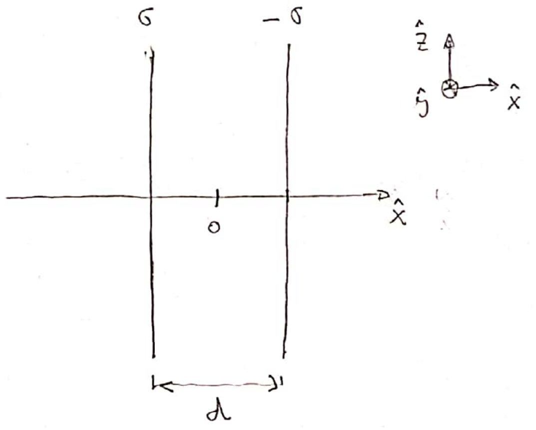
Capacitor de placas paralelas.

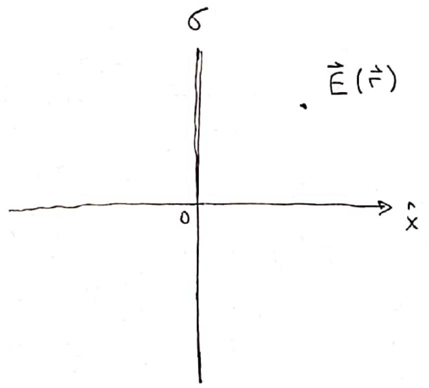
Imaginemos una configuración formada por dos placas conductoras infinitas, paralelas, a una distancia d. Una de las cargas tiene una densidad superficial σ y la otra $-\sigma$.

(vista lateral)



- Buscamos una relación entre el potencial y la carga.

Esta configuracion no tiene simetría de reflexión, pero un plano único sí. Podemos resolver el plano unico por Gauss y usar el principio de superposición para calcular el campo debido al par de placas.



- En principio, el campo eléctrico será un vector de <u>componentes</u>

$$\vec{E} = E_x\,\hat{x} + E_y\,\hat{y} + E_z\,\hat{z}$$

y va a depender de las <u>coordenadas</u> (x, y, z)

$$\vec{E}(\vec{r}) = E_x(x,y,z)\,\hat{x} + E_y(x,y,z)\,\hat{y} + E_z(x,y,z)\,\hat{z}\,.$$

- Dado que el plano se extiende hasta infinito en las direcciones $\hat{y}$ y $\hat{z}$, la distribución de cargas tiene una <u>simetría de traslación</u> en esas direcciones:

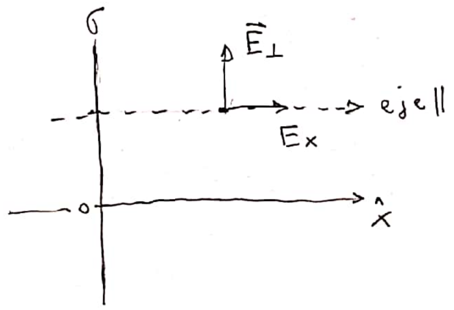
Esto quiere decir que si trasladamos el plano en la dirección $\hat{y}$ o en la $\hat{z}$, la distribución de cargas no se ve alterada.

$\Rightarrow$ En consecuencia, el campo eléctrico no puede depender ni de y ni de z, ya que trasladar el plano en esas direcciones cambiaría el campo pero no la distribución que lo genera!

$\therefore \quad \vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(x) = E_x(x)\,\hat{x} + E_y(x)\,\hat{y} + E_z(x)\,\hat{z}.$

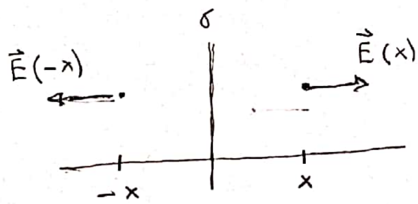
- Por otro lado, la distribución de cargas es invariante frente a rotaciones (del plano) alrededor de un eje perpendicular al plano YZ: si rotamos el plano cargado alrededor del eje $\hat{x}$ o de cualquier eje paralelo a $\hat{x}$, la distribución de cargas permanece inalterada.

$\Rightarrow$ En consecuencia, las componentes del campo perpendiculares a $\hat{x}$ deben ser nulas: ya que si no lo fueran, al rotar la configuración alrededor del eje $\parallel$ la componente $E_\perp$ cambiaría de dirección mientras que la distribución de cargas que la produce no cambia.



$\therefore \quad \vec{E}(\vec{r}) = E_x(x)\,\hat{x} = E(x)\,\hat{x} \qquad (E_y \equiv E_z \equiv 0.)$

- Finalmente, la distribución tiene una simetría de reflexión con respecto al plano YZ: si reflejamos el sistema con respecto a este plano, un punto a una distancia $x > 0$ va a parar a la coordenada $(-)x$, equidistante. Pero la distribución de cargas permanece inalterada.



$\Rightarrow$ Esto nos permite afirmar que:

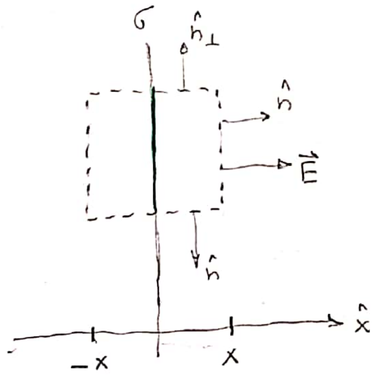
$\therefore \quad \vec{E}(-x) = -\vec{E}(x) \quad ; \quad \vec{E}(x) = E(x)\,\hat{x} \quad \Rightarrow \quad \vec{E}(-x) = -E(x)\,\hat{x}$

- Las simetrías de esta distribución de cargas nos permiten entonces anticipar que el campo eléctrico:

$$\vec{E}(\vec{r}) = E(x)\,\hat{x} \qquad \text{y que} \qquad \vec{E}(-x) = -\vec{E}(x)$$

- Con esta información podemos sugerir una superficie Gaussiana que nos permita evaluar de manera simple la integral de la Ley de Gauss:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$



Una caja de tapas paralelas a YZ y equidistantes del plano, con laterales paralelos a $\hat{x}$.

Las tapas tienen un área A y están a distancia x del plano YZ.

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_{tapa+} E(x)\,\hat{x}\cdot \overbrace{ds\,\hat{x}}^{\hat{n}=\hat{x}} + \int_{Tapa-} (-)E(x)\,\hat{x}\cdot ds\,(-)\hat{x} + \int_{lateral} E(x)\,\overbrace{\hat{x}\cdot ds\,\hat{n}_\perp}^{\hat{x}\cdot\hat{n}_\perp=0}$$

- La integral sobre el lateral se anula ya que $\vec{E} \parallel \hat{x} \perp \hat{n}$ allí.
- Como las tapas tienen x fijo, E(x) sale de la integral.

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = E(x)\cdot\int_+ ds + E(x)\int_- ds = 2\cdot E(x)\,A$$

- La carga encerrada es $Q_{enc} = \sigma\cdot A$.

$$\therefore \quad 2\cancel{A}\,E(x) = \frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\sigma\cancel{A} \quad \Rightarrow \quad E(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E}(x) = sg(x)\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{x}}$$

Si ahora consideramos las dos placas, usando el principio de superposición obtendremos:

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x} & \text{en el espacio entre placas} \\ \vec{0} & \text{fuera de la región entre placas} \end{cases}$$

El potencial electrostático. Calculamos la diferencia de potencial entre las dos placas conductoras:

$$V_+ - V_- = -\int_-^+ \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_-^+ \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}\cdot(-)\,dx\,\hat{x} = +\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\int_-^+ dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot d \quad \Big\}$$

Ahora consideramos el problema físico (no ideal) de una configuración formada por dos placas conductoras finitas de área A.

Las placas tienen cargas $\pm Q$.

Si el área es grande y la distancia pequeña, es decir $\sqrt{A} \gg d$, la carga se distribuirá uniformemente en las placas

$$\sigma \equiv \frac{Q}{A} \quad \text{cte.}$$

$$V = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}\cdot\frac{A}{A} = Q\,\frac{d}{\varepsilon_0 A} \qquad \text{es decir} \qquad V \sim Q$$

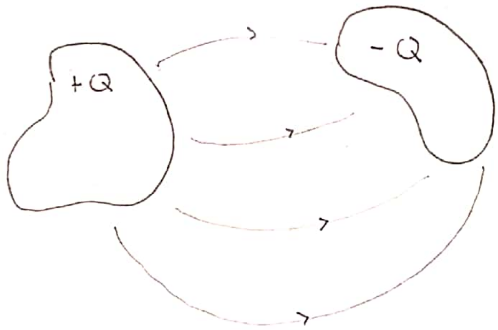
La constante de proporcionalidad

$$\boxed{C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$

se llama capacidad de la configuración, o del capacitor.

Capacidad

Imaginemos dos conductores de forma arbitraria, a cierta distancia con cargas $+Q$ y $-Q$.



El campo puede tener una forma muy complicada, pero sabemos que el potencial es constante en los conductores y podemos definir la diferencia:

$$V = V_+ - V_- = -\int_{(-)}^{(+)} \vec{E} \cdot \vec{dl} \qquad (74.1)$$

El campo eléctrico será

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int dv \, \rho(\vec{r}\,') \frac{\hat{r}}{r^2} \qquad (74.2)$$

Es decir que el campo es proporcional a la carga total, ya que si duplicamos $\pm Q$ $\Rightarrow$ se duplicará $\rho(\vec{r}\,')$ y por lo tanto también se duplicará $\vec{E}$. Siguiendo (74.1), también se duplica el potencial V.

La relación de proporcionalidad entre la carga y el potencial (mejor dicho, la diferencia de potencial entre los conductores) está dada por la Capacidad:

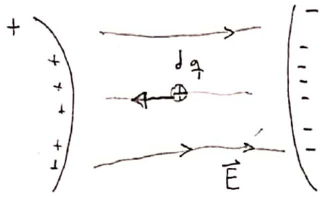
$$Q = C \cdot V \qquad ó \qquad C \equiv \frac{Q}{V}.$$

obs: la capacidad nos dice cuánta carga lleva el arreglo de conductores para una diferencia de potencial dada V.

Scanned with CamScanner

- La capacidad depende unicamente de la <u>geometría</u> de la configuración: la <u>forma</u> y <u>Tamaño</u> de los conductores, la <u>distancia</u> entre ambos.
- <u>Unidades</u> de capacidad : Faradios $\equiv F = \frac{C}{V}$ (coulombs por volt).
- <u>Energía</u>:

Para cargar un capacitor Tenemos que llevar cargas de un conductor a otro. Por lo tanto, haremos un Trabajo en contra del campo llevando cargas dq:



$$dW = V\,dq = \frac{q}{C}\cdot dq$$

$$W = \int_0^Q dW = \int_0^Q \frac{q}{C}\,dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \frac{1}{C}\cdot\frac{1}{2}Q^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}.$$

(79.1) $\boxed{W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}}$ (*) es la energía almacenada en un capacitor

(79.2) $\boxed{W = \frac{1}{2}CV^2}$ (usando $Q = CV$) $\boxed{W = \frac{1}{2}QV}$ (79.3)

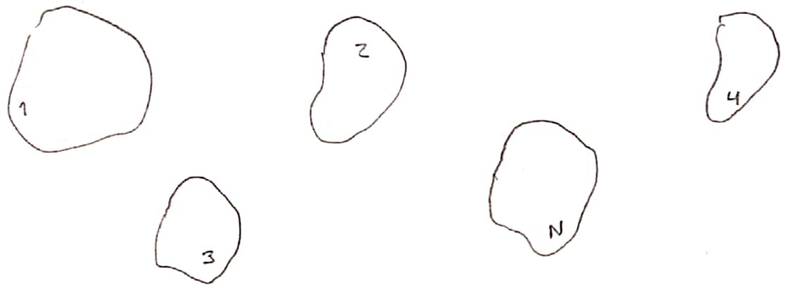
(*) <u>Obs</u>: podemos obtener la misma expresión en el caso particular de un capacitor de placas paralelas $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ integrando el campo $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ en el volumen del capacitor $V = A\,d$:

(41.3) $\rightarrow$ $W = \frac{\varepsilon_0}{2}\int E^2\,dv = \frac{\varepsilon_0}{2}\int\left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2 dv = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2\cdot\int dv = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0}\cdot A\,d =$

$$W = \frac{1}{2}\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\sigma^2 A^2\frac{1}{A}\cdot d = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\ \Big\}$$

Coeficientes de potencial

N conductores en una geometría fija:



Sup. que cargamos el conductor j con Q_{j0}, el resto descargados

$V^{(j)}(\vec{r})$ la solución de la ec. de Laplace, que es única: $\nabla^2 V^{(j)} = 0$.

Como los demás conductores son equipotenciales, están bien definidos

$V_i^{(j)}$ los potenciales de cada uno debidos a la carga Q_{j0}.

- Supongamos que multiplicamos la carga en j por algún factor λ_j

  es decir $Q_j = \lambda_j Q_{j0}$.

- La función $\lambda_j V^{(j)}(\vec{r})$ es solución de la ec. de Laplace, ya que

  λ_j es una constante:

$$\nabla^2 (\lambda_j V^{(j)}) = \lambda_j \nabla^2 V^{(j)} = 0.$$

- Como esta función potencial está multiplicada por el mismo factor en todos los puntos del espacio, el gradiente de esta función también lo estará

$$\nabla (\lambda_j V^{(j)}) = \lambda_j \nabla V^{(j)}$$

- Las cargas superficiales en conductores están relacionadas con la derivada de V en la dirección normal:

$$\sigma = -\varepsilon_0 \frac{\partial V}{\partial n}$$

$$\therefore \quad \sigma_{\lambda_j} = -\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial n}(\lambda_j V^{(j)}) = \lambda_j \cdot \left[-\varepsilon_0 \frac{\partial V^{(j)}}{\partial n} \right]$$

Luego, la carga del conductor j está multiplicada por λ_j

$Q_j = \lambda_j Q_{j0}$, y para el resto de los conductores $\lambda_j \cdot \phi = \phi$.

En resumen, $\lambda_j V^{(j)}(\vec{r})$ es una solución de la ec. de Laplace que satisface las condiciones $Q_j = \lambda_j Q_{jo}$ y $Q_i \equiv 0 \quad \forall i \neq j$.

Luego, es LA solución al problema modificado con la carga Q_j.

Podemos enunciar la siguiente <u>proposicion:</u>

Dada una configuración de conductores descargados, ubicamos una carga Q_{jo} en el conductor j. Si el potencial resultante es $V^{(j)}(\vec{r})$, al alterar la carga en un factor λ_j el potencial se multiplica por el mismo factor: $Q_j = \lambda_j Q_{jo} \Rightarrow V_i^{(j)} \to \lambda_j V^{(j)}$

<u>Corolario:</u> el potencial generado por el conductor j es proporcional a la carga que porta, $V^{(j)} \sim Q_j$

y por lo tanto el potencial de los demás conductores también lo es:

(1) $$V_i^{(j)}(\vec{r}) = P_{ij} Q_j \qquad \forall i = 1 \dots N.$$

Estas constantes de proporcionalidad P_{ij} dependen únicamente de la geometría.

Si ahora pensamos en cargar otro conductor k con $Q_k = \lambda_k Q_{ko}$ mientras los demás están descargados, encontraremos que $\lambda_k V^{(k)}(\vec{r})$ es solución al problema.

Por superposición, si tenemos carga en j y k el potencial será

(2) $$\lambda_j V^{(j)}(\vec{r}) + \lambda_k V^{(k)}(\vec{r})$$

y el potencial de cada conductor en la configuración será proporcional a las cargas

(3) $$V_i^{(j,k)} = P_{ij} Q_j + P_{ik} Q_k \qquad i = 1 \dots N$$

Así, para el caso de N conductores cargados tendremos

(4) $$\boxed{V_i = \sum_{j=1}^{N} P_{ij} Q_j}$$

los P_{ij} se llaman <u>coeficientes de potencial</u>

Energía de una configuración de conductores.

Para probar algunas relaciones y propiedades de los coeficientes de potencial, vamos a derivar primero una expresión para la energía de una configuración de conductores cargados.

Vimos que la energía de una configuración de cargas en general está dada por (40.2)

$$(1) \quad W = \frac{1}{2} \int_{\Upsilon} dq \; V(\vec{r}\,')$$

Si las cargas de la configuración se encuentran en conductores, tendremos distribuciones superficiales de carga σ_i

$$dq = \sigma \cdot ds$$

$$(2) \quad \Rightarrow W = \frac{1}{2} \int_S ds \; \sigma(\vec{r}\,') \, V(\vec{r}\,')$$

donde la superficie S es en realidad la unión de las superficies de todos los conductores involucrados $S = \cup S_i$ con las densidades $\sigma_i(\vec{r}\,')$ de cada conductor

$$(3) \quad W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \int_{S_i} ds \; \sigma_i(\vec{r}\,') \, V(\vec{r}\,')$$

Como los conductores son equipotenciales, el potencial $V(\vec{r}\,')$ está evaluado sobre las superficies equipotenciales S_i y por lo tanto es constante en las integrales y sale afuera:

$$(4) \quad \int_{S_i} ds \; \sigma_i(\vec{r}\,') \, V(\vec{r}\,') = \int_{S_i} ds \; \sigma_i(\vec{r}\,') \cdot V_i = V_i \int_{S_i} ds \; \sigma_i(\vec{r}\,')$$

y en esta ultima integral obtenemos la carga neta de cada conductor

$$\int_{S_i} ds \; \sigma_i(\vec{r}\,') = Q_i$$

$$(5) \quad \therefore \boxed{W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} Q_i V_i}$$

donde Q_i son las cargas de cada conduc. y V_i sus potenciales.

Podemos combinar las ecuaciones (81.4) y (82.5):

(83.1) $$\begin{cases} W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} Q_i V_i \\ V_i = \sum_{j=1}^{N} P_{ij} Q_j \end{cases}$$

(83.2) $$\boxed{W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} P_{ij} Q_i Q_j}$$

- en otras palabras, la energía de un sistema de conductores es una forma cuadrática de las cargas que portan.
- Vamos a ver ahora algunas propiedades de los coeficientes de la matriz $[P_{ij}]$.

* Los coeficientes de potencial forman una matriz simétrica:

(83.3) $$P_{ij} = P_{ji} \quad \forall i,j$$

Para demostrarlo, vemos que (83.2): $W = W(Q_1, \dots, Q_N)$

$$\Rightarrow dW = \frac{\partial W}{\partial Q_1} dQ_1 + \frac{\partial W}{\partial Q_2} \cdot dQ_2 + \dots + \frac{\partial W}{\partial Q_N} \cdot dQ_N$$

Supongamos que solo incrementamos la carga Q_ℓ del conductor ℓ dejando el resto invariante: $dQ_\ell \neq 0$; $dQ_j = 0 \quad j \neq \ell$

$$dW = \frac{\partial W}{\partial Q_\ell} \cdot dQ_\ell$$

Derivando la expresión (83.2):

$$\frac{\partial W}{\partial Q_\ell} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} P_{ij} \frac{\partial}{\partial Q_\ell}(Q_i Q_j)$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} P_{ij} \left(\delta_{i\ell} Q_j + Q_i \delta_{j\ell}\right)$$ con $\delta_{i\ell}$: delta de kroneker

$$= \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N}\left[\sum_{i=1}^{N} P_{ij}\delta_{i\ell}\right] \cdot Q_j + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left[\sum_{j=1}^{N} P_{ij}\delta_{j\ell}\right] \cdot Q_i$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} P_{\ell j} Q_j + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} P_{i\ell} Q_i$$

(84.1) $\therefore \dfrac{\partial W}{\partial Q_\ell} = \dfrac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} \left(P_{\ell j} Q_j + P_{j\ell} Q_j \right) = \dfrac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} \left(P_{\ell j} + P_{j\ell} \right) Q_j$

(84.2) $dW = \dfrac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} \left(P_{\ell j} + P_{j\ell} \right) Q_j \cdot dQ_\ell$

Bien, ahora podemos calcular el dW También de otra manera; como el Trabajo necesario para traer desde ∞ el elemento de carga dQ_ℓ hasta el potencial V_ℓ (o el cambio en la energía cuando hacemos esto):

(84.3) $dW = dQ_\ell \cdot V_\ell$

donde V_ℓ es el potencial del conductor ℓ. Usando la expresión (83.1)

(84.4) $V_\ell = \sum_{j=1} P_{\ell j} Q_j$

(84.5) $\Rightarrow dW = \sum_{j=1}^{N} P_{\ell j} Q_j \, dQ_\ell$

Igualando las expresiones (84.2) y (84.5) tenemos:

$$\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} \left(P_{\ell j} + P_{j\ell} \right) Q_j \, dQ_\ell = \sum_{j=1}^{N} P_{\ell j} Q_j \, dQ_\ell$$; y restando:

$$0 \equiv \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} \left(P_{\ell j} - P_{j\ell} \right) Q_j \, dQ_\ell$$

Como esto debe valer para todos los posibles valores de Q_j concluimos que:

$$\boxed{P_{\ell j} = P_{j\ell} \quad \forall\ \ell, j}$$ (que es lo que deseábamos mostrar)

* Los coeficientes son positivos: $P_{ij} > 0$

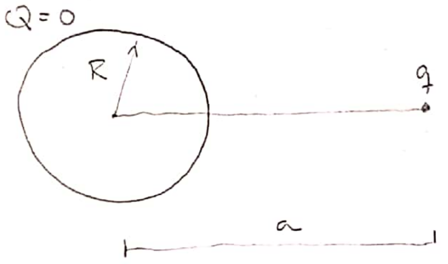
esto no lo demostramos pero es intuitivo: dice que el potencial $V_i = \sum_{j=1}^{N} P_{ij} Q_j$ es positivo si traigo cargas positivas $Q_j > 0$.

* Finalmente puede mostrarse que:

$P_{\ell\ell} \geq P_{\ell j} \quad \forall j, \ell$

* Ejemplo: una esfera conductora de radio R se encuentra descargada; en las cercanías de una carga puntual q que está a una distancia a de la esfera, $a > R$.

¿Cuál es el potencial de la esfera?



Podemos aprovechar que $P_{12} = P_{21}$ y plantear el problema inverso: supongamos la esfera cargada con carga q y consideramos el "punto" en a como una mini esfera conductora de radio $\epsilon \ll R$.

El potencial en el punto debido a la esfera es facil de calcular

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{a}$$

$$\therefore P_{12} = P_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

Entonces cuando sea el "punto" el que porta la carga q el potencial de la esfera (ahora descargada) sera

$$\boxed{V = P_{12}\, q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{a}}$$

Coeficientes de capacidad e inducción.

Si definimos un vector columna $\underline{Q}$ = con las cargas Q_j y otro $\underline{V}$ con los potenciales V_i podemos escribir en forma matricial:

$$\underline{V} = \underline{\underline{P}} \cdot \underline{Q}$$

Donde la matriz $\underline{\underline{P}} = [P_{ij}]$ es la matriz de los coeficientes de potencial P_{ij}.

Si invertimos este sistema de ecuaciones lineales obtenemos

$$\underline{Q} = \underline{\underline{C}} \cdot \underline{V}$$

| $\underline{\underline{P}}$ es una matriz simétrica definida positiva $\Rightarrow$ invertible.

donde $\underline{\underline{C}} = [c_{ij}]$ y los coeficientes c_{ij} se llaman <u>coeficientes de capacidad</u> ($i=j$) e <u>induccion</u> ($i \neq j$).

$$Q_i = \sum_{j=1}^{N} c_{ij} V_j \qquad \forall\, i = 1 \ldots N.$$

* Recordemos que la inversa de una matriz simétrica, es a su vez simétrica: dadas las matrices C y P (omito la $\underline{\underline{M}}$)

$C = P^{-1} \rightarrow CP = PC = \mathbb{1}$

$P^T = P$ (ya mostramos que P es simétrica; P^T es P traspuesta)

$\mathbb{1} = \mathbb{1}^T$ (la identidad es simétrica)

$$PC = (PC)^T = C^T \cdot P^T$$

como $PC = CP$ y $P^T = P$ resulta

$CP = C^T P$ y multiplicando por C a derecha

$CPC = C^T P C$ y $PC = \mathbb{1}$; por lo tanto

$\boxed{C = C^T}$ es decir C es una matriz simétrica

$$\boxed{c_{ij} = c_{ji} \qquad \forall\, i,j}$$

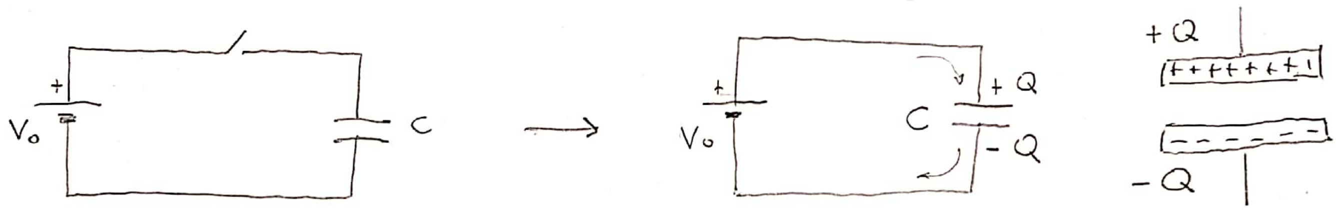
* Tambien puede demostrarse que $c_{ii} > 0$ y que $c_{ij} \leq 0$ $(i \neq j)$

Capacitores en circuitos - Conexiones serie y paralelo.

Los capacitores se emplean en circuitos eléctricos para almacenar carga y energía, y también para otras funciones que veremos más adelante en el curso.

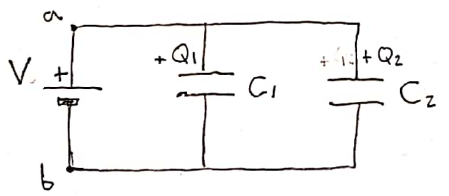
Una batería es un dispositivo capaz de mover cargas, generando una diferencia de potencial.

Al conectarla a un capacitor, la batería transporta cargas de una placa a la otra del capacitor hasta generar una diferencia de potencial fijada por la batería:



Los capacitores pueden conectarse en circuitos de diversas maneras.

Capacitores en paralelo:



· dos capacitores C_1 y C_2 están conectados en paralelo si la diferencia de potencial es la misma en ambos.

$$V = V_a - V_b$$

con esta diferencia de potencial, las cargas serán:

$$Q_1 = C_1 V$$

$$Q_2 = C_2 V$$

la carga Total será

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 V + C_2 V = (C_1 + C_2) . V$$

podemos ver que si reemplazamos C_1 y C_2 por un único capacitor de capacidad

$$\boxed{C_{eq} \equiv C_1 + C_2}$$

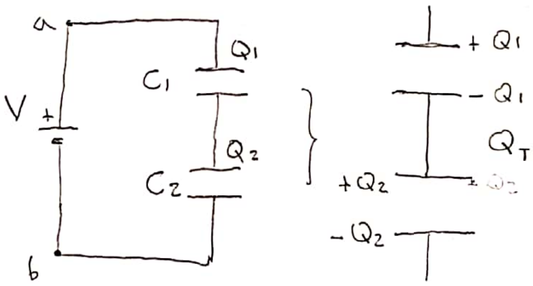
entonces este nuevo capacitor tendrá la misma carga total

$$Q = C_{eq} \cdot V$$

En general, si conectamos N capacitores C_i en paralelo

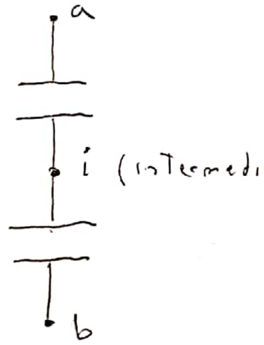
$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{N} C_i$$

Capacitores en serie:



$Q_{TOTAL} = 0 \Rightarrow Q_2 - Q_1 = 0$

$\therefore Q_2 = Q_1 \equiv Q$



Dos capacitores están en serie cuando están unidos por un hilo conductor sin ramificaciones (sin nodos).

En las placas intermedias de la conexión sólo puede haber una redistribución de cargas de una a otra $\Rightarrow Q_1 = Q_2 \equiv Q$.

$$V = V_a - V_b = V_a - V_i + V_i - V_b = V_1 + V_2$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q}{C_1} \quad \text{y} \quad V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_2}$$

$$V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) \cdot Q$$

Podemos reemplazar la combinación de C_1 y C_2 por un capacitor equivalente que para la misma carga Q genere la misma diferencia de potencial V:

$$Q = C_{eq} \cdot V$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

; generalizando, en serie

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$$