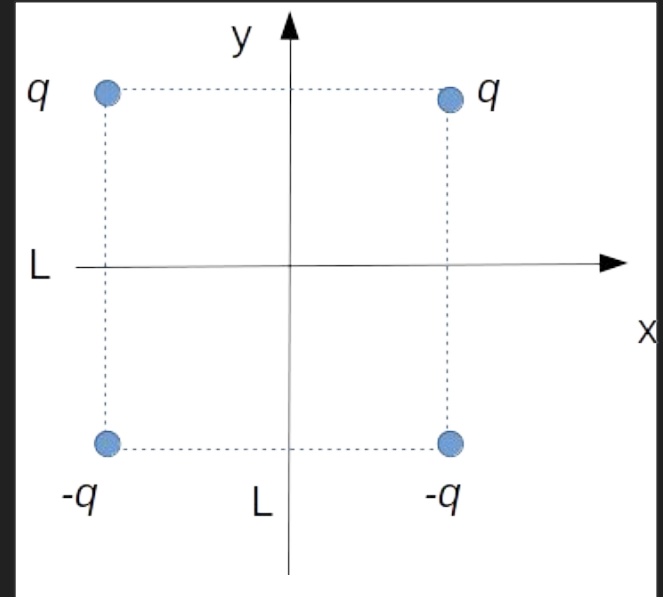


Para calcular el campo eléctrico en el eje  $y$ , recordamos las posiciones

$$\begin{aligned} \vec{r} &= (x, 0) \text{ ó } (0, y) \\ \vec{r}_q^+ &= (L/2, L/2) \\ \vec{r}_q^- &= (-L/2, L/2) \\ \vec{r}_{-q}^+ &= (L/2, -L/2) \\ \vec{r}_{-q}^- &= (-L/2, -L/2) \end{aligned}$$

Punto campo,  
depende dónde  
calculamos el campo.

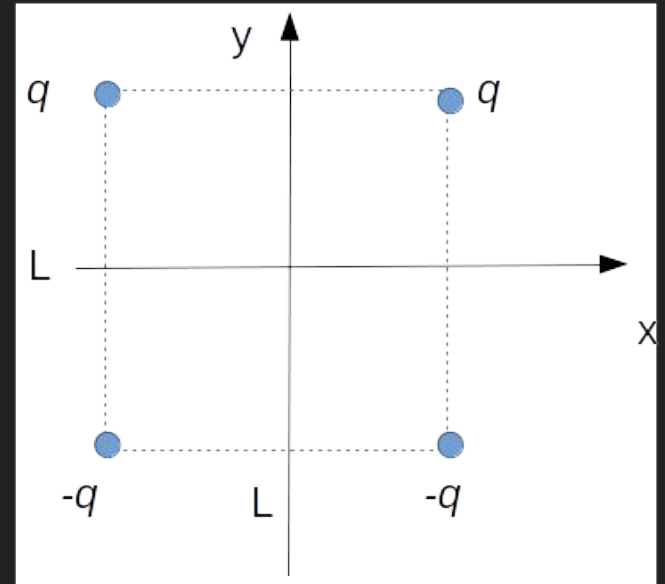
Puntos fuente



$$\vec{E}(y\hat{y}) = kq \left( \frac{((y - L/2)\hat{y} - L/2\hat{x})}{[(y - L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} + \frac{((y - L/2)\hat{y} + L/2\hat{x})}{[(y - L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} - \frac{((y + L/2)\hat{y} - L/2\hat{x})}{[(y + L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} - \frac{((y + L/2)\hat{y} + L/2\hat{x})}{[(y + L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} \right)$$

Haciendo cuentas...

$$\vec{E}(y\hat{y}) = kq \left( \frac{2(y - L/2)\hat{y}}{[(y - L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} - \frac{2(y + L/2)\hat{y}}{[(y + L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} \right)$$



Interpretemos los resultados obtenidos sobre el eje  $y$

¿Es coherente que sea simétrico?

¿Está bien que el campo sólo tenga componente en  $y$ ?

Lo charlamos...

Una manera de verlo es poniendo cargas de pruebas estratégicamente a lo largo del eje  $y$ , de manera de 'mapear' el campo eléctrico a lo largo del eje.

Se puede ver que el campo crece desde  $y=L/2$  a  $y=0$  (valor máximo) y luego disminuye en  $y=-L/2$ .

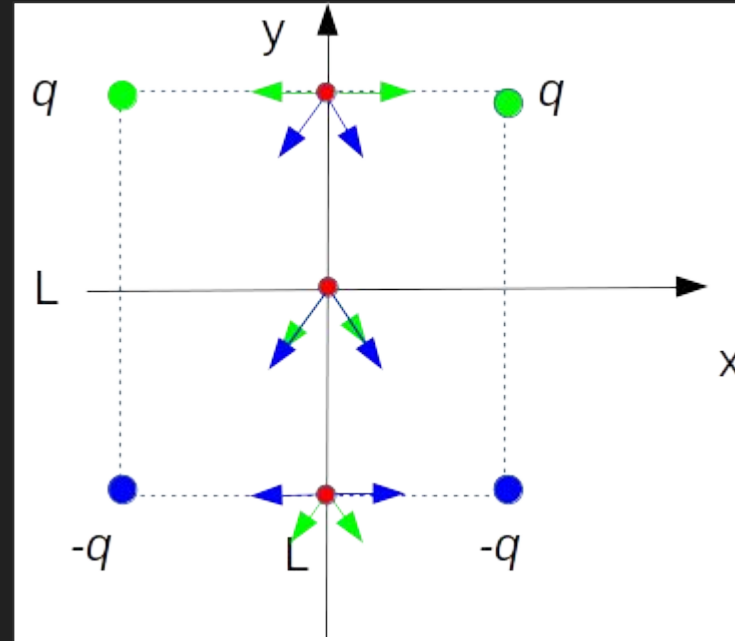
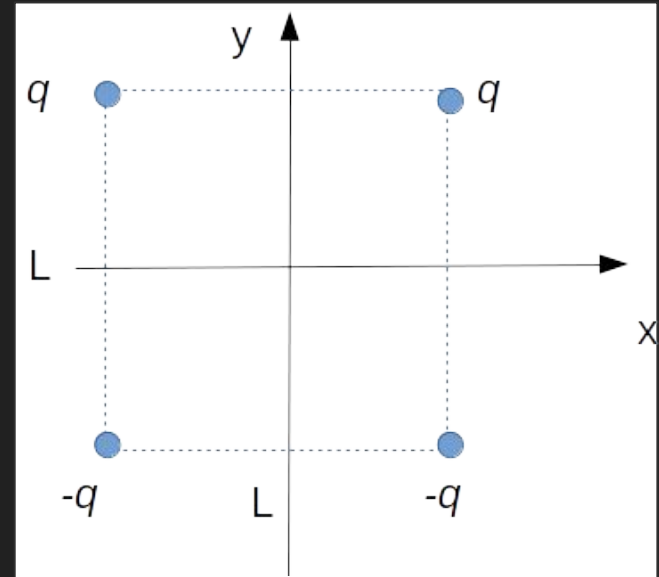
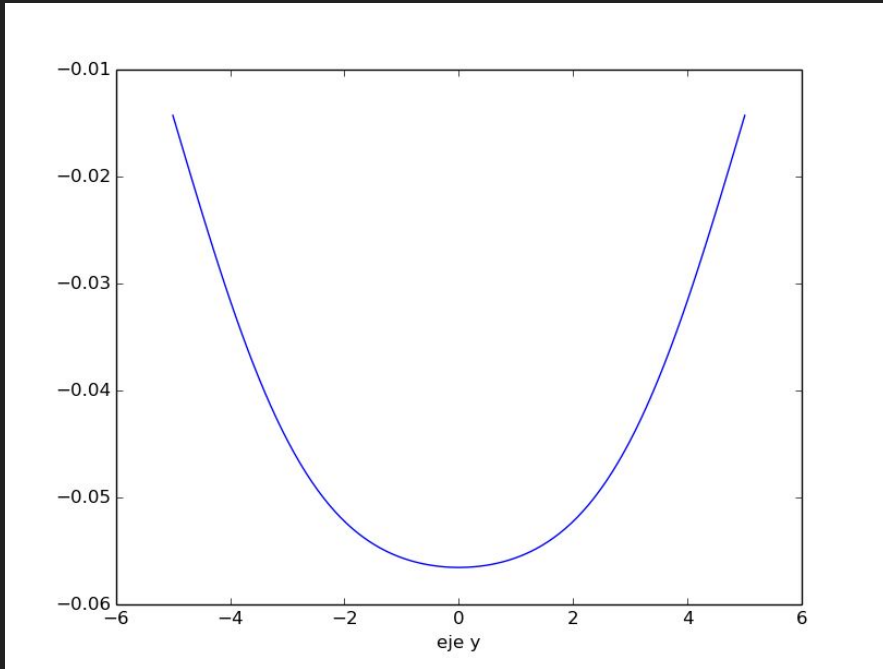


Figura cualitativa

Haciendo cuentas...

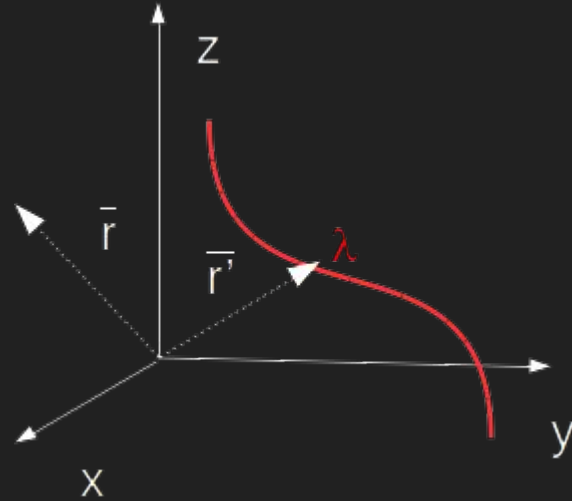
$$\vec{E}(y\hat{y}) = kq \left( \frac{2(y - L/2)\hat{y}}{[(y - L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} - \frac{2(y + L/2)\hat{y}}{[(y + L/2)^2 + L^2/4]^{3/2}} \right)$$



# Campo eléctrico en distribuciones de cargas continuas localizadas

Dada una distribución lineal de densidad de carga por unidad de longitud  $\lambda$ . El campo se calcula con la expresión:

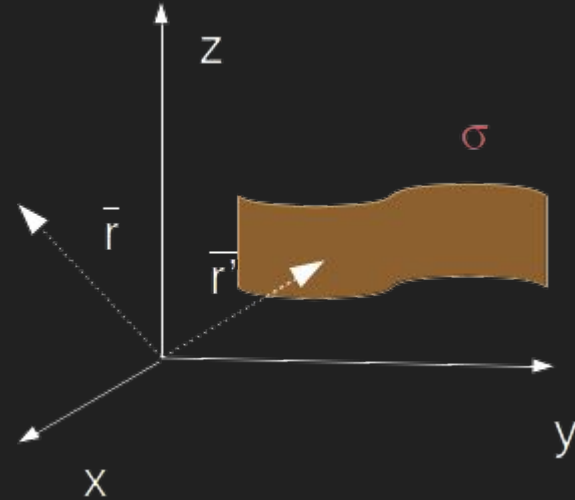
$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_C \frac{k\lambda' d\vec{l}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$



# Campo eléctrico en distribuciones de cargas continuas localizadas

Dada una distribución superficial de densidad de carga por unidad de superficie  $\sigma$ . El campo se calcula con la expresión:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int \int_S \frac{k\sigma' dS'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

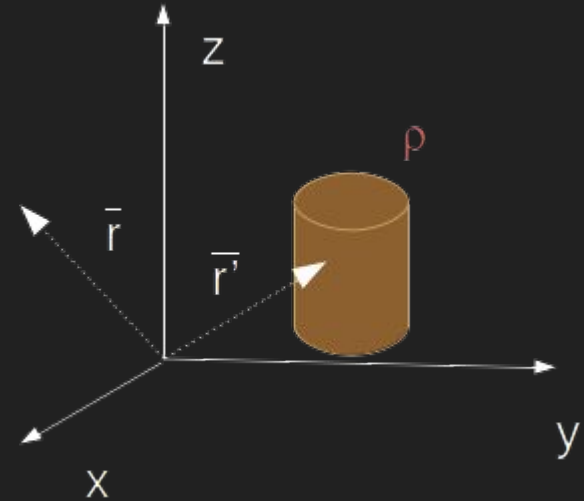




# Campo eléctrico en distribuciones de cargas continuas localizadas

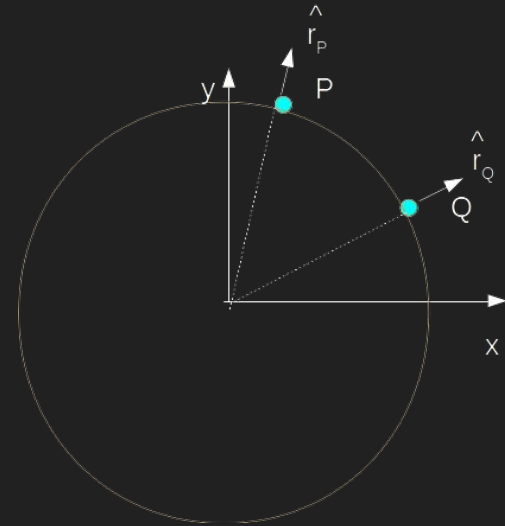
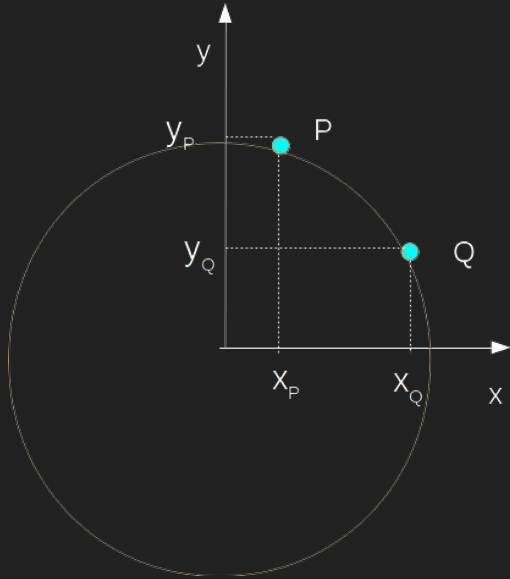
Dada una distribución superficial de densidad de carga por unidad de volumen  $\rho$ .  
El campo se calcula con la expresión:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int \int \int_V \frac{k\rho' dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$



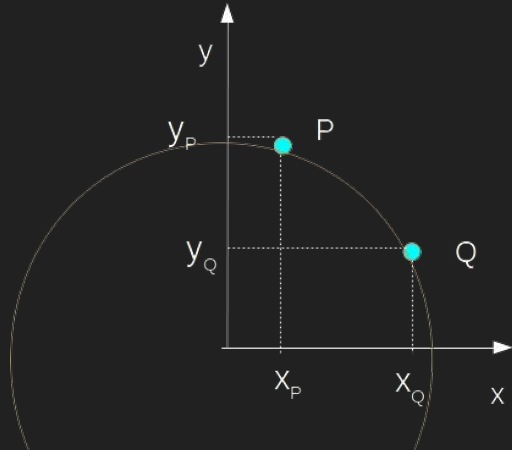
# Vectores 'fijos' vs. Vectores 'móviles'

Supongamos los puntos  $P$  y  $Q$  sobre una circunferencia de radio  $r$ . Podemos expresar sus coordenadas en polares o en cartesianas.



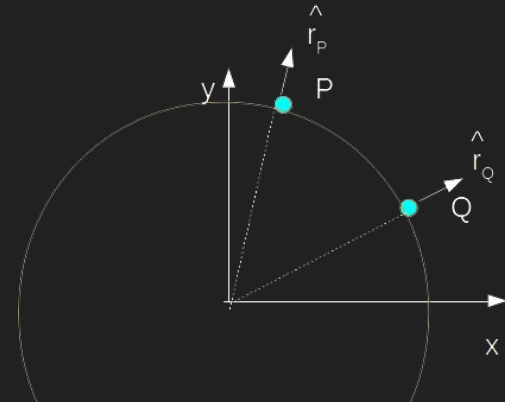
# Vectores 'fijos' vs. Vectores 'móviles'

Supongamos los puntos P y Q sobre una circunferencia de radio  $r$ . Podemos expresar sus coordenadas en polares o en cartesianas.



$$\vec{r}_Q = x_Q \hat{x} + y_Q \hat{y}$$

$$\vec{r}_P = x_P \hat{x} + y_P \hat{y}$$

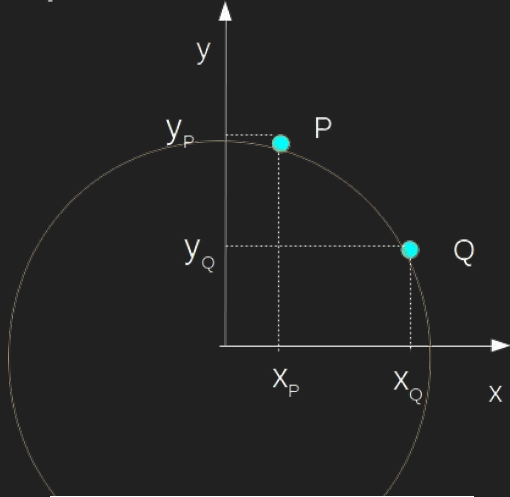


$$\vec{r}_Q = r \hat{r}$$

$$\vec{r}_P = r \hat{r}$$

# Vectores 'fijos' vs. Vectores 'móviles'

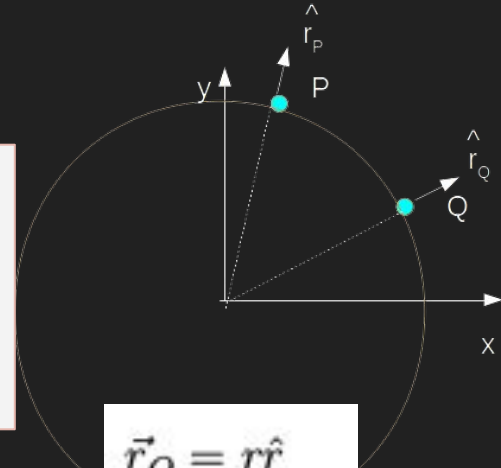
Supongamos los puntos P y Q sobre una circunferencia de radio  $r$ . Podemos expresar sus coordenadas en polares o en cartesianas.



$$\vec{r}_Q = x_Q \hat{x} + y_Q \hat{y}$$

$$\vec{r}_P = x_P \hat{x} + y_P \hat{y}$$

Podemos ver que en polares si bien ambas posiciones se expresan de la misma manera los vectores radiales dependen del punto



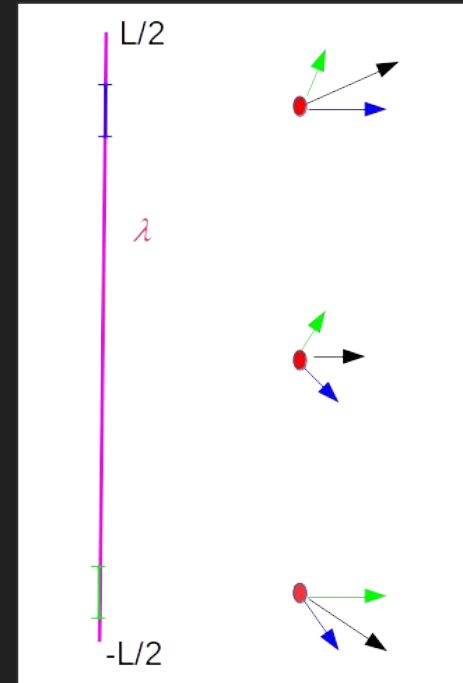
$$\vec{r}_Q = r \hat{r}_Q$$

$$\vec{r}_P = r \hat{r}_P$$

Los ejercicios 1.5 y 1.6 de la Guía 1 son problemas donde se puede calcular el campo por integración directa. Empecemos por el 1.5:

5. Un hilo muy fino de longitud  $L$  está cargado uniformemente con una carga total  $Q$ . Calcular el campo eléctrico en todo punto del espacio.

Mapeamos el campo eléctrico. Para ello tomamos dos diferenciales de longitud simétricos representativos. Vemos que en ningún caso se genera campo eléctrico perpendicular al plano de la hoja que incluye el hilo. También vemos que en plano que corta el hilo a la mitad, las componentes paralelo al hilo se anulan.



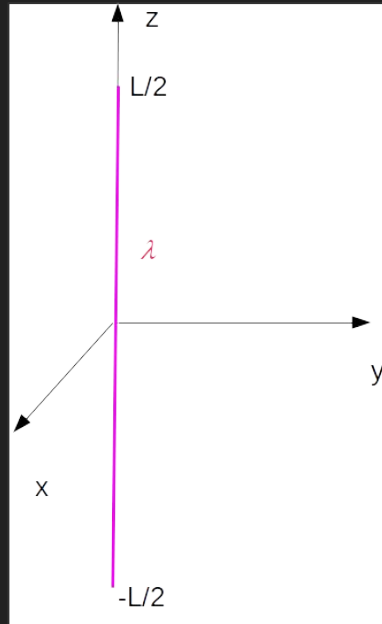
Los ejercicios 1.5 y 1.6 de la Guía 1 son problemas donde se puede calcular el campo por integración directa. Empecemos por el 1.5:

5. Un hilo muy fino de longitud  $L$  está cargado uniformemente con una carga total  $Q$ . Calcular el campo eléctrico en todo punto del espacio.

De lo visto anteriormente y dado que el campo va a reflejar la simetría de la distribución de la carga, podemos presumir que el campo tendrá simetría cilíndrica. Por lo tanto convendría elegir un sistema de ejes que refleje esa simetría. Una manera de hacerlo es hacer que el eje  $z$  coincida con el hilo. Otra simetría que se puede explotar es el plano que divide al hilo a la mitad.

Los ejercicios 1.5 y 1.6 de la Guía 1 son problemas donde se puede calcular el campo por integración directa.

5. Un hilo muy fino de longitud  $L$  está cargado uniformemente con una carga total  $Q$ . Calcular el campo eléctrico en todo punto del espacio.



Hagamos cuentas...

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_C \frac{k\lambda' dl'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$



Hagamos cuentas...

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_C \frac{k\lambda' dl'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\vec{r}' = z' \hat{z} \quad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = r\hat{r} + z\hat{z} = r\cos\phi\hat{x} + r\sin\phi\hat{y} + z\hat{z}$$

$$dl' = dz'$$

$$\lambda' = \lambda_0 = \frac{Q}{L}$$

Hagamos cuentas...

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_C \frac{k\lambda' dl'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\vec{r}' = z' \hat{z} \quad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$$

$$\vec{r} = r \hat{r} + z \hat{z} = r \cos \phi \hat{x} + r \sin \phi \hat{y} + z \hat{z}$$

$$dl' = dz'$$

$$\lambda' = \lambda_0 = \frac{Q}{L}$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'|^3 = |r \hat{r} + (z - z') \hat{z}|^3 = (\sqrt{r^2 + (z - z')^2})^3$$

Hagamos cuentas...

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_C \frac{k\lambda' dl'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\begin{aligned}\vec{r}' &= z' \hat{z} \quad -\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2} \\ \vec{r} &= r\hat{r} + z\hat{z} \text{ o } r\cos\phi\hat{x} + r\sin\phi\hat{y} + z\hat{z} \\ dl' &= dz' \\ \lambda' &= \lambda_0 = \frac{Q}{L}\end{aligned}$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'|^3 = |r\hat{r} + (z - z')\hat{z}|^3 = (\sqrt{r^2 + (z - z')^2})^3$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda_0 dz'}{(\sqrt{r^2 + (z - z')^2})^3} (r\hat{r} + (z - z')\hat{z})$$

Sólo hay que integrar en la coordenada  $z'$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \hat{r} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda_0 dz' r}{(\sqrt{r^2 + (z - z')^2})^3} + \hat{z} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda_0 dz' (z - z')}{(\sqrt{r^2 + (z - z')^2})^3}$$



El versor puede salir de la integral porque no se está integrando en función del ángulo.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \hat{r} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda_0 dz' r}{(\sqrt{r^2 + (z - z')^2})^3} + \hat{z} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda_0 dz' (z - z')}{(\sqrt{r^2 + (z - z')^2})^3}$$



El versor puede salir de la integral porque no se está integrando en función del ángulo.

De tablas....

$$\int \frac{dz'}{(r^2 + (z - z')^2)^{3/2}} = \frac{-(z - z')}{r^2 \sqrt{r^2 + (z - z')^2}}$$
$$\int \frac{(z - z') dz'}{(r^2 + (z - z')^2)^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z - z')^2}}$$

$$E_r(\vec{r}) = k\lambda_0 \left( \frac{-r(z - L/2)}{r^2 \sqrt{r^2 + (z - L/2)^2}} + \frac{r(z + L/2)}{r^2 \sqrt{r^2 + (z + L/2)^2}} \right)$$

$$E_z(\vec{r}) = k\lambda_0 \left( \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z - L/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z + L/2)^2}} \right)$$

Veamos algunos puntos...

Esperamos que en  $z=0$ ,  $E_z=0$  y que  $E_r$  no sea nulo.

En  $z=L$  o  $z=-L$  y  $r=0$ , el campo debería dar de igual módulo y  $E_r=0$

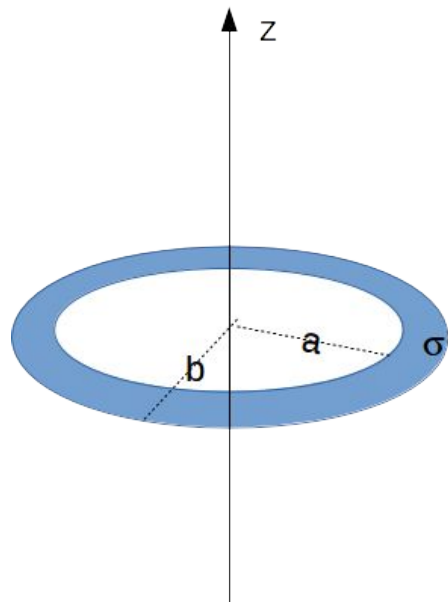
## Algunos comentarios del ejercicio 1.6

6. Una corona circular de radios  $a$  y  $b$  tiene una densidad de carga uniforme  $\sigma$ .

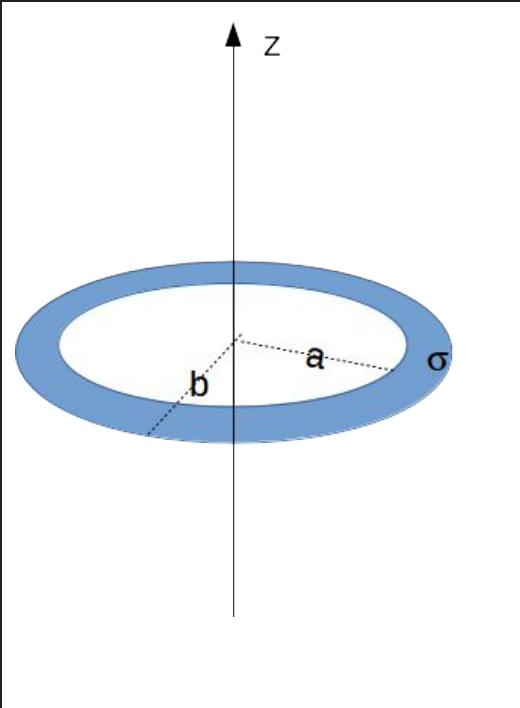
- Hallar el campo eléctrico en su eje.
- Deducir del resultado anterior el campo eléctrico en el eje de un disco de radio  $b$  y luego el campo eléctrico de un plano, ambos cargados uniformemente.

En cada caso estudie la continuidad del campo y obtenga el valor del “salto” en la discontinuidad.

**Problema numérico:** Para un disco de radio  $R$  cargado con densidad superficial uniforme  $\sigma$  graficar el campo en función de la coordenada radial a distintas distancias en la dirección normal al disco y discutir en que región del espacio es válido suponerlo infinito.



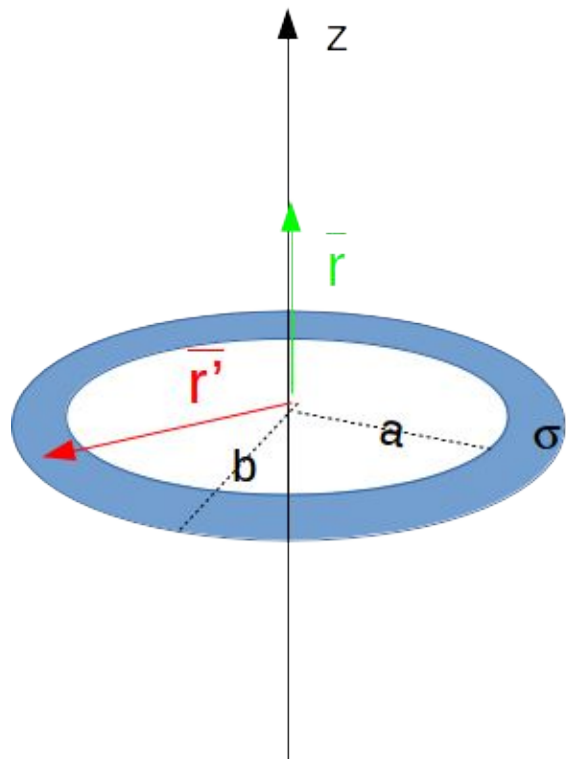
## Algunos comentarios del ejercicio 1.6



$$\vec{E}(\vec{r}) = \int \int_S \frac{k\sigma' dS'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$



## Algunos comentarios del ejercicio 1.6



$$\vec{E}(\vec{r}) = \int \int_S \frac{k\sigma' dS'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

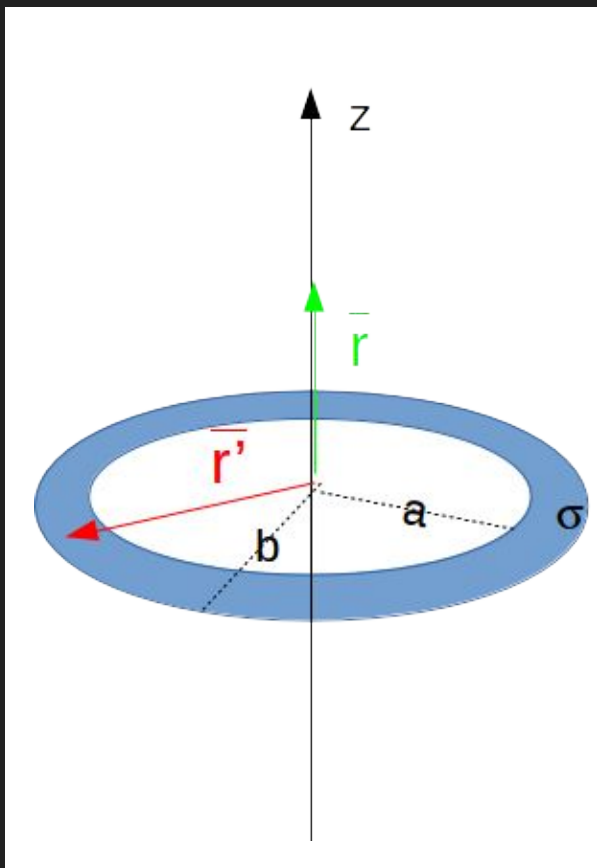
$$\vec{r}' = r' \hat{r}' = r' (\cos\phi' \hat{x} + \sin\phi' \hat{y}) \quad \text{con } a \leq r' \leq b \text{ y } 0 \leq \phi' \leq 2\pi$$

$$\vec{r} = z \hat{z}$$

$$dS' = r' d\phi' dr'$$

$$\sigma' = \sigma_0$$

## Algunos comentarios del ejercicio 1.6



$$\vec{E}(\vec{r}) = \int \int_S \frac{k\sigma' dS'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\vec{r}' = r' \hat{r}' = r' (\cos\phi' \hat{x} + \sin\phi' \hat{y}) \text{ con } a \leq r' \leq b \text{ y } 0 \leq \phi' \leq 2\pi$$

$$\vec{r} = z \hat{z}$$

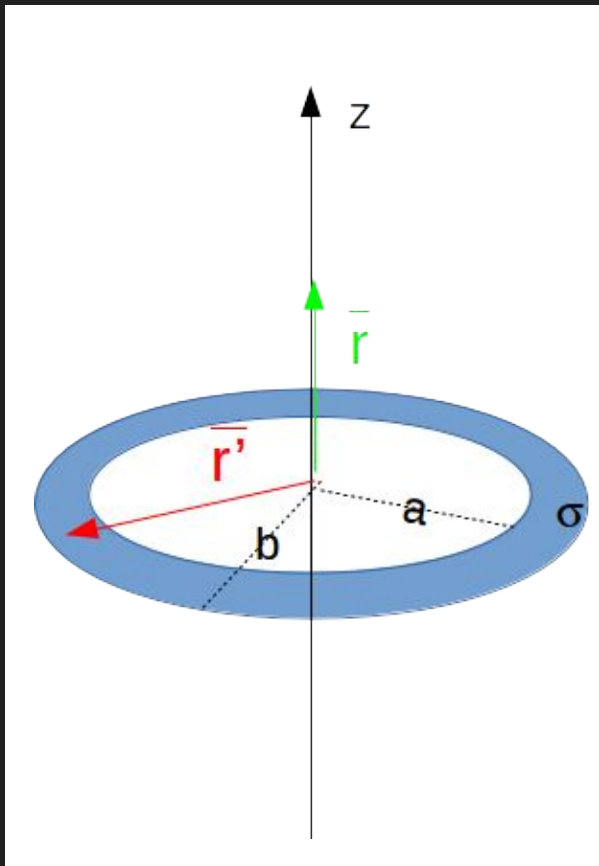
$$dS' = r' d\phi' dr'$$

$$\sigma' = \sigma_0$$

$$\vec{E}(z \hat{z}) = \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{k\sigma_0 r' d\phi' dr'}{|z \hat{z} - r' \hat{r}'|^3} (z \hat{z} - r' \hat{r}')$$

## Algunos comentarios del ejercicio 1.6

Ojo! Versor 'móvil'

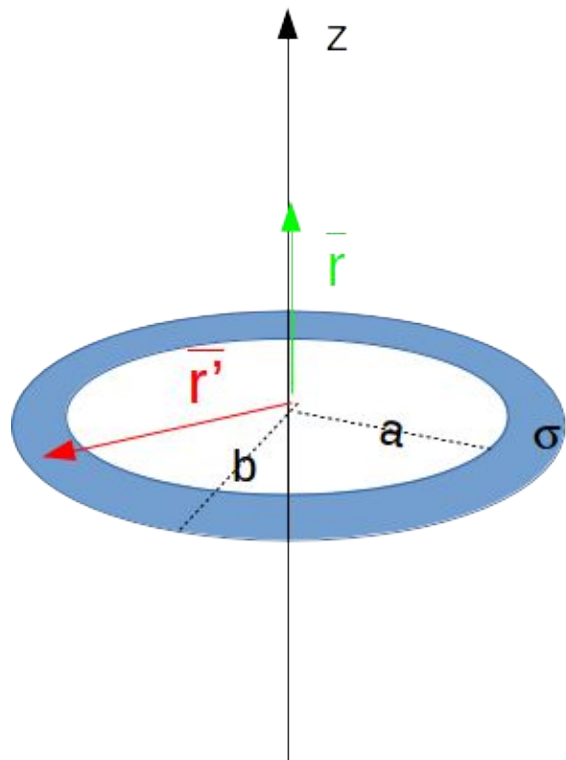


$$\vec{E}(z\hat{z}) = \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{k\sigma_0 r' d\phi' dr'}{|z\hat{z} - r'\hat{r}'|^3} (z\hat{z} - r'\hat{r}')$$

¿Cómo procedemos con la integración?

## Algunos comentarios del ejercicio 1.6

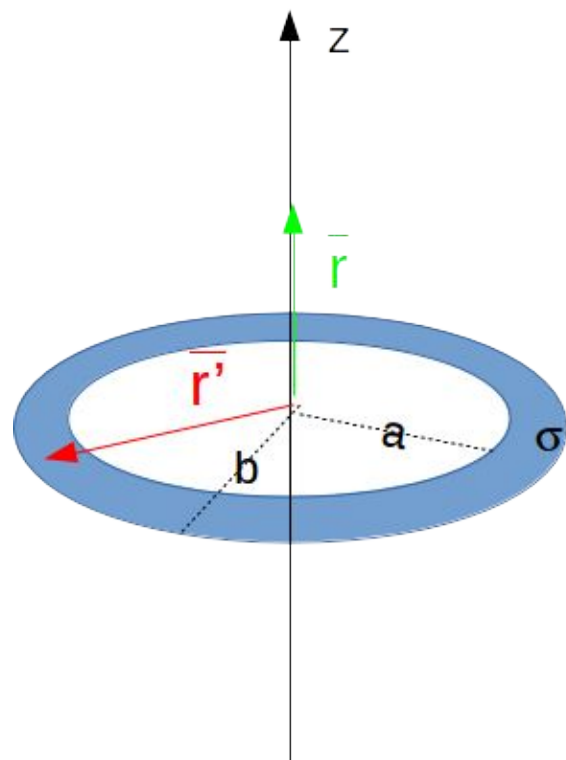
Ojo! Versor 'móvil'



$$\vec{E}(z\hat{z}) = \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{k\sigma_0 r' d\phi' dr'}{|z\hat{z} - r'\hat{r}'|^3} (z\hat{z} - r'\hat{r}')$$

$$\vec{E}(z\hat{z}) = \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{k\sigma_0 r' d\phi' dr'}{(z^2 + r'^2)^{3/2}} (z\hat{z} - r'(\cos\phi'\hat{x} + \sin\phi'\hat{y}))$$

## Algunos comentarios del ejercicio 1.6



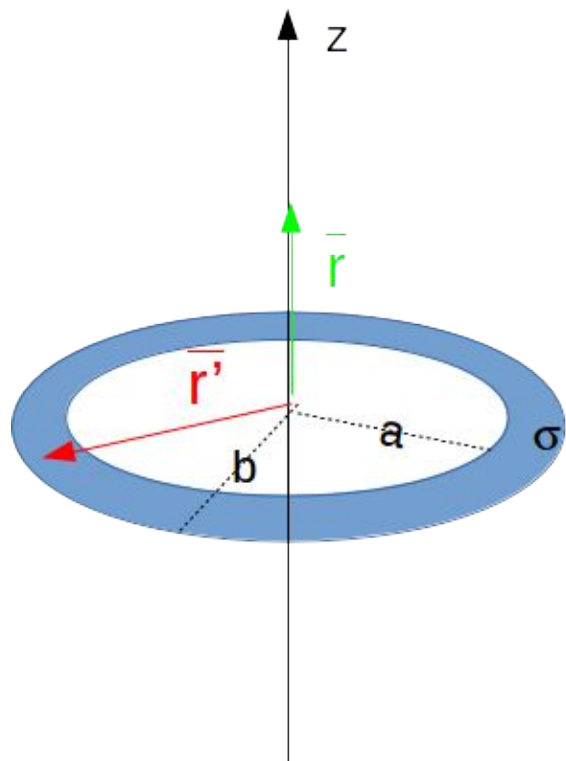
$$\vec{E}(z\hat{z}) = \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{k\sigma_0 r' d\phi' dr'}{(z^2 + r'^2)^{3/2}} (z\hat{z} - r'(\cos\phi'\hat{x} + \sin\phi'\hat{y}))$$

$$E_z(z\hat{z}) = \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{k\sigma_0 z r' d\phi' dr'}{(z^2 + r'^2)^{3/2}}$$

$$E_x(z\hat{z}) = \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{k\sigma_0 r'^2 \cos\phi' d\phi' dr'}{(z^2 + r'^2)^{3/2}}$$

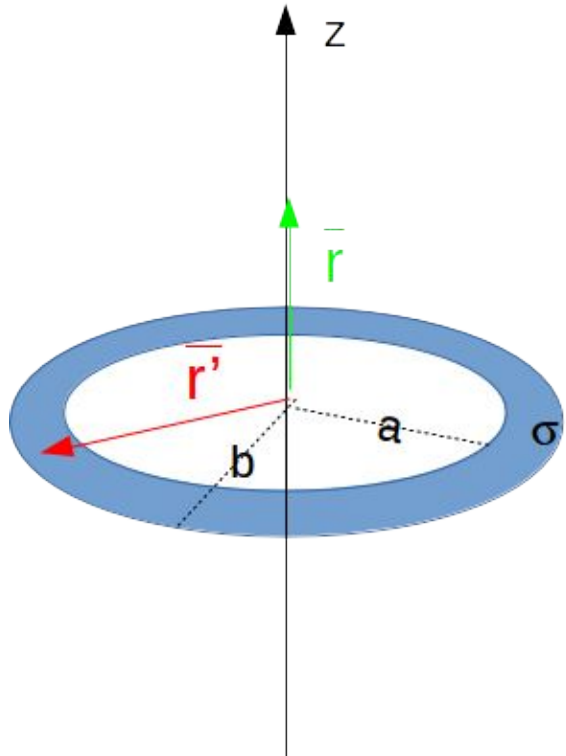
$$E_y(z\hat{z}) = \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{k\sigma_0 r'^2 \sin\phi' d\phi' dr'}{(z^2 + r'^2)^{3/2}}$$

## Algunos comentarios del ejercicio 1.6

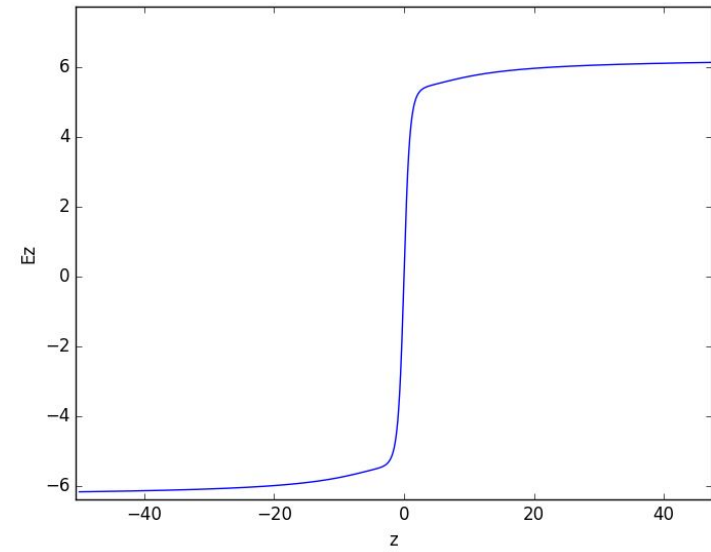


$$E_z(z\hat{z}) = -2\pi \frac{k\sigma_0 z}{\sqrt{z^2 + r'^2}} \Big|_a^b = 2\pi k\sigma_0 z \left( \frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2 + b^2}} \right)$$
$$E_x(z\hat{z}) = 0$$
$$E_y(z\hat{z}) = 0$$

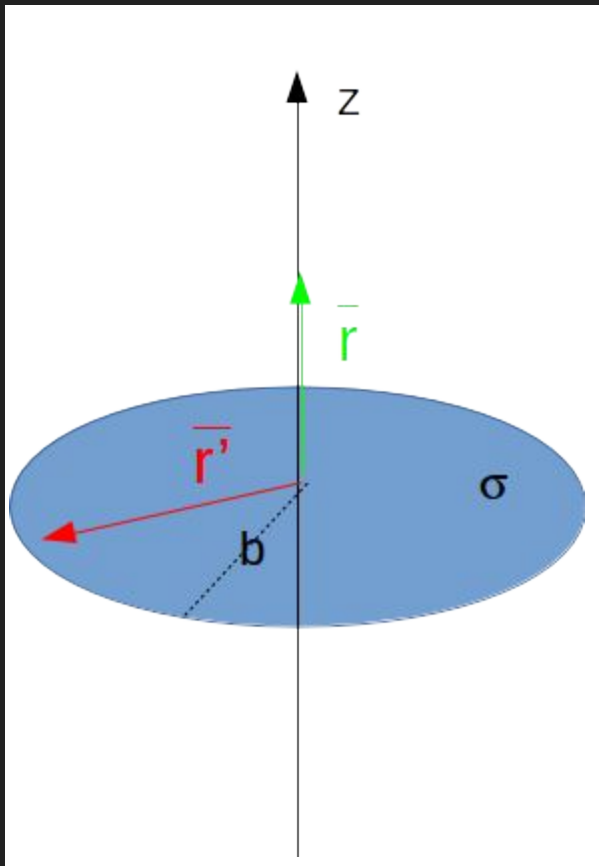
# Algunos comentarios del ejercicio 1.6



$$E_z(z\hat{z}) = -2\pi \frac{k\sigma_0 z}{\sqrt{z^2 + r'^2}} \Big|_a^b = 2\pi k\sigma_0 z \left( \frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2 + b^2}} \right)$$



## Algunos comentarios del ejercicio 1.6

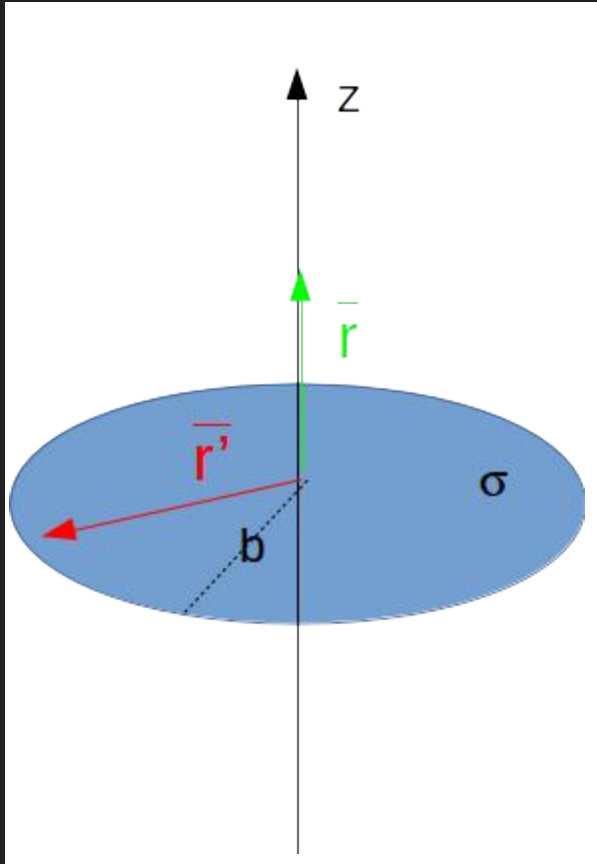


Si  $a \rightarrow 0$ , la simetría de la distribución no varía.

$$E_z(z\hat{z}) = 2\pi k\sigma_0 \left( \text{sg}(z) - \frac{z}{\sqrt{z^2 + b^2}} \right)$$

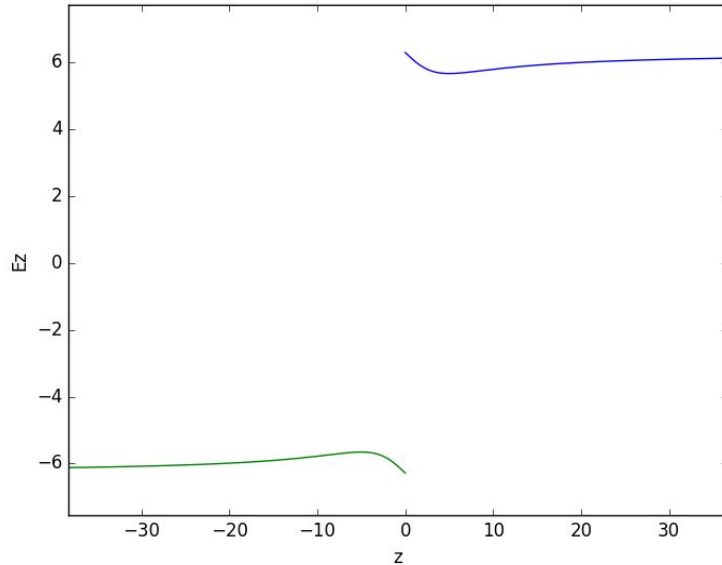


## Algunos comentarios del ejercicio 1.6

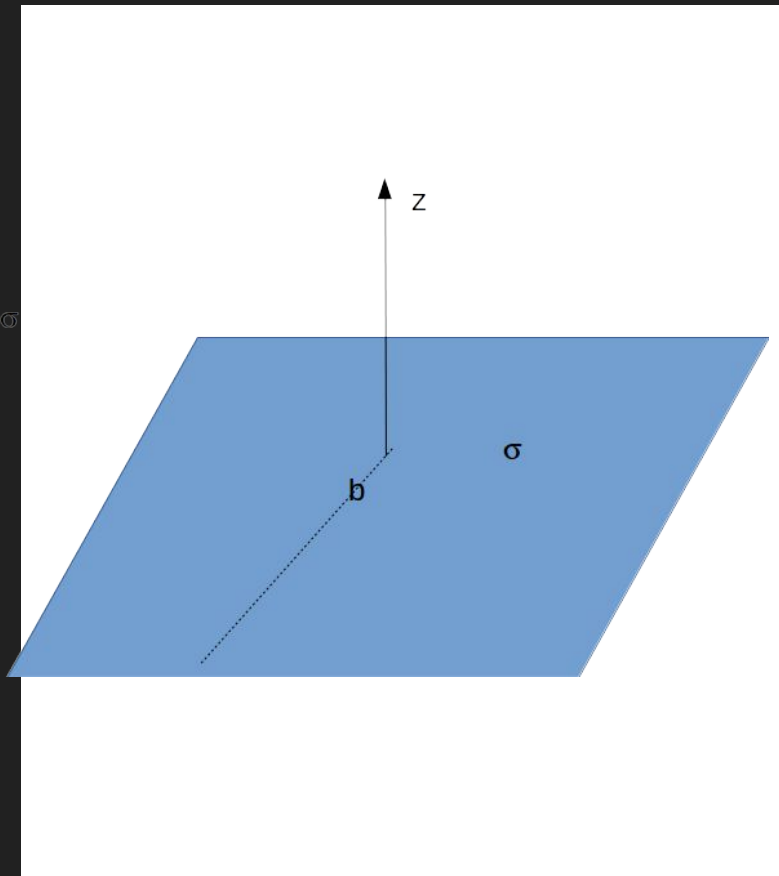


Si  $a \rightarrow 0$ , la simetría de la distribución no varía.

$$E_z(z\hat{z}) = 2\pi k\sigma_0 \left( \text{sg}(z) - \frac{z}{\sqrt{z^2 + b^2}} \right)$$



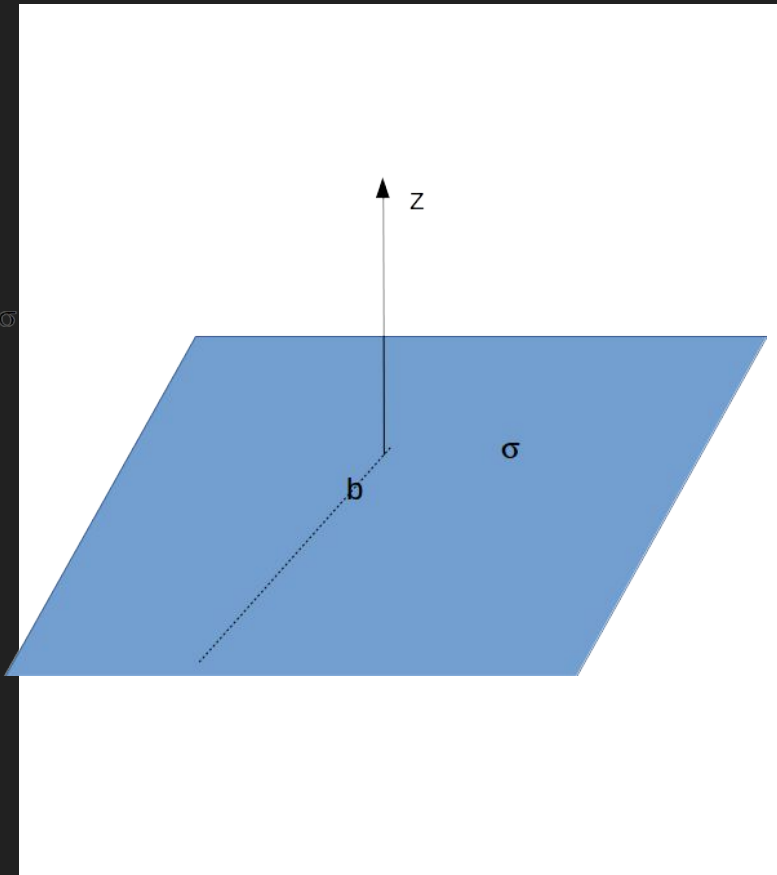
## Algunos comentarios del ejercicio 1.6



Si  $a \rightarrow 0$  y  $b \rightarrow \infty$

$$E_z(z\hat{z}) = 2\pi k\sigma_0 \operatorname{sgn}(z)$$

# Algunos comentarios del ejercicio 1.6



Si  $a \rightarrow 0$  y  $b \rightarrow \infty$

$$E_z(z\hat{z}) = 2\pi k\sigma_0 \operatorname{sgn}(z)$$

