

RECUPERATORIO DEL SEGUNDO PARCIAL DE FÍSICA 3

Justifique detalladamente todas sus respuestas.

Entregue los ejercicios en hojas separadas y numeradas.

Problema 1

El sistema se forma con un material cilíndrico de radio a con magnetización lineal, isótropa y homogénea de permeabilidad μ , rodeado de otro material con magnetización permanente $\vec{M} = M_0 \hat{z}$ también cilíndrico de radio interno a y externo b , a su vez rodeado por una superficie cilíndrica de radio b por la que circula una densidad superficial de corriente $\vec{g} = g_0 \hat{z}$. Todos los cilindros pueden considerarse infinitos en longitud.

- (50 %) Calcular $\vec{B}$, $\vec{M}$ y $\vec{H}$ en todo el espacio.
- (25 %) Calcular las corrientes de magnetización.
- (25 %) Calcular $\vec{B}$ a partir de las corrientes totales y comprobar que el resultado coincide con el obtenido en el inciso a).

Problema 2

En una región de longitud L se enciende un campo magnético uniforme dependiente del tiempo $\vec{B} = B_0 t \hat{z}$, como se muestra en la figura. Fuera de dicha región el campo magnético es nulo.

- (30 %) Hallar el campo eléctrico $\vec{E}$ en todo el espacio. Para ello, es conveniente notar que sus ecuaciones de Maxwell son idénticas a las que satisface el campo magnético en una situación magnetostática.
- (40 %) Se coloca una espira cuadrada de lado d , a una distancia h del plano de simetría del problema, como se muestra en la figura. Calcule la f.e.m. inducida sobre la espira:
 - A través de la ley de Faraday-Lenz.
 - A través del trabajo de la fuerza de Lorentz por unidad de carga.
- (30 %) Si la espira tuviera un capacitor C y autoinductancia L , calcule la carga del capacitor como función del tiempo $Q(t)$ si inicialmente la carga y la corriente son nulas.

Problema 3

Sea el circuito de corriente alterna con frecuencia ω de la figura:

- (25 %) Calcular la corriente compleja que circula por cada elemento.
- (25 %) Si $z_1 = R_1 + jX_1$, $z_2 = z_3 = R + jX$, encuentre la relación entre R , R_1 , X y X_1 tal que la tensión en la fuente ϵ y aquella V_{AB} entre los puntos A y B estén en fase.
- (25 %) Calcule el circuito equivalente de Thevenin entre los puntos A y B .
- (25 %) Si z_1 es una resistencia R , z_2 es un capacitor con capacidad C , y z_3 una bobina con autoinductancia L , grafique $\frac{|V_{AB}|}{|\epsilon|}(\omega)$. Si la tensión de salida es V_{AB} , de que tipo de filtro se trata? Que frecuencias permite y cuales suprime?

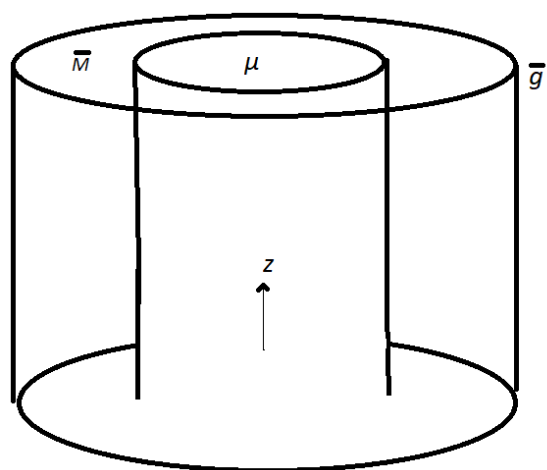


Figura 1: Problema 1

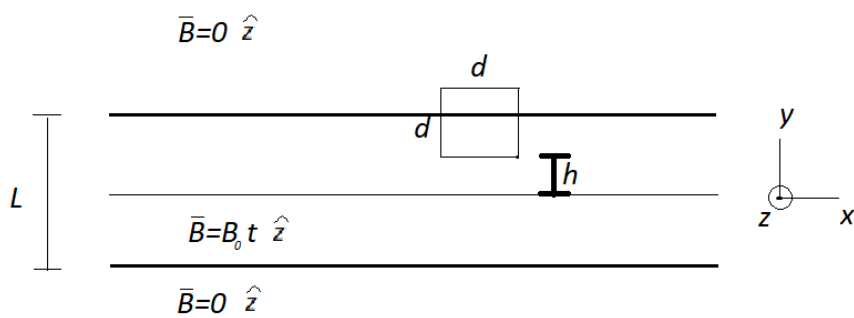


Figura 2: Problema 2

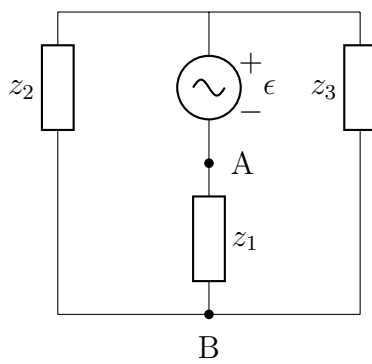
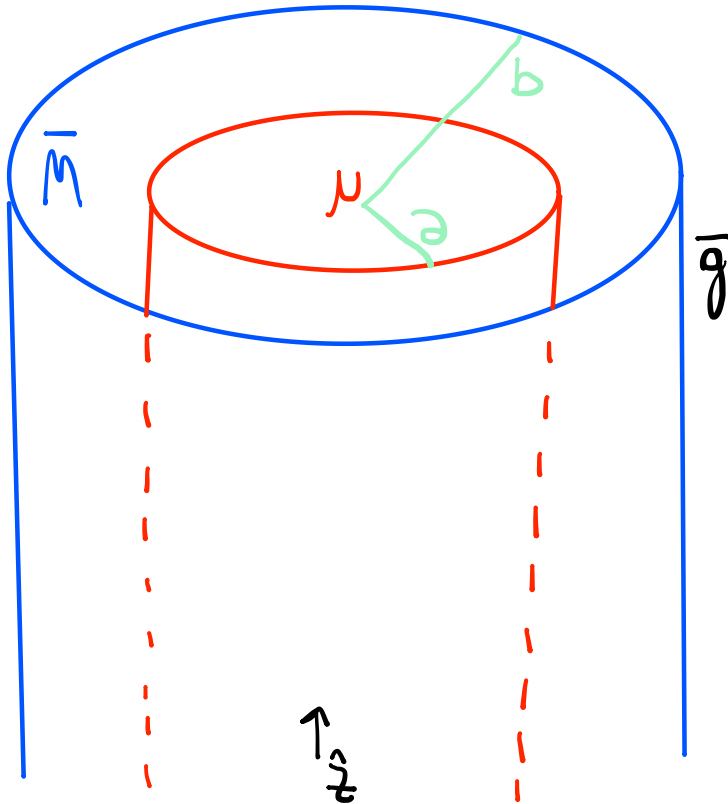


Figura 3: Problema 3

Recu v23 F3

1-



$$\bar{M} = M_0 \hat{z}$$

$$\bar{g} = g_0 \hat{z}$$

- Un cilindro con μ dentro
- Otro $\bar{M}$ rodeandolo
- y por afuera sobre la superficie circula $\bar{g}$

Tutorial: ¿cómo resolver?

- 1- calcular $\bar{H}$ primero ya que solo ve las cargas libres
- 1.5 - Verificar $\nabla M = 0$
- 2- Derivar $\bar{M}$ y $\bar{B}$, usando la relación entre los 3
- 3- calcular las corrientes superficiales

1-

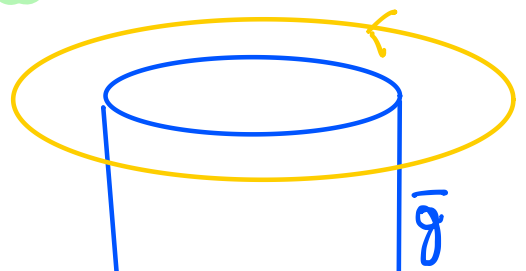
$\bar{g}$ tiene simetrías de un cable:

- rotacional θ
- Translación en z
- Reflexiones en $x \rightarrow -x$
 $y \rightarrow -y$

 } H no depende de θ , ni z
 $\bar{H} \parallel \hat{\theta}$

Ahora que sabemos $\bar{H}(r, \theta, z) = H(r) \hat{\theta}$

$$\nabla \times H = \bar{g}$$



$$\int \bar{H} d\bar{Q} = \iint \bar{g} d\bar{S}$$

■ superficie donde vive $\bar{g}$

$$d\bar{Q} = R d\theta \hat{\theta} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$d\bar{S} = \hat{z} r d\theta \quad 0 \leq \theta < 2\pi$$

$$0 \leq r < R$$

R es el radio de la gauss surface

g tiene una delta y por lo tanto no integra en r

■ gauss surface
(Notar que si tomo gauss surface dentro de Azul, No encierra corriente)

$$H 2\pi r = g 2\pi b \quad r > b$$

$$\bar{H}(r) = \frac{g 2\pi b}{2\pi r} \hat{\theta}$$

$$\bar{H}(r) = \frac{g b}{r} \hat{\theta}$$

1.5

$$\bar{\nabla} \bar{M} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

$$= \frac{\partial M_0}{\partial z} = 0 \quad \checkmark$$

2-

$$\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_0} - \bar{M}$$

$r < a \rightarrow \bar{H} = \bar{B} = \bar{M} = 0$

$a < r < b \rightarrow \bar{H} = 0, \bar{B} = \mu_0 \bar{M} = \mu_0 M_0 \hat{z}$

$r > b \rightarrow \bar{H} = \frac{bg}{r} \hat{\theta}, M = 0, \bar{B} = \mu_0 \bar{H}$

3- $\nabla \times \vec{M} = 0 \quad \forall \text{ el espacio}$
 $\uparrow$
 usando el de cilíndricas $\rightarrow \mathcal{J}_{Vol} = 0$

corrientes superficiales

$$\vec{M} \cdot \hat{n} = 0$$

$$\vec{g}_a = M^a \times (-\hat{r}) = -M_0 \hat{\phi}$$

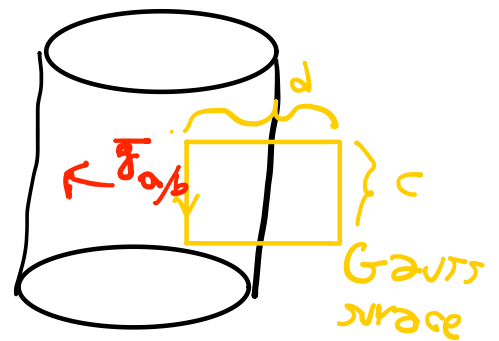
$$\vec{g}_b = M^b \times \hat{r} = M_0 \hat{\phi}$$

c) $\text{Notar que es un solenoide}$

$$\nabla \times \vec{B} = \pm \mu_0 M_0 \hat{\phi}$$

$$-B \cdot a = \pm \mu_0 M_0 a$$

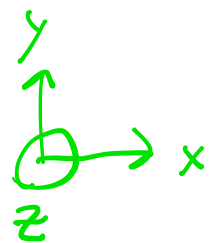
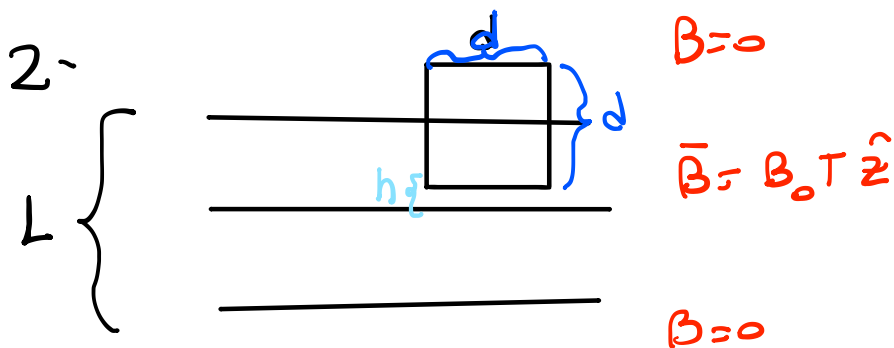
uso $\vec{B} = B \hat{z}$
 $B = 0 \quad r > a$



$$B_a = -\mu_0 M_0 \hat{z} \quad r < a$$

$$B_b = \mu_0 M_0 \hat{z} \quad r < b$$

γ coincide Todo con el 2)



2) calcular $\vec{E}$ en Todo el espacio

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

usar ley de Maxwell

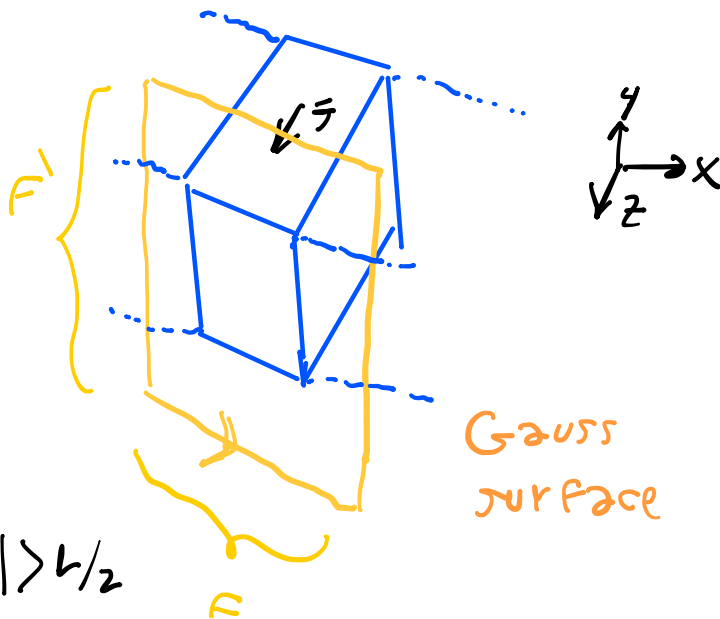
$$\nabla \times \vec{E} = \begin{cases} -B_0 \hat{z} & |y| < L/2 \\ 0 & |y| > L/2 \end{cases}$$

Notar que esto es un problema de magnetostática.
 donde $\vec{E}$ hace de $\vec{B}$, y $-B_0 \hat{z}$ es mi $\vec{J}$. Podemos usar amper
 Es un plano infinito con corriente $E(y) \hat{x}$

$$\nabla \times \vec{E} = -B_0 \hat{z}$$

$$2F E(y) = \begin{cases} -B_0 L F & |y| > L/2 \\ -2B_0 y F & |y| < L/2 \end{cases}$$

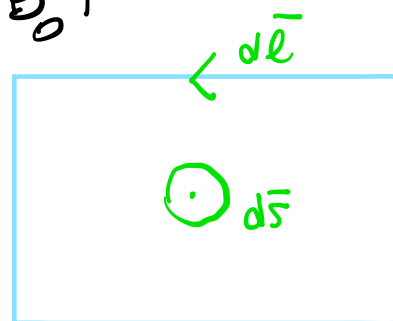
$$\vec{E}(y) = \begin{cases} \frac{B_0 L}{2} \text{sgn}(y) \hat{x} & |y| > L/2 \\ B_0 y \hat{x} & |y| < L/2 \end{cases}$$



b) qv el flujo sobre la superficie.

$$\begin{aligned} \Phi &= \int \underbrace{B_0 T}_{\vec{B}} \underbrace{\vec{z}}_{d\vec{S}} d\vec{S} = \int_0^d dx \int_h^{L/2-h} dy B_0 T \\ &= d \left(\frac{L}{2} - h \right) B_0 T \end{aligned}$$

$$\mathcal{E} = -\dot{\Phi} = -B_0 \left(\frac{L}{2} - h \right) \dot{d}$$



Ahora usando el Trabajo

$$\vec{E} = B_0 \frac{L}{2} \hat{x} \text{ en } y = \frac{L}{2} + h$$

$$B_0 \text{ h } \hat{x} \text{ en } y = h$$

$$\frac{W}{q} = B_0 h d - B_0 \frac{L}{2} d = B_0 d \left(h - \frac{L}{2} \right) = - B_0 d \left(\frac{L}{2} - h \right)$$

$$\int E(y=h) dx \hat{x} \hat{z} \quad \int E(y=\frac{L}{2}+h) dx \hat{x} \hat{z}$$

c) si la es para tener capacitor e inductancia.
 ϵ homogénea.

$$\text{cte} \rightarrow \mathcal{E} = L \ddot{Q} + \frac{Q}{C}$$

sale
de integrar

$$\text{sol part: } Q = C \mathcal{E}$$

$$\text{sol homo: } Q = A \cos(\omega t + \varphi) \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t}$$

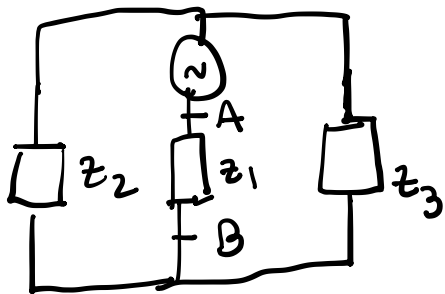
$$\text{chequeo} \quad 0 = \left(-L\omega^2 + \frac{1}{C} \right) = 0 \quad \checkmark$$

$$Q(t) = C \mathcal{E} + A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{cond Iniciales} \left\{ \begin{array}{l} Q(0) = 0 = C \mathcal{E} + A \cos(\varphi) \rightarrow A \neq 0 \\ \dot{Q}(0) = -A\omega \sin(\varphi) \rightarrow \varphi = 0 \end{array} \right\} \rightarrow A = -C \mathcal{E}$$

$$Q(t) = C \mathcal{E} (1 - \cos(\omega t))$$

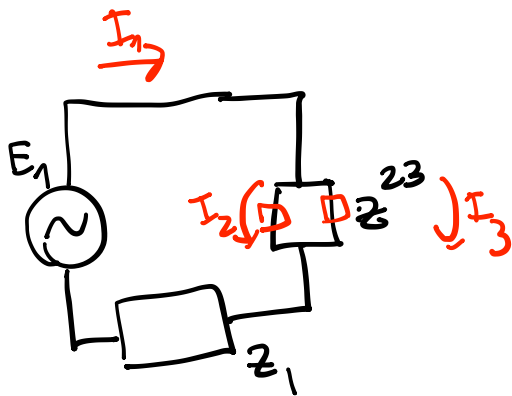
3)



calcular corriente por cada elemento.

 $z_2 \parallel z_3$, podemos reducir el circuito

$$z^{23} = \frac{z_2 z_3}{z_2 + z_3} = \frac{1}{\frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}}$$



$$\mathcal{E} = (z_1 + z^{23}) I_1$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{z_1 + z^{23}}$$

Notemos que
dada z_1, z_2
Todo funciona
muy parecido
a DC.

$$I_1 z^{23} = z_2 I_2 = z_3 I_3$$

$$I_2 = \frac{I_1 z^{23}}{z_2}$$

$$I_3 = \frac{I_1 z^{23}}{z_3}$$

b) Nos piden que este en fase $\mathcal{E}$ y V_{AB} ,
Esto significa $\frac{\mathcal{E}}{V_{AB}} \in \mathbb{R}$

datos : $z_1 = R_1 + jX_1$
nuevos $z_2 = z_3 = R + jX$

$$\frac{V_{AB}}{\mathcal{E}} = \frac{1}{1 + \frac{z^{23}}{z_1}} = \frac{1}{1 + \frac{(R + jX)}{2} \frac{1}{(R_1 + jX_1)}} =$$

z_{23} z_1

$$= \frac{2(R_1 + jX_1)}{2(R_1 + jX_1) + (R + jX)} = \frac{\left((2R_1 + R) - j(2X_1 + X) \right)}{\left((2R_1 + R) - j(2X_1 + X) \right)} \frac{(R_1 + jX_1) 2}{(2R_1 + R) + j(2X_1 + X)}$$
$$= \frac{R_1(2R_1 + R) + (2X_1 + X)X_1 + j(X_1(2R_1 + R) - R_1(2X_1 + X))}{\frac{1}{2} \left((2R_1 + R)^2 + (2X_1 + X)^2 \right)}$$

En caso si $X_1(2R_1 + R) - R_1(2X_1 + X) = 0$

$$X_1 R - R_1 X = 0$$

c)d) Usan fuertemente Thevenin y no entra en nuestro parcial