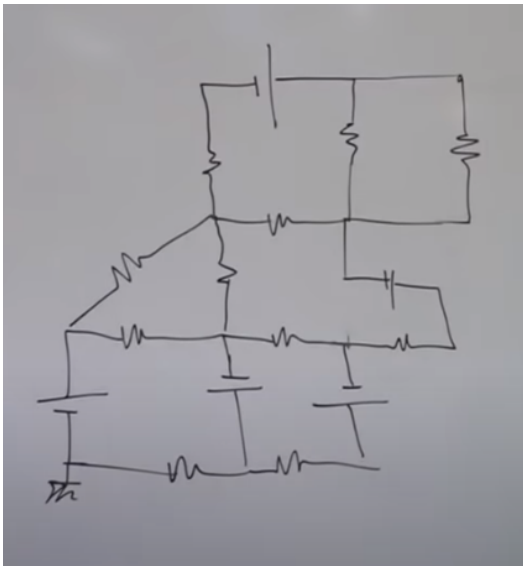
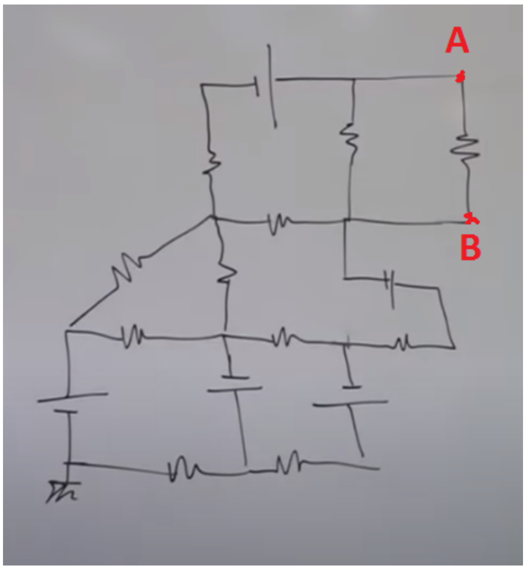
TEOREMA DE THEVENIN

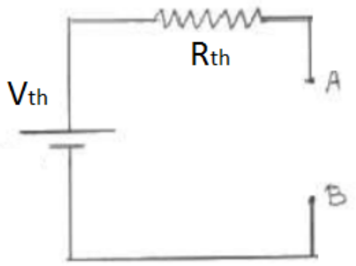
Supongamos que tengo un circuito así:



Puedo tomar dos puntos del circuito entre los que haya una diferencia de potencial. Por ejemplo:



Y definir un circuito equivalente de la siguiente forma:

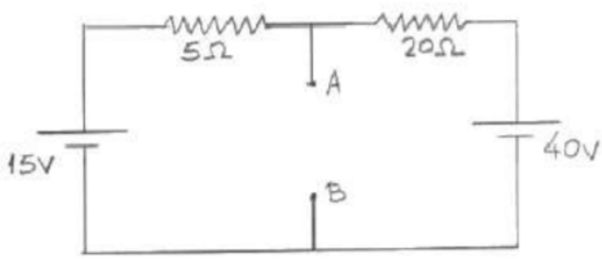


Donde luego se coloca la 'carga' (o no, ya veremos) entre los puntos A y B

Ya que este método es muy sistemático, para aprender a calcular la fuente de Thevenin V_{TH} y la resistencia de Thevenin R_{TH}, conviene ver directamente un ejemplo.

PROBLEMA 8

8. Hallar el equivalente de Thevenin del circuito de la figura desde los puntos A y B. Determinar la potencia suministrada a una resistencia que se conecta entre A y B si su valor es:
   - $R_1 = 1\Omega$.
   - $R_2 = 5\Omega$.
   - $R_3 = 10\Omega$.
   - R_4 tal que la transferencia de potencia resulte máxima.

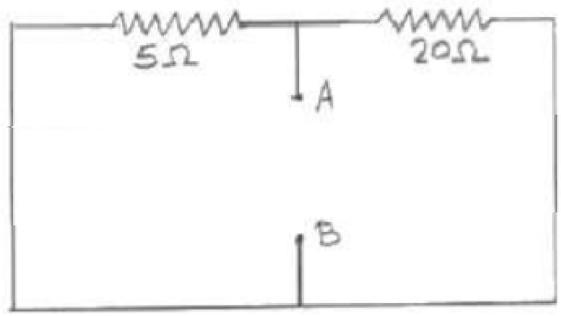


Problema 8

En este problema no hace falta elegir una carga o un conjunto de cargas para aislar entre dos puntos A y B. Acá ya nos dicen cuáles son los puntos y queremos hallar el circuito equivalente de Thevenin.

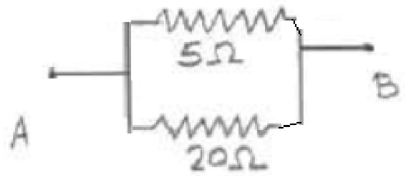
Primero veamos cómo calcular R_{TH}:

Lo que se hace es dejar el circuito igual, pero donde haya fuentes, las sacamos y ponemos cable:



Ahora calculamos la resistencia equivalente, que va a ser R_{TH}.

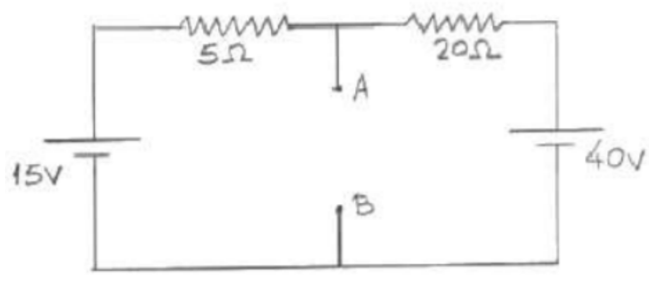
El circuito lo podemos reacomodar y queda de la siguiente forma, donde se ve claramente que ambas resistencias están en paralelo:



Entonces,

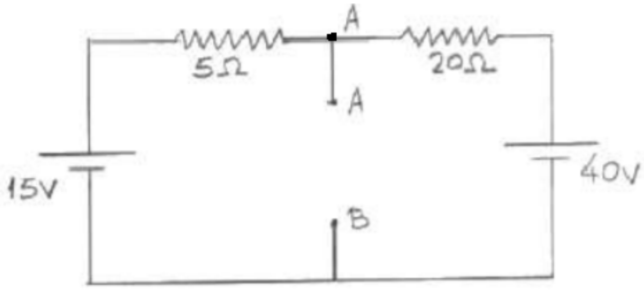
$$R_{TH} = \frac{5\Omega \cdot 20\Omega}{5\Omega + 20\Omega} = 4\Omega \tag{1}$$

Para calcular la fuente de Thevenin dejamos el circuito como está (en este caso). Si hubiese una carga entre A y B en el circuito original, **la tenemos que sacar**.



La fuente de Thevenin se calcula como la diferencia de potencial entre A y B: $V_{TH} = V_A - V_B$

Veamos lo siguiente: $V_B = 0$ porque está conectado a ambos bornes negativos de las baterías. Solo queda calcular V_A. Se puede ver como el potencial en A, es el mismo que en el nodo que tiene arriba suyo, ya que el cable no está conectado a nada:



Para llegar a A puedo salir de la batería de 15 V y pasar por la resistencia de 5 Ω. O sea que $V_A = 10V - 5\Omega \cdot I$.

Me falta conocer la corriente que pasa por la resistencia de 5 Ω. Si miro cómo me quedó el circuito en la figura anterior, veo que tengo una sola malla. Recorriéndola en el sentido horario y usando la ley de Kirchoff de las mallas obtengo:

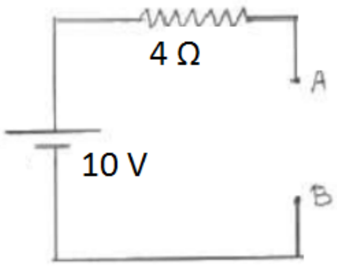
$$15V - 25\Omega I - 40V = 0 \longrightarrow I = -1A \tag{2}$$

Usé que las dos resistencias están conectadas en serie. Además me dio negativo, por lo que elegí al revés el sentido de la corriente. Circula de forma antihoraria y es $I = 1A$.

Ahora sí, puedo calcular V_{TH},

$$V_{TH} = V_A - V_B = V_A = 15V - 5\Omega \cdot 1A = 10V \tag{3}$$

Entonces el equivalente de Thevenin queda:



En los puntos siguientes nos proponen poner distintas resistencias R_i entre A y B, y calcular la potencia disipada en ellas. Recordemos que en una resistencia, $P = I^2R$, donde I es la corriente que circula por esa resistencia.

Colocando R_i entre A y B queda un circuito de dos resistencias en serie, $R = 4\Omega + R_i$
Usando la ley de Ohm: $V = IR$,

$$I = \frac{10V}{4\Omega + R_i} \tag{4}$$

El último punto pide encontrar R tal que $P(R)$ sea máxima. Entonces uso,

$$R_{Pmax} \longrightarrow \left.\frac{dP}{dR}\right|_{R_{Pmax}} = 0 \tag{5}$$

La derivada de P respecto de R resulta:

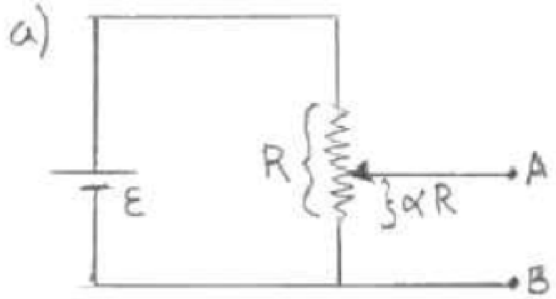
$$\frac{dP}{dR} = 2I(R)\frac{dI}{dR}R + I^2(R) \tag{6}$$

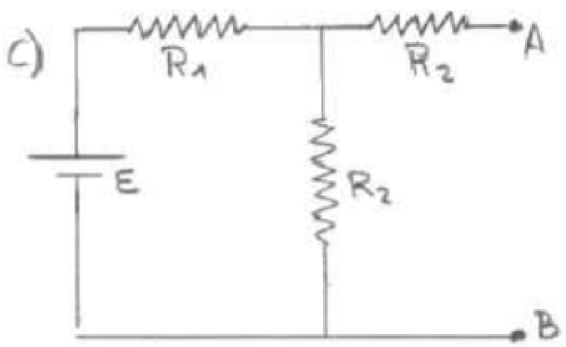
Donde

$$I(R) = \frac{10V}{4\Omega + R} \tag{7}$$

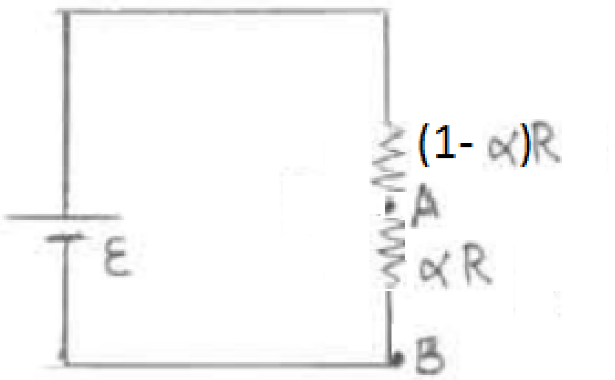
Reemplazando y resolviendo resulta, $R_{Pmax} = 4\Omega$.

PROBLEMA 10

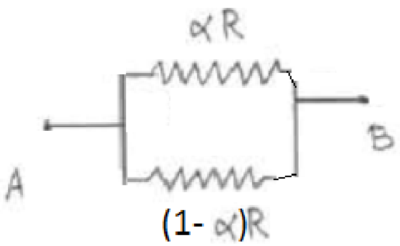




a) Podemos descomponer la resistencia R en dos resistencias en serie de valores αR y $(1-\alpha)R$ tal que la suma da R. Lo redibujamos:



Ahora para calcular la resistencia de Thevenin R_{TH}, quitamos la fuente y ponemos un cable. De paso también, reacomodo el circuito para verlo mejor:



Claramente están en paralelo, entonces:

$$R_{TH} = \frac{\alpha R(1-\alpha)R}{R} = \alpha(1-\alpha)R \tag{8}$$

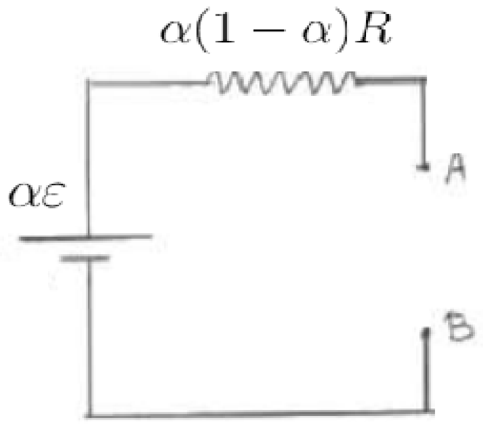
Ahora vuelvo a la figura del circuito con la fuente para obtener $V_{TH} = V_A - V_B$

Se ve claramente que la diferencia de potencial es $I\alpha R$. Esta corriente I es la que circula por el circuito más simple de todos, una pila ε y una resistencia R.

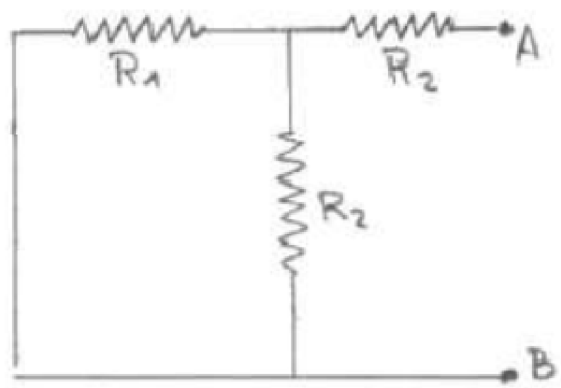
Uso la ley de Ohm y obtengo $I = \frac{\varepsilon}{R}$. Entonces:

$$V_{TH} = V_A - V_B = I\alpha R = \frac{\varepsilon}{R}\alpha R = \alpha\varepsilon \tag{9}$$

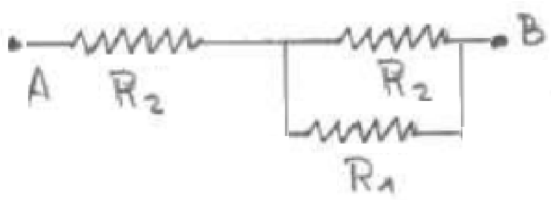
Queda entonces:



c) Este problema tiene un 'truco' que suele aparecer en este tema. Comenzamos por el cálculo de R_{TH}. Como siempre, redibujo sacando la fuente y poniendo un cable:



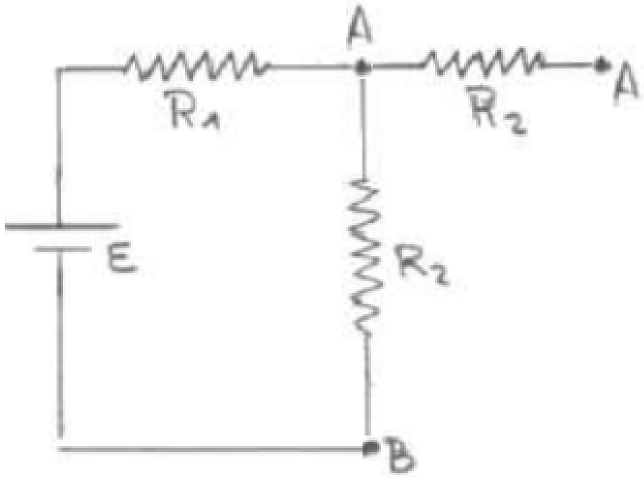
Lo vuelvo a dibujar para verlo mejor:



Entonces tengo,

$$R_{TH} = R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{10}$$

Para calcular V_{TH} hay que darse cuenta del siguiente 'truco':



Al no estar esa resistencia conectada a nada, no circula corriente por ahí. Entonces puedo mover el punto A como lo hice.

Ahora ve claramente que la diferencia de potencial entre A y B es $V_A - V_B = IR_2$.

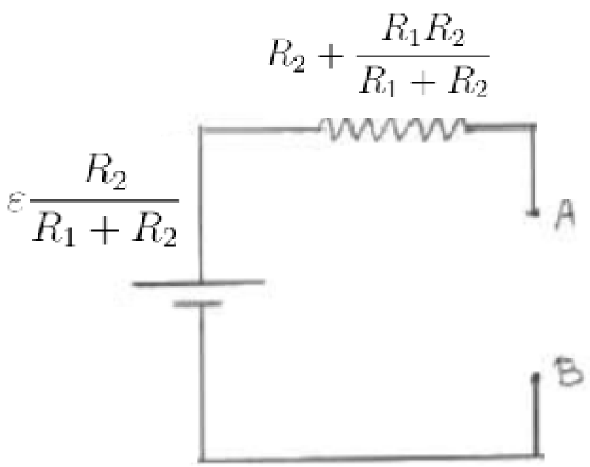
Para calcular I tomo la única malla y aplico la ley de Kirchoff de mallas:

$$\varepsilon - I(R_1 + R_2) = 0 \longrightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \tag{11}$$

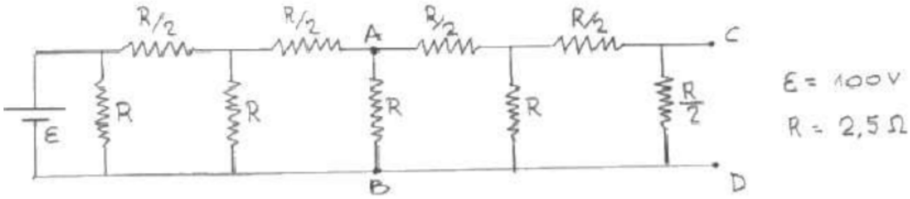
Finalmente,

$$V_{TH} = V_A - V_B = IR_2 = \varepsilon\frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{12}$$

y el circuito equivalente queda:



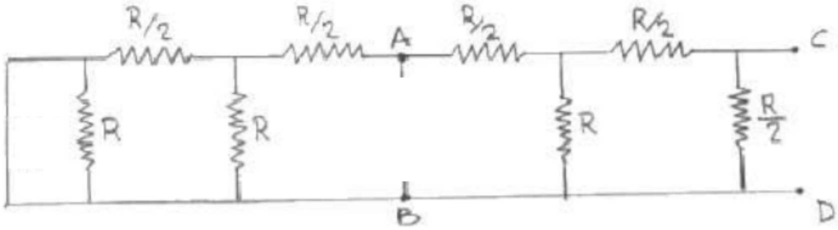
Cómo empezar el problema 9



Problema 9

Este es el único problema de los de Thevenin de la guía que tiene una carga desde antes entre los puntos A y B. La forma de resolverlo no cambia, pero no hay que olvidarse de **retirar la carga** para resolverlo.

Para resolver R_{TH}, saco la carga entre A y B, y cambio las fuentes por cables:



Para obtener V_{TH} saco la carga entre A y B y calculo la diferencia de potencial entre ambos puntos.