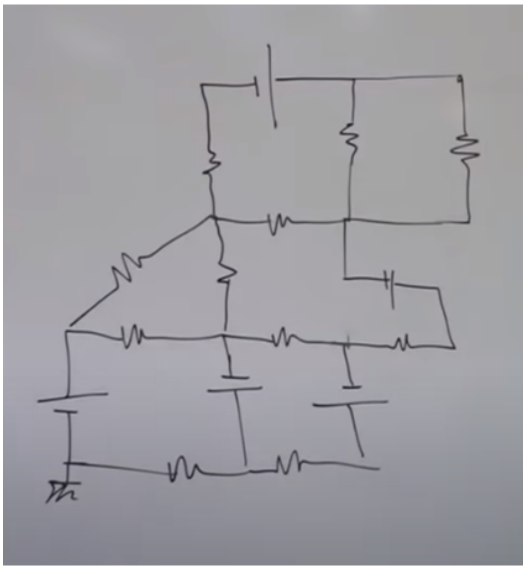
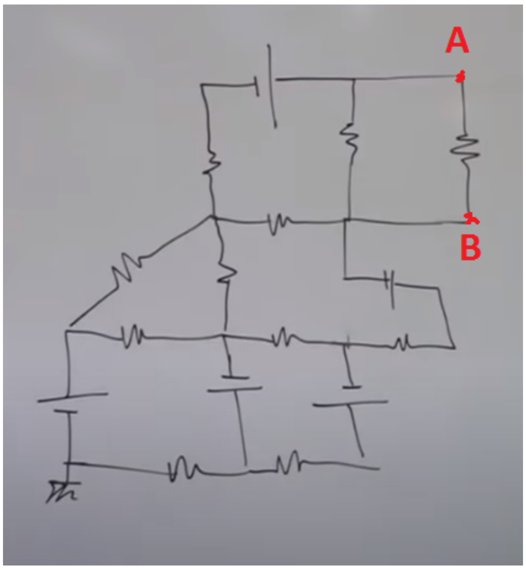
TEOREMA DE THEVENIN

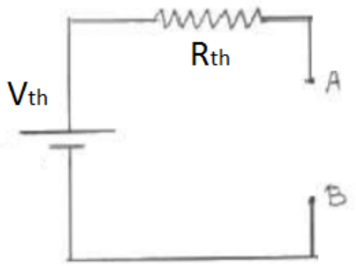
Supongamos que tengo un circuito así:



Puedo tomar dos puntos del circuito entre los que haya una diferencia de potencial. Por ejemplo:



Y definir un circuito equivalente de la siguiente forma:

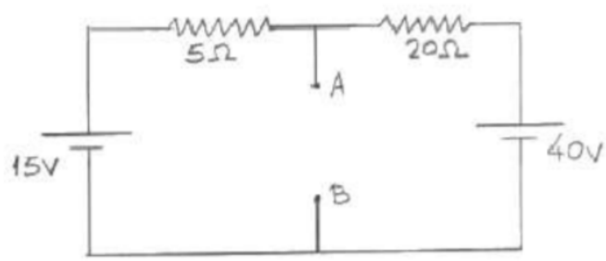


Donde luego se coloca la 'carga' (o no, ya veremos) entre los puntos A y B

Ya que este método es muy sistemático, para aprender a calcular la fuente de Thevenin V_{TH} y la resistencia de Thevenin R_{TH}, conviene ver directamente un ejemplo.

PROBLEMA 8

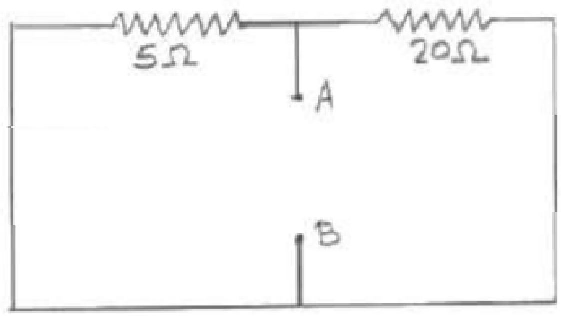
8. Hallar el equivalente de Thevenin del circuito de la figura desde los puntos A y B. Determinar la potencia suministrada a una resistencia que se conecta entre A y B si su valor es:
   - $R_1 = 1\Omega$.
   - $R_2 = 5\Omega$.
   - $R_3 = 10\Omega$.
   - R_4 tal que la transferencia de potencia resulte máxima.



Problema 8

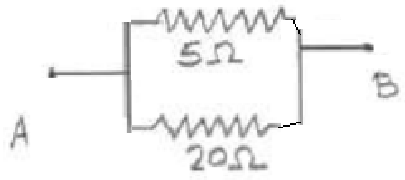
En este problema no hace falta elegir una carga o un conjunto de cargas para aislar entre dos puntos A y B. Acá ya nos dicen cuáles son los puntos y queremos hallar el circuito equivalente de Thevenin.

Primero veamos cómo calcular R_{TH}:
Lo que se hace es dejar el circuito igual, pero donde haya fuentes, las sacamos y ponemos cable:



Ahora calculamos la resistencia equivalente, que va a ser R_{TH}.

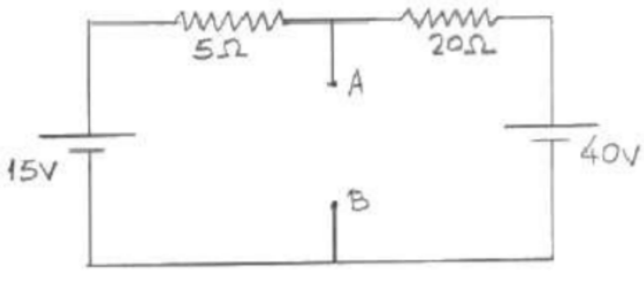
El circuito lo podemos reacomodar y queda de la siguiente forma, donde se ve claramente que ambas resistencias están en paralelo:



Entonces,

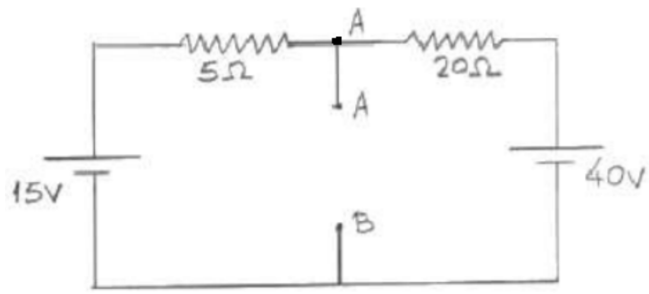
$$R_{TH} = \frac{5\Omega \cdot 20\Omega}{5\Omega + 20\Omega} = 4\Omega \tag{1}$$

Para calcular la fuente de Thevenin dejamos el circuito como está (en este caso). Si hubiese una carga entre A y B en el circuito original, **la tenemos que sacar**.



La fuente de Thevenin se calcula como la diferencia de potencial entre A y B: $V_{TH} = V_A - V_B$

Veamos lo siguiente: $V_B = 0$ porque está conectado a ambos bornes negativos de las baterías. Solo queda calcular V_A. Se puede ver como el potencial en A, es el mismo que en el nodo que tiene arriba suyo, ya que el cable no está conectado a nada:



Para llegar a A puedo salir de la batería de 15 V y pasar por la resistencia de 5 Ω. O sea que $V_A = 15V - 5\Omega \cdot I$.

Me falta conocer la corriente que pasa por la resistencia de 5 Ω. Si miro cómo me quedó el circuito en la figura anterior, veo que tengo una sola malla. Recorriéndola en el sentido horario y usando la ley de Kirchoff de las mallas obtengo:

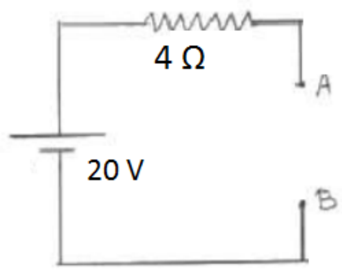
$$15V - 25\Omega I - 40V = 0 \longrightarrow I = -1A \tag{2}$$

Usé que las dos resistencias están conectadas en serie. Además me dio negativo, por lo que elegí al revés el sentido de la corriente. Circula de forma antihoraria y es $I = 1A$.

Ahora sí, puedo calcular V_{TH}. Ahora que sé el sentido de la corriente de 1 A. Recordemos que el sentido de giro para el valor positivo de la corriente es antihorario. Si recorro el circuito de manera horaria, debo poner el signo negativo en la corriente. La cuenta es:

$$V_{TH} = V_A - V_B = V_A = 15V - 5\Omega \cdot (-1A) = 20V \tag{3}$$

Entonces el equivalente de Thevenin queda:



En los puntos siguientes nos proponen poner distintas resistencias R_i entre A y B, y calcular la potencia disipada en ellas.

Recordemos que en una resistencia, $P = I^2R$, donde I es la corriente que circula por esa resistencia.

Voy a calcular esta resistemcia R_i de manera genérica, **para cualquier circuito equivalente de Thevenin.**

Colocando R_i entre A y B queda un circuito de dos resistencias en serie, $R_{TH} + R_i$

Usando la ley de Ohm: $V = IR$,

$$I = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_i} \tag{4}$$

El último punto pide encontrar R_i tal que $P(R_i)$ sea máxima. Voy a llamar $R_i = R$. Entonces uso,

$$R_{Pmax} \longrightarrow \left.\frac{dP}{dR}\right|_{R_{Pmax}} = 0 \tag{5}$$

La derivada de $P = I^2(R)R$ respecto de R resulta:

$$\frac{dP}{dR} = 2I(R)\frac{dI(R)}{dR}R + I^2(R) \tag{6}$$

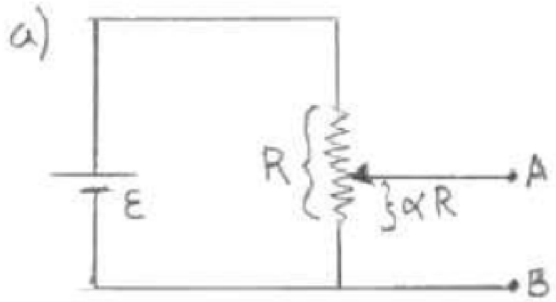
Donde

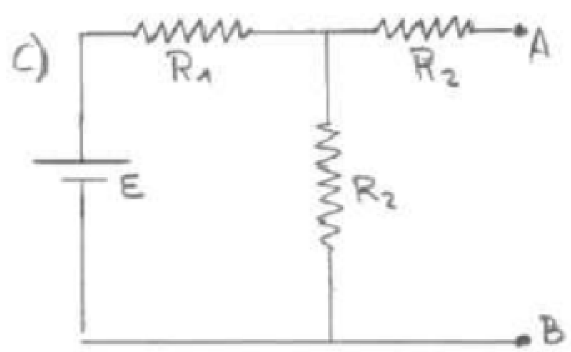
$$I(R) = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R} \tag{7}$$

Reemplazando (7) en (6) y (5), y resolviendo resulta, $R_{Pmax} = R_{TH}$.

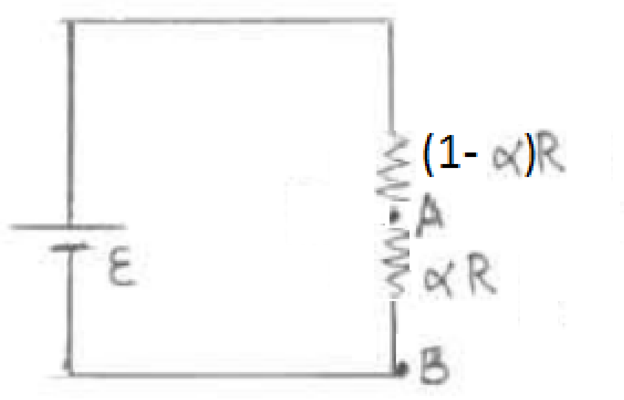
Este resultado es idéntico al visto en la teórica, de dos resistencias en serie y uina pila (donde una de las resistencias era la de la pila).

PROBLEMA 10

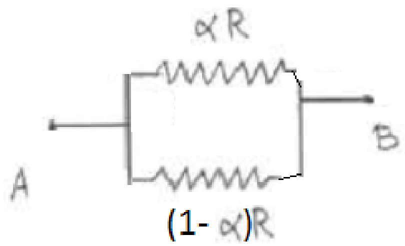




a) Podemos descomponer la resistencia R en dos resistencias en serie de valores αR y $(1-\alpha)R$ tal que la suma da R. Lo redibujamos:



Ahora para calcular la resistencia de Thevenin R_{TH}, quitamos la fuente y ponemos un cable. De paso también, reacomodo el circuito para verlo mejor:



Claramente están en paralelo, entonces:

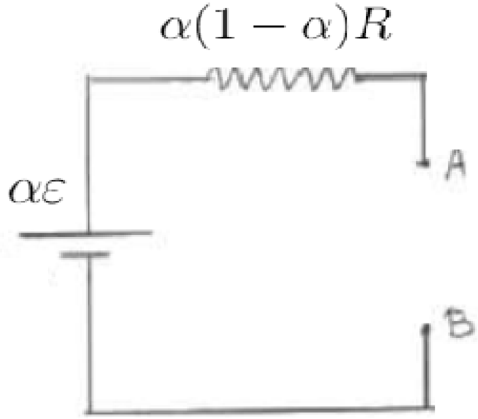
$$R_{TH} = \frac{\alpha R(1-\alpha)R}{R} = \alpha(1-\alpha)R \tag{8}$$

Ahora vuelvo a la figura del circuito con la fuente para obtener $V_{TH} = V_A - V_B$
Se ve claramente que la diferencia de potencial es $I\alpha R$. Esta corriente I es la que circula por el circuito más simple de todos, una pila ε y una resistencia R.

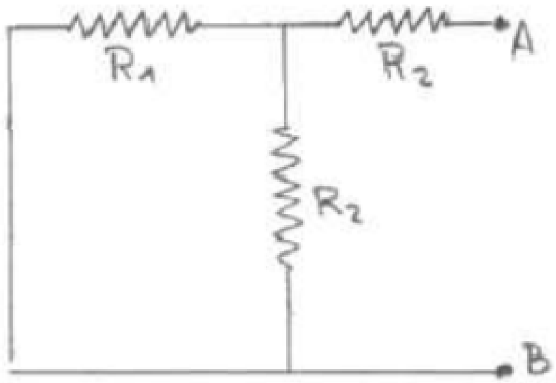
Uso la ley de Ohm y obtengo $I = \frac{\varepsilon}{R}$. Entonces:

$$V_{TH} = V_A - V_B = I\alpha R = \frac{\varepsilon}{R}\alpha R = \alpha\varepsilon \tag{9}$$

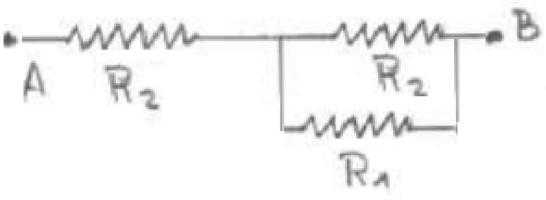
Queda entonces:



c) Este problema tiene un 'truco' que suele aparecer en este tema. Comenzamos por el cálculo de R_{TH}. Como siempre, redibujo sacando la fuente y poniendo un cable:



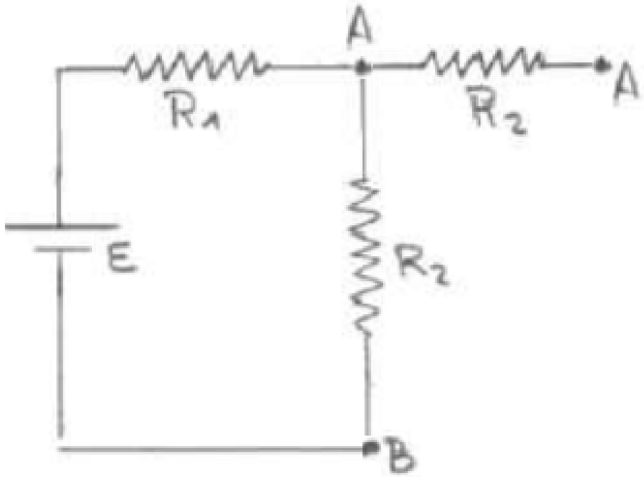
Lo vuelvo a dibujar para verlo mejor:



Entonces tengo,

$$R_{TH} = R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{10}$$

Para calcular V_{TH} hay que darse cuenta del siguiente 'truco':



Al no estar esa resistencia conectada a nada, no circula corriente por ahí. Entonces puedo mover el punto A como lo hice.

Ahora ve claramente que la diferencia de potencial entre A y B es $V_A - V_B = IR_2$.

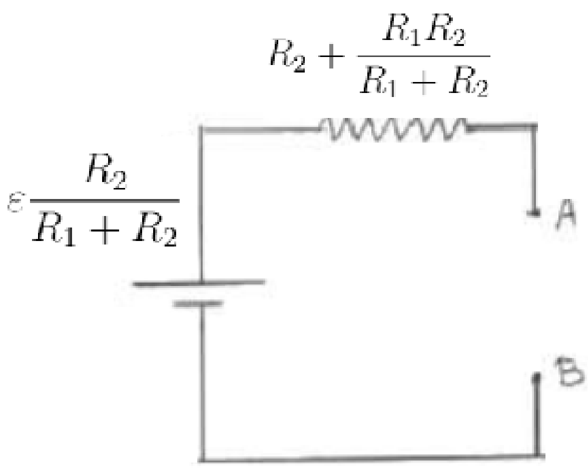
Para calcular I tomo la única malla y aplico la ley de Kirchoff de mallas:

$$\varepsilon - I(R_1 + R_2) = 0 \longrightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \tag{11}$$

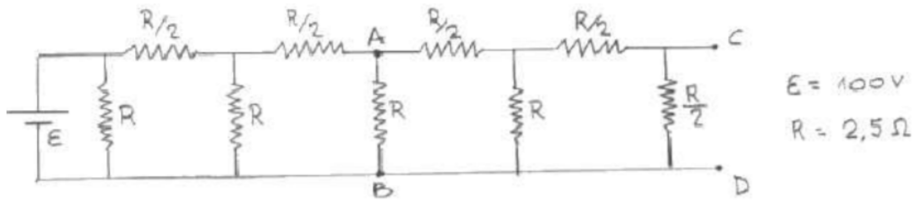
Finalmente,

$$V_{TH} = V_A - V_B = IR_2 = \varepsilon \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{12}$$

y el circuito equivalente queda:



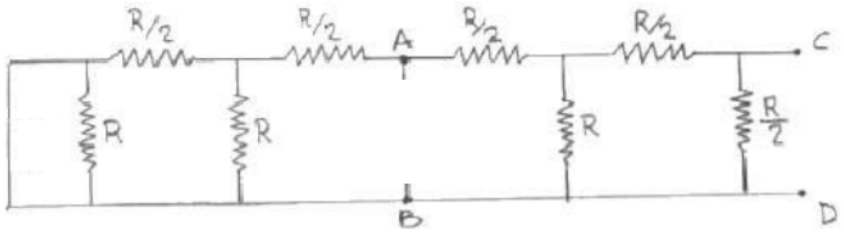
Cómo empezar el problema 9



Problema 9

Este es el único problema de los de Thevenin de la guía que tiene una carga desde antes entre los puntos A y B. La forma de resolverlo no cambia, pero no hay que olvidarse de **retirar la carga** para resolverlo.

Para resolver R_{TH}, saco la carga entre A y B, y cambio las fuentes por cables:



Para obtener V_{TH} saco la carga entre A y B y calculo la diferencia de potencial entre ambos puntos.