

Física 3

Guía 6-Circuitos transitorios

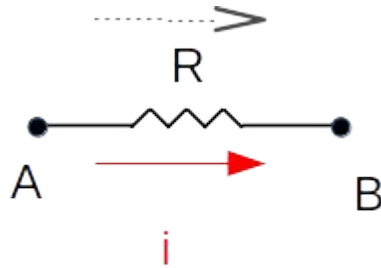
Andrea Buccino

Lineamientos

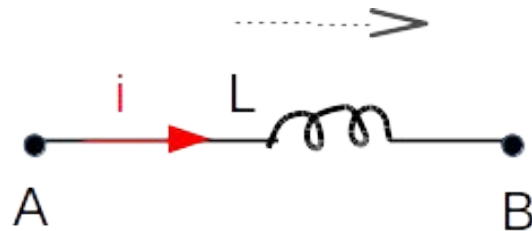
En esta clase veremos los circuitos RLC con corriente continua en régimen NO estacionario. Es decir, antes de que la corriente se estabilice.

La explicación servirá para resolver los ejercicios 6.1 a 6.5 inclusive.

RL en régime transitorio

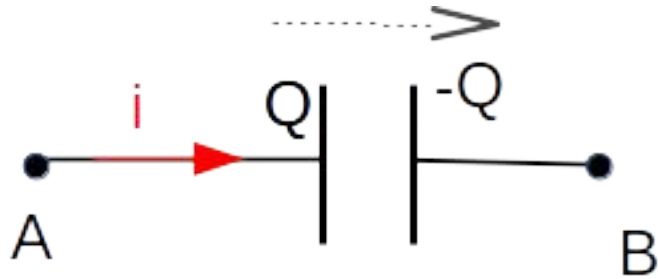


$$V_{AB} = -iR$$

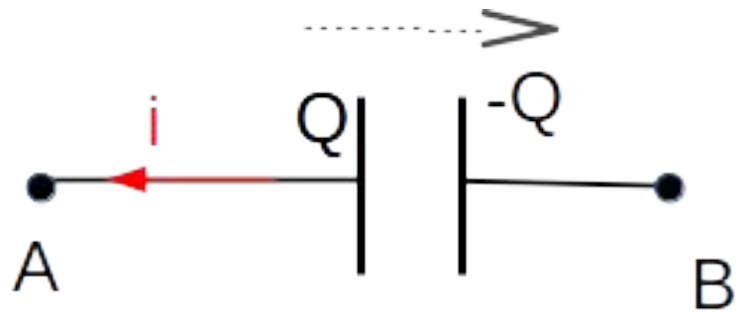


$$V_{AB} = -L \frac{di}{dt}$$

C en régime transitoire



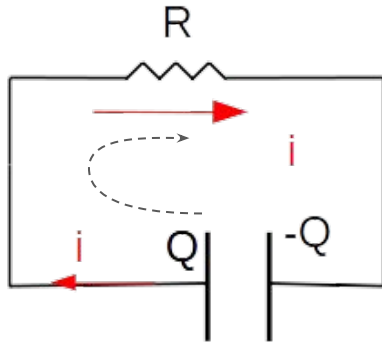
$$V_{AB} = -\frac{Q}{C}$$
$$i = \frac{dQ}{dt}$$



$$V_{AB} = -\frac{Q}{C}$$
$$i = -\frac{dQ}{dt}$$

Problema 6.1

1. Un condensador de $3\mu\text{F}$ se carga a 270V y luego se descarga a través de una resistencia de $1\text{M}\Omega$. Calcular:
 - El voltaje sobre el condensador luego de 3 segundos.
 - El calor disipado en la resistencia durante la descarga completa del condensador. Comparar el valor obtenido con la energía almacenada en el condensador al comienzo de la descarga.

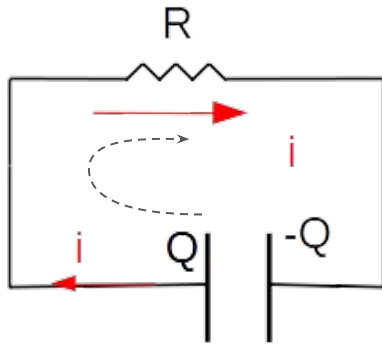


Al cerrar la llave comienza descargarse el condensador y esa carga se transforma en corriente en el circuito.

$$\frac{Q}{C} - iR = 0$$

Problema 6.1

1. Un condensador de $3\mu\text{F}$ se carga a 270V y luego se descarga a través de una resistencia de $1\text{M}\Omega$. Calcular:
- El voltaje sobre el condensador luego de 3 segundos.
 - El calor disipado en la resistencia durante la descarga completa del condensador. Comparar el valor obtenido con la energía almacenada en el condensador al comienzo de la descarga.

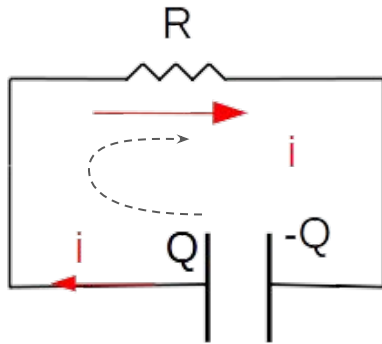


$$\frac{Q}{C} - iR = 0$$

$$i = -\frac{dQ}{dt}$$

Problema 6.1

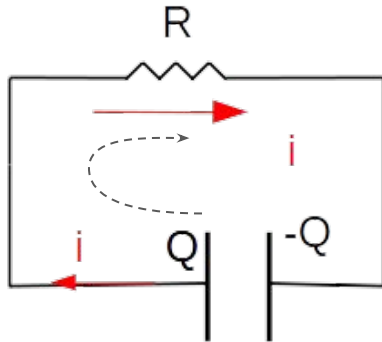
1. Un condensador de $3\mu\text{F}$ se carga a 270V y luego se descarga a través de una resistencia de $1\text{M}\Omega$. Calcular:
- El voltaje sobre el condensador luego de 3 segundos.
 - El calor disipado en la resistencia durante la descarga completa del condensador. Comparar el valor obtenido con la energía almacenada en el condensador al comienzo de la descarga.



$$\frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} = 0$$
$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{RC} = 0$$

Problema 6.1

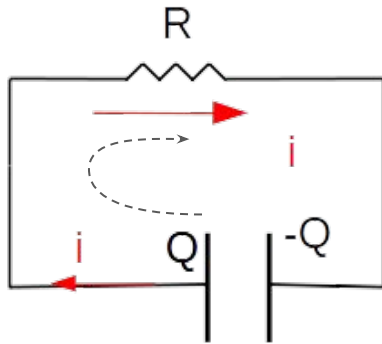
1. Un condensador de $3\mu\text{F}$ se carga a 270V y luego se descarga a través de una resistencia de $1\text{M}\Omega$. Calcular:
- El voltaje sobre el condensador luego de 3 segundos.
 - El calor disipado en la resistencia durante la descarga completa del condensador. Comparar el valor obtenido con la energía almacenada en el condensador al comienzo de la descarga.



$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$
$$\int \frac{dQ}{Q} = -\int \frac{dt}{RC}$$

Problema 6.1

1. Un condensador de $3\mu\text{F}$ se carga a 270V y luego se descarga a través de una resistencia de $1\text{M}\Omega$. Calcular:
- El voltaje sobre el condensador luego de 3 segundos.
 - El calor disipado en la resistencia durante la descarga completa del condensador. Comparar el valor obtenido con la energía almacenada en el condensador al comienzo de la descarga.



$$\ln\left(\frac{Q}{A}\right) = -\frac{1}{RC}t$$

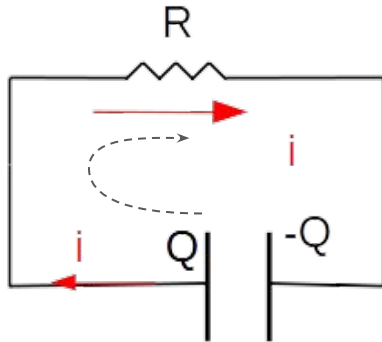
$$Q(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

$$Q(t=0) = Q_0$$

$$Q(t) = Q_0e^{-\frac{t}{RC}}$$

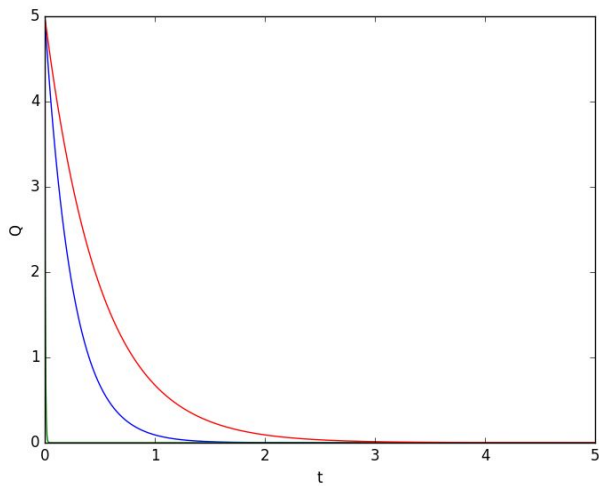
Problema 6.1

1. Un condensador de $3\mu\text{F}$ se carga a 270V y luego se descarga a través de una resistencia de $1\text{M}\Omega$. Calcular:
- El voltaje sobre el condensador luego de 3 segundos.
 - El calor disipado en la resistencia durante la descarga completa del condensador. Comparar el valor obtenido con la energía almacenada en el condensador al comienzo de la descarga.

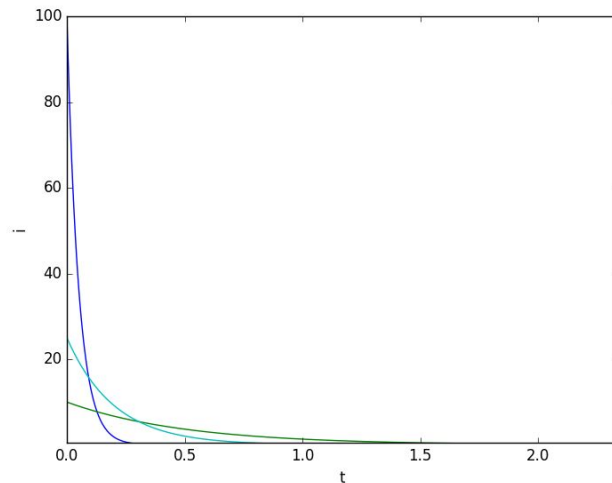


$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{Tiempo de decaimiento}$$
$$i(t) = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Problema 6.1



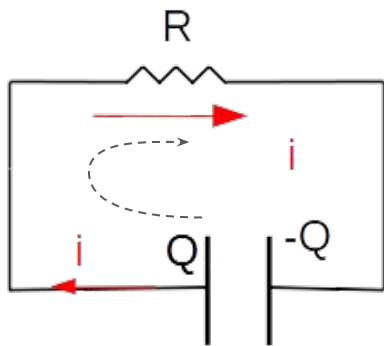
$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$
$$i(t) = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$



Problema 6.1

1. Un condensador de $3\mu\text{F}$ se carga a 270V y luego se descarga a través de una resistencia de $1\text{M}\Omega$. Calcular:

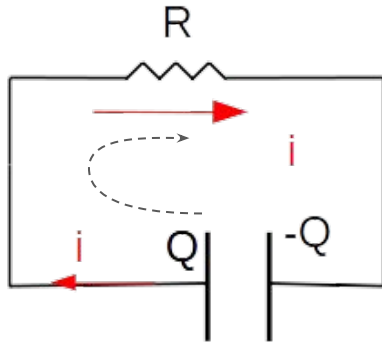
- El voltaje sobre el condensador luego de 3 segundos.
- El calor disipado en la resistencia durante la descarga completa del condensador. Comparar el valor obtenido con la energía almacenada en el condensador al comienzo de la descarga.



$$U = \int_0^{\infty} i^2 R dt$$
$$i(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$
$$U = \int_0^{\infty} R \frac{Q_0^2}{R^2 C^2} e^{-\frac{2t}{RC}} dt$$

Problema 6.1

1. Un condensador de $3\mu\text{F}$ se carga a 270V y luego se descarga a través de una resistencia de $1\text{M}\Omega$. Calcular:
- El voltaje sobre el condensador luego de 3 segundos.
 - El calor disipado en la resistencia durante la descarga completa del condensador. Comparar el valor obtenido con la energía almacenada en el condensador al comienzo de la descarga.

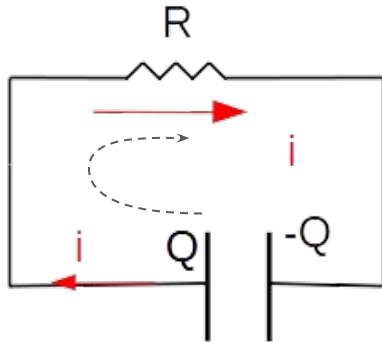


$$U_R = \int_0^{\infty} R \frac{Q_0^2}{R^2 C^2} e^{-\frac{2t}{RC}} dt$$
$$U_R = -\frac{Q_0^2}{2C} e^{-\frac{2t}{RC}} \Big|_0^{\infty}$$
$$U_R = \frac{Q_0^2}{2C}$$

Energía que
disipa la
resistencia

Problema 6.1

1. Un condensador de $3\mu\text{F}$ se carga a 270V y luego se descarga a través de una resistencia de $1\text{M}\Omega$. Calcular:
- El voltaje sobre el condensador luego de 3 segundos.
 - El calor disipado en la resistencia durante la descarga completa del condensador. Comparar el valor obtenido con la energía almacenada en el condensador al comienzo de la descarga.

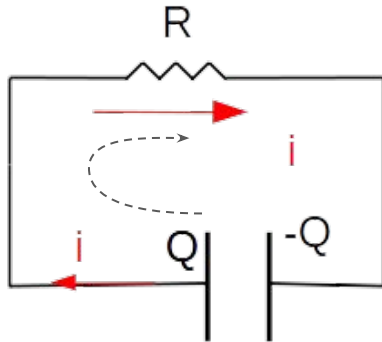


$$U_C = \frac{1}{2}VQ = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C}$$

Energía que entrega el condensador

Problema 6.1

1. Un condensador de $3\mu\text{F}$ se carga a 270V y luego se descarga a través de una resistencia de $1\text{M}\Omega$. Calcular:
 - El voltaje sobre el condensador luego de 3 segundos.
 - El calor disipado en la resistencia durante la descarga completa del condensador. Comparar el valor obtenido con la energía almacenada en el condensador al comienzo de la descarga.

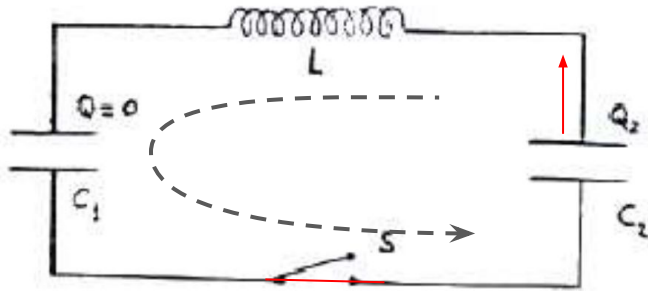


$$U_C = \frac{1}{2}VQ = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C}$$

Toda la energía almacenada en el condensador se disipa en forma de calor en la resistencia.

Problema 6.2

2. La figura muestra las condiciones del circuito antes de $t = 0$, instante en que se cierra la llave S . Calcular para todo $t > 0$:
- El voltaje sobre el condensador C_2 y la corriente en el circuito.



Problema 2

Al cerrarse el circuito comienza descargarse el condensador con Q_2 y entonces comienza a circular una corriente.

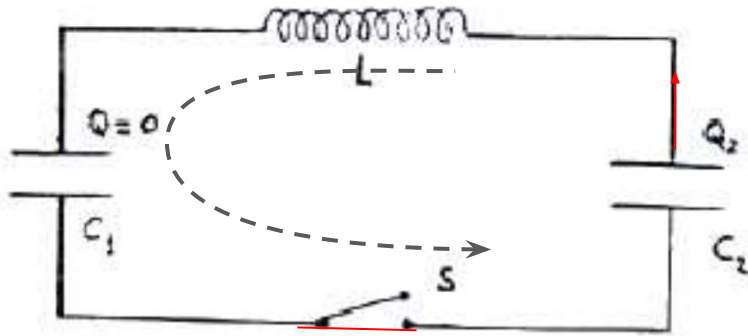
$$i = - \frac{dQ_2}{dt}$$

Problema 6.2

2. La figura muestra las condiciones del circuito antes de $t = 0$, instante en que se cierra la llave S . Calcular para todo $t > 0$:

- El voltaje sobre el condensador C_2 y la corriente en el circuito.

$$i = -\frac{dQ_2}{dt}$$



$$\frac{Q_2}{C_2} - L \frac{di}{dt} - \frac{Q_1}{C_1} = 0$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_2^{\text{inicial}} = Q_{20}$$

Problema 2

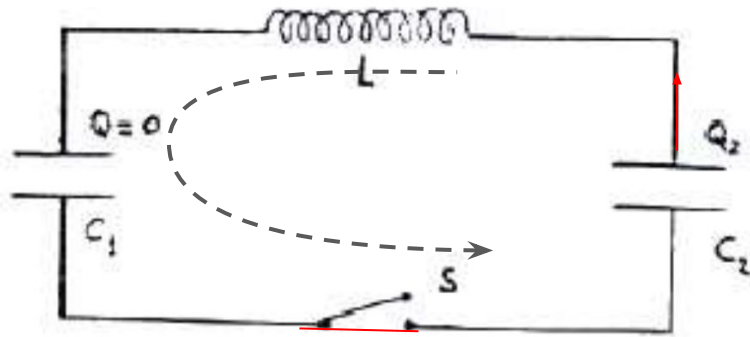
Conservación de la carga

Problema 6.2

2. La figura muestra las condiciones del circuito antes de $t = 0$, instante en que se cierra la llave S . Calcular para todo $t > 0$:

- El voltaje sobre el condensador C_2 y la corriente en el circuito.

$$i = -\frac{dQ_2}{dt}$$



$$Q_1 + Q_2 = Q_2^{inicial} = Q_{20}$$

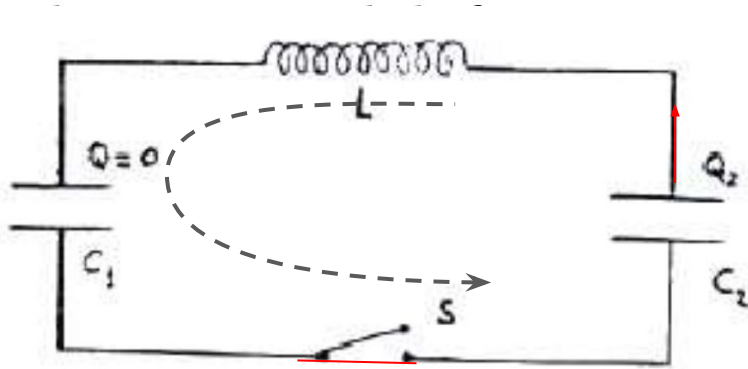
$$\frac{Q_2}{C_2} + L \frac{d^2 Q_2}{dt^2} - \frac{Q_{20} - Q_2}{C_1} = 0$$

Problema 2

Problema 6.2

2. La figura muestra las condiciones del circuito antes de $t = 0$, instante en que se cierra la llave S . Calcular para todo $t > 0$:

- El voltaje sobre el condensador C_2 y la corriente en el circuito.



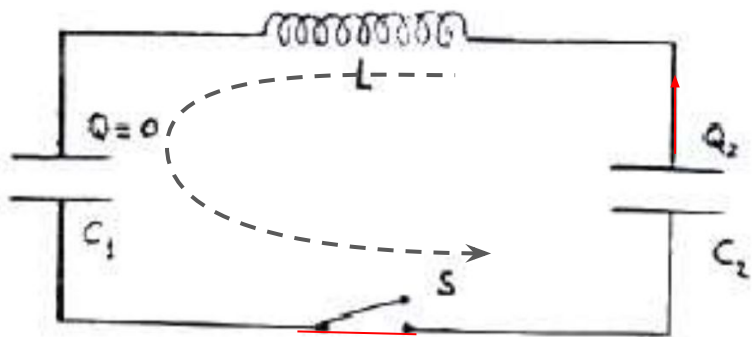
$$\frac{Q_2}{C_2} + L \frac{d^2 Q_2}{dt^2} - \frac{Q_{20} - Q_2}{C_1} = 0$$
$$\frac{d^2 Q_2}{dt^2} + \frac{1}{L \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right)} Q_2 = \frac{Q_{20}}{L C_1}$$

Problema 2

Problema 6.2

2. La figura muestra las condiciones del circuito antes de $t = 0$, instante en que se cierra la llave S . Calcular para todo $t > 0$:

- El voltaje sobre el condensador C_2 y la corriente en el circuito.



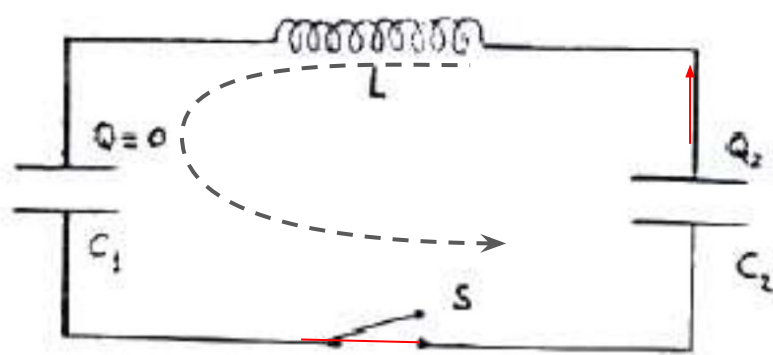
Problema 2

$$\frac{d^2 Q_2}{dt^2} + \frac{1}{LC_{eq}} Q_2 = \frac{Q_{20}}{LC_1}$$

$$\frac{d^2 Q_{2H}}{dt^2} + \frac{1}{LC_{eq}} Q_{2H} = 0$$

$$Q_{2P} = \frac{Q_{20} C_{eq}}{C_1}$$

Problema 6.2



$$\frac{d^2 Q_2}{dt^2} + \frac{1}{LC_{eq}} Q_2 = \frac{Q_{20}}{LC_1}$$

Problema 2

$$Q_2(t) = (Ae^{\alpha t} + Be^{-\alpha t}) + \frac{Q_{20} C_{eq}}{C_1}$$

$$\alpha = \pm j \frac{1}{\sqrt{LC_{eq}}}$$

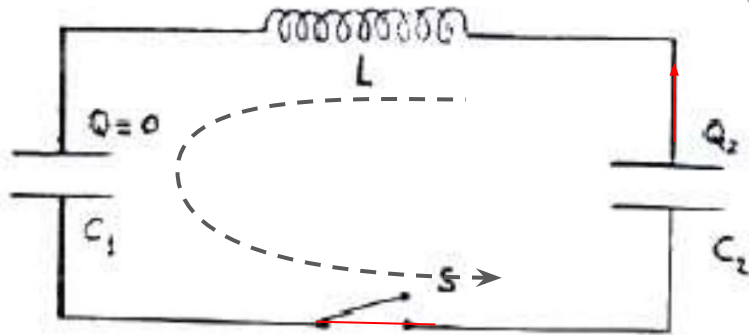
Problema 6.2

$$Q_2(t) = (Ae^{\alpha t} + Be^{-\alpha t}) + \frac{Q_{20}C_{eq}}{C_1}$$

$$\alpha = \pm j \frac{1}{\sqrt{LC_{eq}}}$$

$$j^2 = -1$$

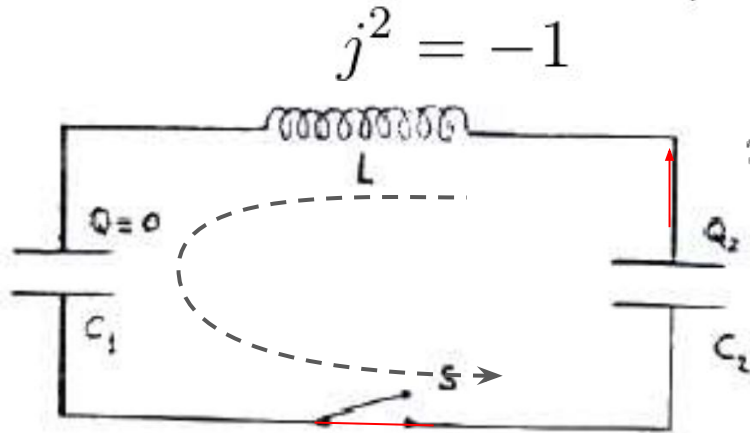
$$i(t) = -\frac{dQ_2}{dt} = \alpha(Ae^{\alpha t} - Be^{-\alpha t})$$



Dado que es una ecuación de orden 2, se requieren 2 condiciones iniciales. ¿Cuáles serán?

Problema 6.2

$$Q_2(t) = (Ae^{\alpha t} + Be^{-\alpha t}) + \frac{Q_{20}C_{eq}}{C_1}$$
$$\alpha = \pm j \frac{1}{\sqrt{LC_{eq}}}$$



$$i(t) = -\frac{dQ_2}{dt} = \alpha(Ae^{\alpha t} - Be^{-\alpha t})$$

$$i(t=0) = 0$$

$$Q_2(t=0) = Q_{20}$$

Problema 6.2

$$Q_2(t) = (Ae^{\alpha t} + Be^{-\alpha t}) + \frac{Q_{20}C_{eq}}{C_1}$$

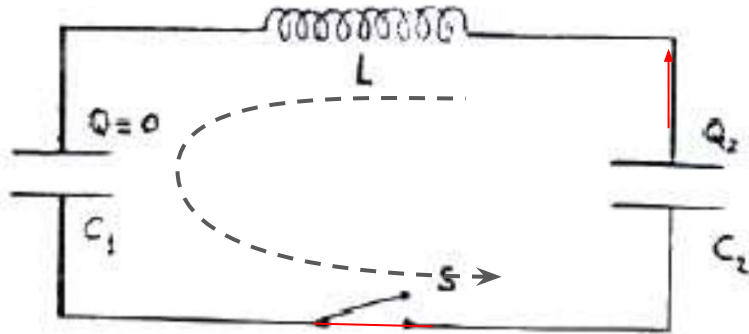
$$i(t) = -\frac{dQ_2}{dt} = \alpha(Ae^{\alpha t} - Be^{-\alpha t})$$

$$i(t=0) = 0$$

$$Q_2(t=0) = Q_{20}$$

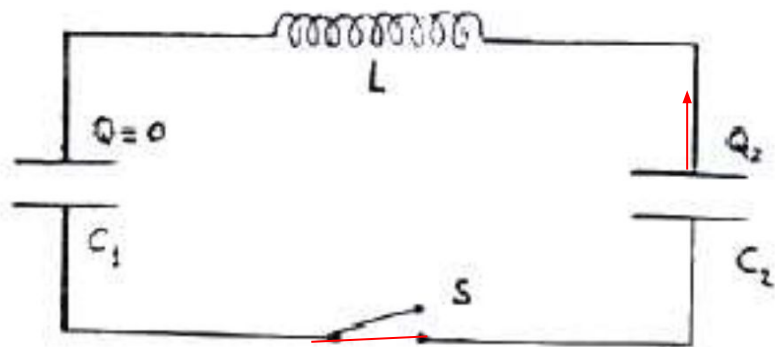
$$A = B$$

$$A = Q_{20}\left(1 - \frac{C_{eq}}{C_1}\right)$$

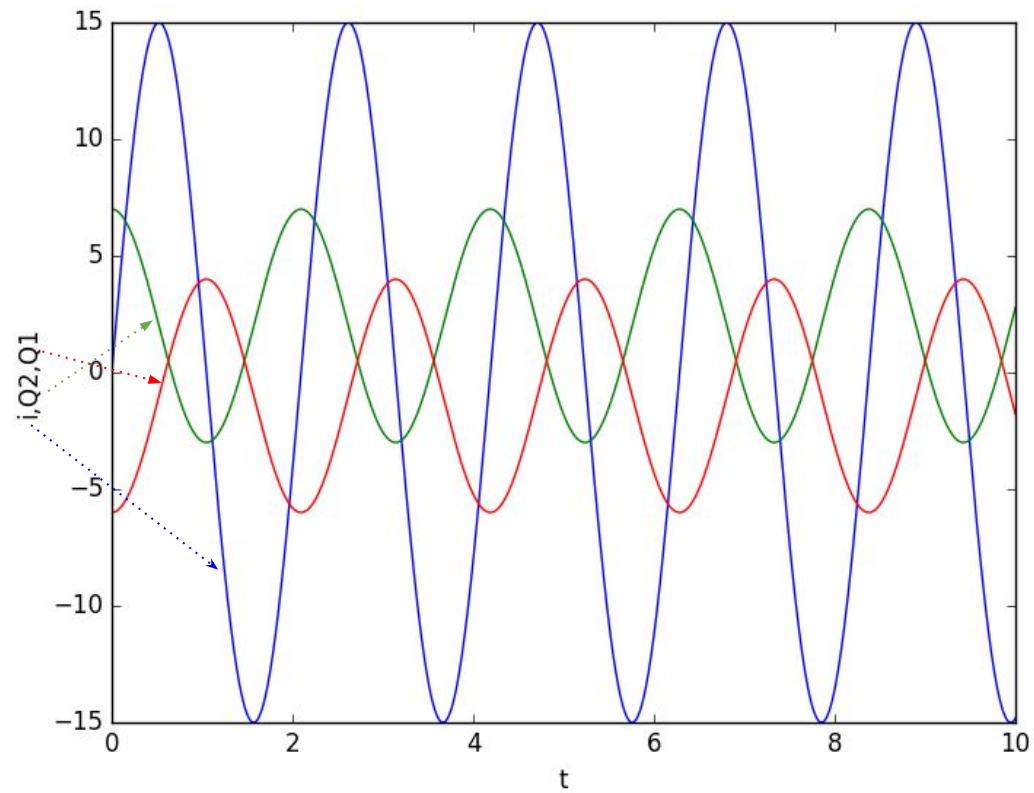


Problema 2

Problema 6.2



Problema 2

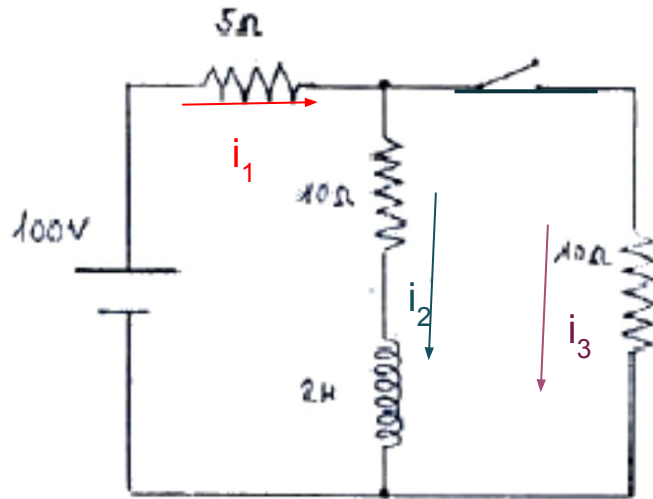


Problema 6.5

5. En el circuito de la figura se cierra la llave S en $t = 0$. Calcular las corrientes que circulan sobre cada rama. Compare el trabajo de la f.e.m. con la energía disipada en las resistencias, al cabo de 10s. ¿Por qué difieren?

Al cerrar la llave comienza a circular

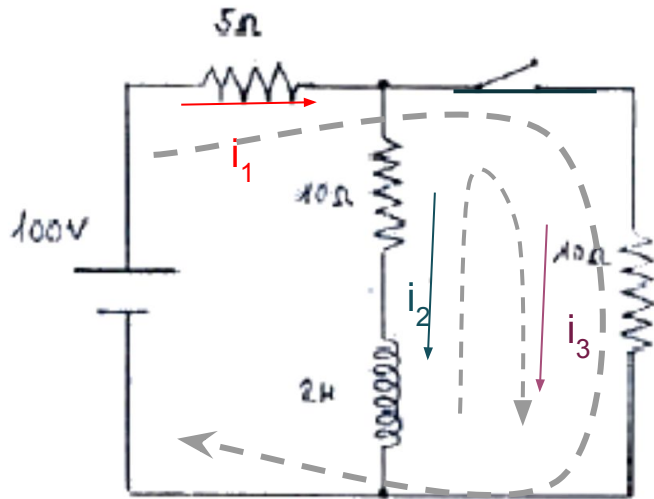
Una corriente en la rama 3 y ya la corriente en la rama 1 y 2 deja de ser fija.



$$i_1 = i_2 + i_3$$

Problema 6.5

5. En el circuito de la figura se cierra la llave S en $t = 0$. Calcular las corrientes que circulan sobre cada rama. Compare el trabajo de la f.e.m. con la energía disipada en las resistencias, al cabo de 10s. ¿Por qué difieren?



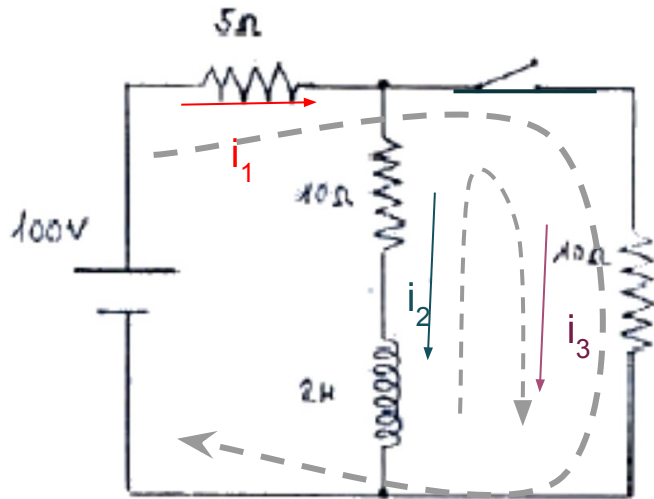
Para escribir las caídas de tensión elegiremos las siguientes mallas.

$$100V - i_1 5\Omega - i_3 10\Omega = 0$$
$$2H \frac{di_2}{dt} + i_2 10\Omega - i_3 10\Omega = 0$$

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Problema 6.5

5. En el circuito de la figura se cierra la llave S en $t = 0$. Calcular las corrientes que circulan sobre cada rama. Compare el trabajo de la f.e.m. con la energía disipada en las resistencias, al cabo de 10s. ¿Por qué difieren?

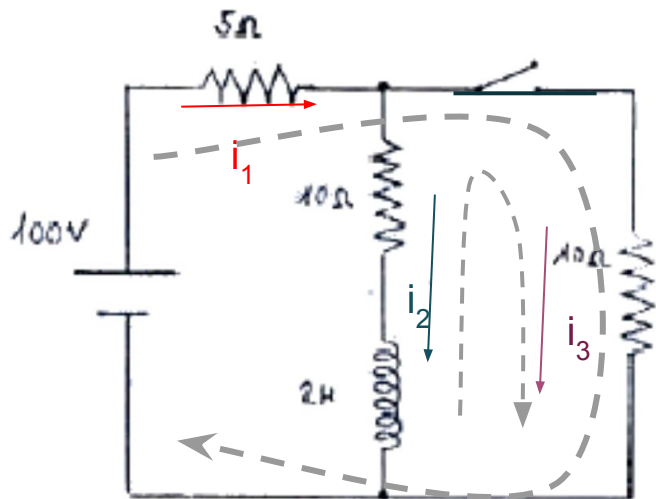


Para escribir las caídas de tensión elegiremos las siguientes mallas.

$$\begin{aligned} 100V - i_1 5\Omega - i_3 10\Omega &= 0 \rightarrow i_1 = 20A - 2i_3 \\ 2H \frac{di_2}{dt} + i_2 10\Omega - i_3 10\Omega &= 0 \\ i_1 = i_2 + i_3 &\rightarrow i_3 = \frac{20}{3}A - \frac{1}{3}i_2 \end{aligned}$$

Problema 6.5

5. En el circuito de la figura se cierra la llave S en $t = 0$. Calcular las corrientes que circulan sobre cada rama. Compare el trabajo de la f.e.m. con la energía disipada en las resistencias, al cabo de 10s. ¿Por qué difieren?



Para escribir las caídas de tensión elegiremos las siguientes mallas.

$$2H \frac{di_2}{dt} + i_2 10\Omega - \left(\frac{20}{3}A - \frac{1}{3}i_2\right) 10\Omega = 0$$

$$\frac{di_2}{dt} + i_2 5s^{-1} - \frac{100}{3}As^{-1} + \frac{5}{3}i_2 s^{-1} = 0$$

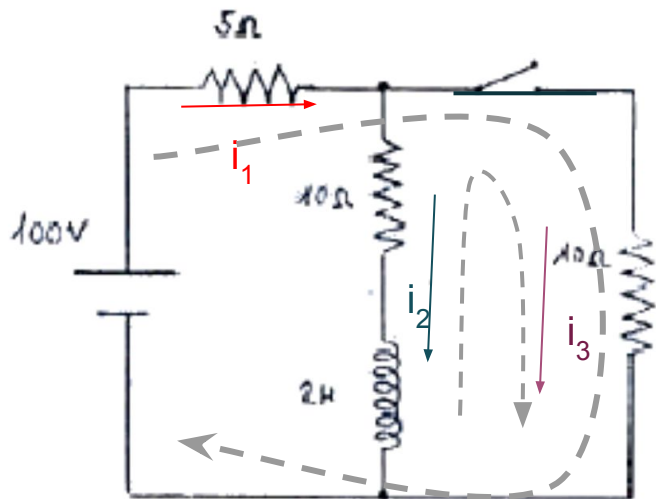
$$\frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{20}{3}s^{-1} = \frac{100}{3}As^{-1}$$

$$i_3 = \frac{20}{3}A - \frac{1}{3}i_2$$

$$i_1 = 20A - 2i_3$$

Problema 6.5

5. En el circuito de la figura se cierra la llave S en $t = 0$. Calcular las corrientes que circulan sobre cada rama. Compare el trabajo de la f.e.m. con la energía disipada en las resistencias, al cabo de 10s. ¿Por qué difieren?



Para escribir las caídas de tensión elegiremos las siguientes mallas.

$$\frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{20}{3} s^{-1} = \frac{100}{3} A s^{-1}$$

$$i_2 = i_{2P} + i_{2H}$$

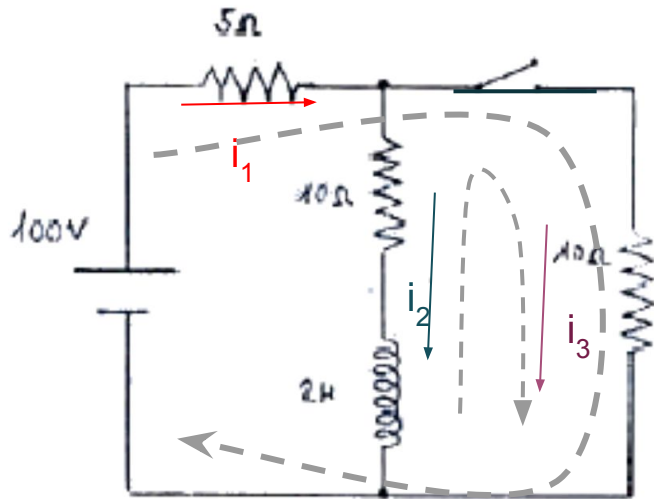
$$i_2 = \frac{100}{3} + B_1 e^{-\frac{20}{3} s^{-1} t}$$

$$i_3 = \frac{20}{3} A - \frac{1}{3} i_2$$

$$i_1 = 20 A - 2i_3$$

Problema 6.5

5. En el circuito de la figura se cierra la llave S en $t = 0$. Calcular las corrientes que circulan sobre cada rama. Compare el trabajo de la f.e.m. con la energía disipada en las resistencias, al cabo de 10s. ¿Por qué difieren?



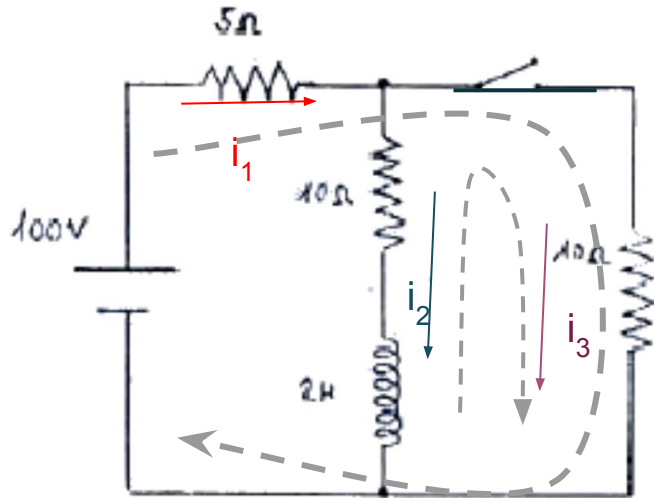
Para escribir las caídas de tensión elegiremos las siguientes mallas.

$$\begin{aligned}i_2 &= 5A + B_1 e^{-\frac{20}{3}s^{-1}t} \\i_3 &= \frac{20}{3}A - \frac{1}{3}i_2 = 5A - \frac{1}{3}B_1 e^{-\frac{20}{3}s^{-1}t} \\i_1 &= i_2 + i_3 = 10A + \frac{2}{3}B_1 e^{-\frac{20}{3}s^{-1}t} \\i_3(t=0) &= 0 \rightarrow B_1 = 15A\end{aligned}$$

Problema 6.5

5. En el circuito de la figura se cierra la llave S en $t = 0$. Calcular las corrientes que circulan sobre cada rama. Compare el trabajo de la f.e.m. con la energía disipada en las resistencias, al cabo de 10s. ¿Por qué difieren?

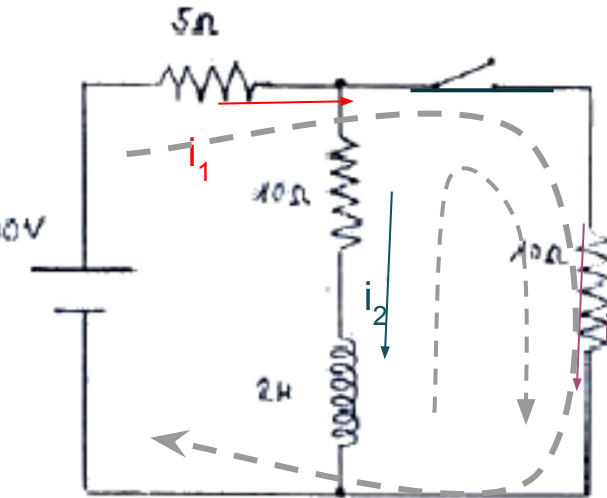
El trabajo de la fuente



$$W = \int_0^{10s} i_1(t) 100V dt$$

Problema 6.5

5. En el circuito de la figura se cierra la llave S en $t = 0$. Calcular las corrientes que circulan sobre cada rama. Compare el trabajo de la f.e.m. con la energía disipada en las resistencias, al cabo de 10s. ¿Por qué difieren?



La energía que disipan las resistencias.

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = \int_0^{10s} (i_1(t)^2 5\Omega + i_2(t)^2 10\Omega + i_3(t)^2 10\Omega) dt$$

La diferencia de energía se acumula en la inductancia.