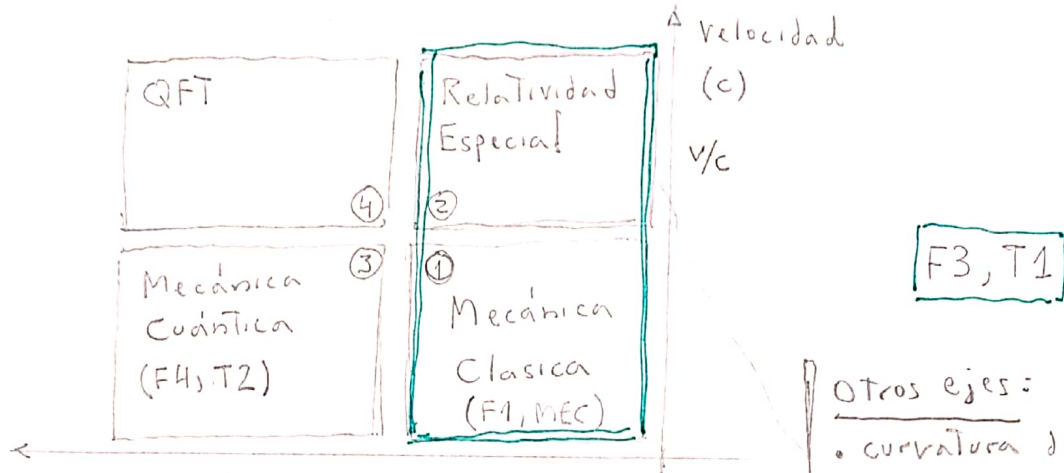


Apuntes de Fisica 3

Electrodinamica

Luis G. Morelli

Un mapa de la Física (un mapa parcial, en 2D)



Acción (Ext) (H)
 A/H → También pax (incertidumbre de Heisenberg)
 • dominios de validez de las teorías
 • estas {mecánicas} nos dicen como se comportará un sistema en presencia de una fuerza, o una interacción.

Otros ejes:
 • curvatura del espacio: RG
 • número de grados de libertad = mecánica estadística, Termodinámica, sist. complejos

→ Conocemos 4 fuerzas (o interacciones)

Intensidad ↑
 Fuerte
 { Electromagnética → la mayoría de las fuerzas que experimentamos cotidianamente (rozamiento, contacto, química y bioq.)
 Débil
 Gravitacional → mucha más débil -
 a "distancia" al equilibrio Termodinámico...
 propiedades físicas y químicas de la materia

Interacción Fuerte: $100 \times EM$; rango muy corto; mantienen unidos los nucleones en el núcleo atómico...

Interacción Gravitatoria: $10^{-42} \times EM$; rango similar

- * Electrodinámica: entendemos como funciona en los cuatro regiones del mapa
- * Gravitación: entendemos en ① (Newton) y en ② (RG, Einstein)
- * Débil: Tenemos una teoría satisfactoria...
- * Fuerte: cromodinámica; resta verificación experimental...

Electrodinámica: modelo de Teoría para las demás...

Unificación de Teorías en Física (y un poco de historia de EM.)

2

• en esto la electrodinámica También es un paradigma (de como proceder...)

En sus inicios, la electrodinámica estaba separada en diversas áreas:

- Electricidad: cargas, baterías, corrientes, rayos, electrólisis, ...
- Magnetismo: imanes, brújulas, polos magnéticos, ...

• 1820 - Oersted / Ampère: los fenómenos magnéticos se deben a cargas eléctricas en movimiento.

• 1831 - Faraday: campos magnéticos cambiantes generan corrientes eléctricas.

• - Maxwell / Lorentz: descripción completa del electromagnetismo.

• - Faraday / Maxwell: predicen que la luz es radiación electromagnética

• 1888 - Hertz: verifica la predicción y suma la Óptica como un área más del electromagnetismo; un aspecto de la Teoría EM.

• - Einstein: intenta unificar Gravedad con Electromagnetismo - sin éxito

• 1960 - Weinberg / Salam / Glashow: unificación Electro/Débil (Modelo Standard).

• ~1980 - Supercuerdas como candidato a una unificación completa -

Carga eléctrica.

3

La carga eléctrica es: una propiedad intrínseca de la materia (Ramsdell)
• la propiedad de la materia que determina si dos porciones/partículas interactúan a través de la interacción electromagnética.

Así como la interacción gravitatoria entre dos partículas/porciones de materia depende de sus respectivas masas: (m_1 y m_2)

$$\vec{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{n}$$

1) A diferencia de la masa, hay dos tipos de carga: + y -.
positiva y negativa (así las llamamos)

- estos dos tipos de carga se cancelan entre sí (esto no es necesariamente obvio...)
- gravitación: un solo tipo de "carga"
- cromodinámicas: 3 cantidades (cargas) que pueden ser + ó -.

2) La carga se conserva: no se puede crear ni destruir [no existen procesos físicos conocidos que no conserven la carga]
⇒ el Total de carga en el universo es constante (conservación global)

- pero es aún más estricta: hay una conservación local de la carga que luego nos permitirá obtener una ecuación de continuidad
- las cargas opuestas pueden aniquilarse (electrón/positrón)

3) La carga está cuantizada: esto quiere decir que ocurre en valores discretos y múltiplos de estos; pero no puede tomar cualquier valor
protón carga +e ; electrón carga -e

- en realidad los quarks tienen cargas fraccionarias $\pm \frac{1}{3}e$; $\pm \frac{2}{3}e$, pero no se encuentran "libres" sino formando nucleones de carga entera

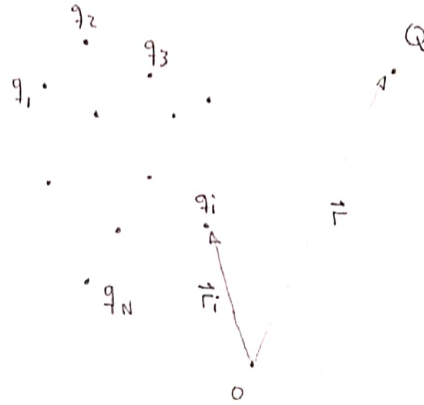
- en la teoría usaremos frecuentemente descripciones continuas de carga -

(análoga con la masa; descripción "coarse grained")

Electrodinámica: problema y programa

Tenemos un grupo de N cargas q_1, q_2, \dots, q_N ubicadas en posiciones conocidas \vec{r}_i , que pueden estar moviéndose: conocemos $\vec{v}_i(t)$.

Dadas estas cargas fuente,
¿Cuáles la fuerza sobre otra
carga de prueba Q ? ¿Cuál
es la trayectoria $\vec{r}(t)$ de Q ?



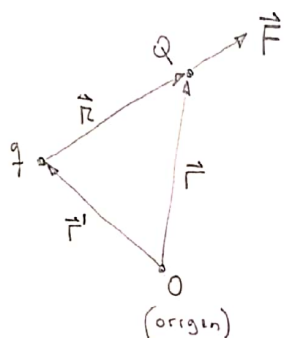
- pregunta simple, respuesta complicada.
- sabemos la respuesta, pero a esta altura no les diría mucho
la fuerza depende de
 - la separación \vec{r}_i entre las cargas q_i y Q
 - las velocidades de las q_i
 - las aceleraciones!
 - y encima... estas cantidades deben evaluarse no en el instante t sino en el pasado, ya que *SPOILER* las interacciones electro-magnéticas no son instantáneas sino que viajan a la velocidad de la luz (finita).
- por esto, vamos a abordar el problema por pasos considerando primero situaciones más simples construyendo de a poco los conceptos y elementos de la electrodinámica -
- ACÁ va el programa de la materia F3.

Electrostática

Ley de Coulomb

- el problema de la electrostática es más simple:
 conocemos las cargas, q_i y sus posiciones (fijas) \vec{r}_i ;
 queremos saber la fuerza sobre una carga de prueba Q y su movimiento.

Dada una carga q en la posición \vec{r}' y Q (de prueba) en \vec{r} ;
 (fuente)



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \hat{r}$$

es una ley establecida experimentalmente
 (Ley de Coulomb)

$$\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}' \quad \hat{r} = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

NOTACIÓN:

\vec{r}' : posición de la carga fuente

\vec{r} : posición de la carga de prueba

\hat{r} : posición relativa de la prueba respecto a la fuente

- la fuerza es proporcional al producto de las cargas
- inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (como la gravedad)
- apunta a lo largo de la línea que une las cargas
- es atractiva si los signos de q y Q son diferentes
 repulsiva si q y Q tienen el mismo signo
- la constante ϵ_0 se llama permitividad del vacío

su valor es $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ (en unidades de SI)

N: Newtons

m: metros

C: Coulomb (es la unidad de carga en el SI)

Principio de superposición

6

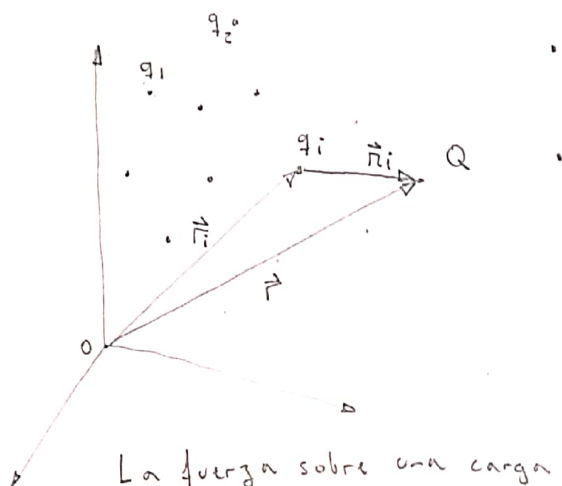
- La interacción entre dos cargas no es afectada por la presencia de otras cargas.

Entonces, en presencia de múltiples cargas q_i , $i=1, \dots, N$ ubicadas en posiciones conocidas \vec{r}_i , la fuerza sobre una carga de prueba Q es la suma de las fuerzas producidas por cada q_i por separado:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \quad (\text{ppra. de superposición}).$$

Nota: el principio de superposición es un hecho establecido experimentalmente y no una consecuencia lógica. Podría haber sido diferente si por ejemplo, la fuerza fuera proporcional al cuadrado de las cargas $(q_1 + q_2)^2 \neq q_1^2 + q_2^2$ o si hubiera términos cruzados proporcionales a $q_i \times q_j \dots$

Campo eléctrico



• Tenemos N cargas q_i en posiciones conocidas dadas por \vec{r}_i

$$\bullet \vec{r}_i = \vec{r} - \vec{r}_i$$

La fuerza sobre una carga de prueba Q en \vec{r} será:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i Q}{r_i^2} \hat{r}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot Q \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

$$\vec{F} = Q \cdot \left\{ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \hat{r}_i \right\}$$

$$\vec{F} = Q \vec{E}$$

$$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \quad \text{es el campo eléctrico}$$

- es una función de \vec{r} a través de los vectores \hat{r}_i
- lo podemos interpretar como una fuerza por unidad de carga.
- está enteramente determinado por la distribución de cargas: que cargas hay y donde están.

Hemos introducido el concepto de campo eléctrico de manera operacional y puede aparecer como un mecanismo o paso intermedio para calcular la fuerza en un punto al poner una carga arbitraria Q: $\vec{F} = Q \vec{E}(\vec{r})$

Pero la electrodinámica es una teoría de campos, está formulada alrededor de este concepto y por lo tanto es más simple pensar en el campo como una entidad física real, aunque sea necesario poner una carga para observarlo: (si lo piensas, lo mismo sucede con una partícula u objeto...)

Más adelante vamos a encontrar razones mucho más fuertes para esta manera de ver las cosas (SPOILER = radiación!)

Por ahora hemos asumido que las cargas son partículas puntuales.

Si bien a nivel microscópico la carga está cuantizada, es útil pensar en distribuciones continuas de carga, en las que la carga está desparpamada de manera continua (no discreta) sobre una línea, una superficie, un volumen.

En este caso la suma se transforma en una integral:

$$(8.1) \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\hat{r}}{r^2} dq(\vec{r}')$$

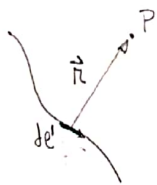
en donde $dq(\vec{r}')$ es un elemento diferencial de carga en la posición \vec{r}' y como siempre $\hat{r} = \vec{r} - \vec{r}'$.



• Nota: la integral (8.1) es fácil de escribir pero puede ser muy difícil de resolver, ya que estamos sumando vectores \hat{r} que apuntan en distintas direcciones dependiendo de \vec{r}' .

El elemento de carga dq puede estar distribuido en

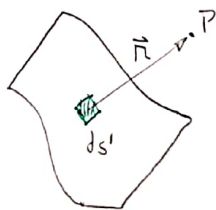
• una línea: $dq = \lambda dl'$



$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda(\vec{r}')}{r^2} \hat{r} dl'$$

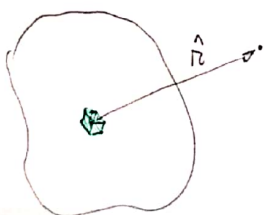


• una superficie: $dq = \sigma ds'$



$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma(\vec{r}')}{r^2} \hat{r} ds'$$

• un volumen: $dq = \rho dv'$



$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{r^2} \hat{r} dv'$$

("ley de Coulomb")
para \vec{E} .

obs: en el TP van a ver distintas situaciones

Interludio

- en principio, el problema planteado por la electrostática está resuelto:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{r^2} \hat{n} dV' \quad (\text{ley de Coulomb + superposición})$$

$$\vec{F} = Q \vec{E}(\vec{r})$$

• Hay dos razones por las que esta formulación se queda corta.

- Una es pragmática: las integrales (9.1) son muchas veces horribles.
- Otra es teórica, y a mi modo de ver más relevante. La formulación más compacta y reveladora de la electrodinámica se escribe como ecuaciones diferenciales para los campos \vec{E} y \vec{B} : las ecuaciones de Maxwell.

Ahora, una ecuación diferencial es una relación entre las derivadas de una cantidad de interés. En este caso nos interesa el campo eléctrico, que es un campo vectorial; sus derivadas son

$$\text{la divergencia: } \nabla \cdot \vec{E}$$

$$\text{el rotor: } \nabla \times \vec{E}$$

- No basta con especificar estos campos, además es necesario especificar condiciones de contorno: cuánto valen los campos en el borde de la región donde deseamos calcularlos.
- En electrostática se suele especificar $\vec{E} \rightarrow 0$ en el infinito ya que lejos de las cargas el campo crece a cero.
- Obs: en el TP y también acá vamos a ver situaciones en las que las distribuciones de carga se extienden hasta el infinito. En estos casos no aplica lo dicho y uno recurre a simetrías en las distribuciones para determinar $\vec{E}(\vec{r})$.

Teorema de Helmholtz:

si conozco la divergencia $\vec{D}(\vec{r})$ y el rotor $\vec{C}(\vec{r})$ de un campo $\vec{E}(\vec{r})$ y ambas caen a cero más rápido que $1/r^2$ en ∞ , y si $\vec{E}(\vec{r})$ va a cero cuando $r \rightarrow \infty \Rightarrow \vec{E}$ está unívocamente determinado.

dicho de otro modo: las ecs. diferenciales $\nabla \cdot \vec{E} = \vec{D}$ $\nabla \times \vec{E} = \vec{C}$ tienen solución única.