# Repaso: Corrientes estacionarias, conductividad, ley de ohm.

- corriente $I = \frac{dq}{dt}$

- densidad de corriente $\vec{J}$ a partir de portadores microscópicos

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^{N} n_i q_i \vec{u}_i$$

- corriente a través de una superficie

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

- corriente estacionaria: no varía en el tiempo

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0$$

- ecuación de continuidad general

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0 \Rightarrow \text{no estacionaria.}$$

- Ley de Ohm para la densidad de corriente

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

, $\sigma$ es conductividad

$\rho \equiv \sigma^{-1}$ es resistividad

- Ley de Ohm para la corriente

$$V = I R$$

donde $V$ es la diferencia de potencial en los terminales

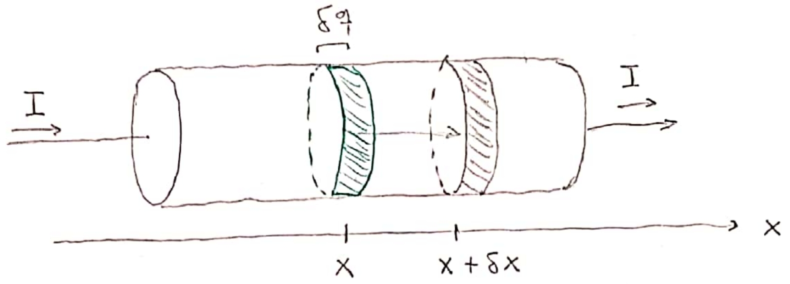
$R$ es resistencia del elemento

ejemplo: $R = \rho \frac{L}{A}$

# Efecto Joule: disipación de energía en resistencias.

- Cuando una corriente eléctrica circula por un medio que tiene una conductividad $\sigma$ finita, se disipa energía.

Imaginemos una barra conductora por la que circula una corriente estacionaria $I$.




Una rodaja de carga $\delta q$ se mueve de $x$ a $x+\delta x$ en un tiempo $\delta t$. El diferencial de energía

$$\delta W = \delta q \cdot \delta V \quad \text{con} \quad \delta V = V(x+\delta x) - V(x) < 0$$

$$\therefore \frac{\delta W}{\delta t} = \frac{\delta q}{\delta t} \cdot \delta V$$

Tomando el límite diferencial

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dq}{dt} \cdot \Delta V$$ es la potencia disipada

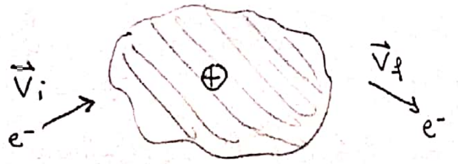
con $\frac{dq}{dt} = I$, resulta

$$\boxed{P = I \, \Delta V}$$

En un medio óhmico (lineal) donde $\Delta V = R I$

$$\boxed{P = R I^2} \quad \text{ó} \quad \boxed{P = \frac{\Delta V^2}{R}}$$

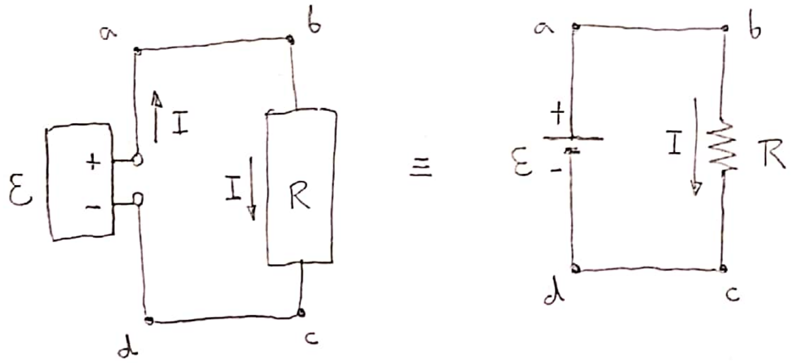
La causa de la disipación está en las colisiones inelásticas de los portadores de carga con los átomos del medio.




$V_i \neq V_f \rightarrow$ Transferencia de momento $\rightarrow$ vibraciones $\rightarrow$ calor.

# Fuerza electromotriz y baterías.

- Para que circule una corriente estacionaria por un medio en el cual se está disipando energía, alguien/algo debe realizar trabajo.
- En la práctica esto se consigue con una batería u otra fuente de energía. Se llaman fuentes de fuerza electromotriz a estos dispositivos (f.e.m. o fem). y se




Una fem ideal genera una diferencia de potencial constante $\mathcal{E}$.

obs: los hilos son conductores ideales $\Rightarrow$ equipotenciales

$$\Rightarrow V_b \equiv V_a \quad y \quad V_d \equiv V_c$$

$$\therefore V_c - V_b = V_d - V_a$$

La caída de potencial en la resistencia R

$$V_c - V_b = -IR < 0$$

$\Rightarrow$ la fem genera un aumento del potencial de $d$ a $a$:

$$V_a - V_d = -(V_c - V_b) = IR > 0.$$

La fem entonces transporta portadores de carga positivos hacia una región de mayor potencial; es decir en contra del campo.

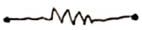
Cuando una fracción de carga $\delta q$ atraviesa la fem, la energía se incrementa en

$$\delta W = \delta q \cdot \mathcal{E}$$

$\therefore P = \dfrac{dW}{dt} = I\mathcal{E}$ es la potencia entregada por la fem

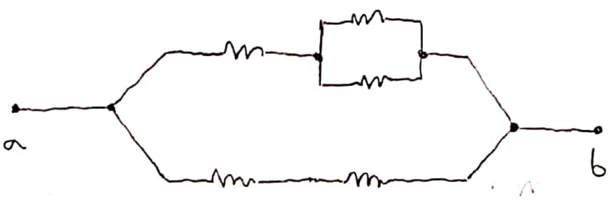
# Circuitos con resistencias.

- Un circuito es una conexión entre distintos componentes.
- Los componentes pueden ser de distinto tipo, pero acá nos vamos a enfocar en componentes que pueden ser caracterizados como una resistencia R.
- Ejemplos son: una lamparita, el calefactor de un horno eléctrico o una estufa, una resistencia (electrónica), una bobina de cable, etc.
- OJO: estos elementos pueden adquirir otras propiedades en presencia de corrientes variables, por ejemplo la bobina.

- En un circuito las resistencias se representan con el símbolo  (los puntos denotan las terminales de conexión)
- Los hilos conductores (cables) que las conectan: 
- Los puntos ó nodos marcan conecciones entre cables y terminales de componentes: 

Tienen resistencia nula (idealmente) ⇒ son equipotenciales

Un ejemplo de circuito formado por 5 resistencias:

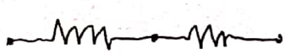



(el circuito está abierto entre los puntos a y b).

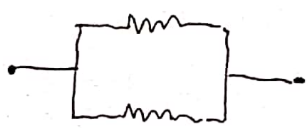
- En lo que sigue vamos a explorar distintas formas de resolver problemas en los que hay circuitos de resistencias.

Consideraremos primero las formas más simples de conexión:

en serie



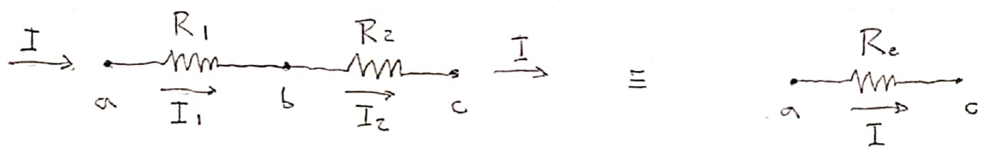
en paralelo



## Conexion en serie de resistencias.

- dos resistencias están conectadas en serie si por ellas circula la misma corriente; es decir, si no hay nodos en el medio en donde la corriente pueda bifurcarse.

Consideremos dos resistencias $R_1$ y $R_2$ conectadas en serie.




$I_1 = I_2 \equiv I$ (corriente estacionaria)

$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = -I_1 R_1 = -I R_1$

$\Delta V_{bc} = V_c - V_b = -I_2 R_2 = -I R_2$

si tomamos la caida de potencial total

$\Delta V = V_c - V_a = V_c - V_b + V_b - V_a = -I R_1 - I R_2 = -I(R_1 + R_2)$

Introduciendo la resistencia equivalente (en serie)

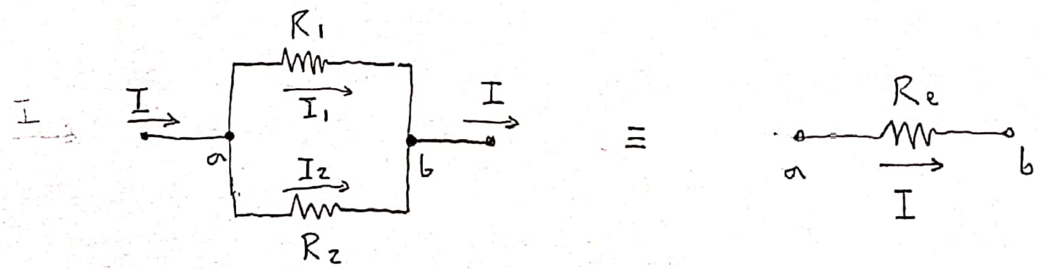
(124.1) $\boxed{R_e = R_1 + R_2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\Delta V = -I R_{eq}}$.

Siempre que tengamos resistencias en serie, podemos reemplazarlas por su equivalente:

$$R_e = \sum_{i=1}^{N} R_i \quad ; \quad R_i \geq 0 \quad \therefore \quad R_e \geq R_i \quad \forall i$$

## Conexión en paralelo de resistencias.

- dos resistencias están conectadas en paralelo cuando están a la misma diferencia de potencial.



Ahora $I_1$ e $I_2$ no necesariamente son iguales.

Sin embargo: en el nodo $\underline{a}$ la corriente $I$ se bifurca en dos corrientes $I_1$ e $I_2$ que vuelven a unirse en el nodo $\underline{b}$. Por conservación de la carga y el carácter estacionario de las corrientes:

(125.1) $$\boxed{I_1 + I_2 = I}$$

Por otro lado: las terminales de las resistencias están unidos a los mismos nodos: a y b. Por lo tanto la caída de potencial debe ser la misma en ambas resistencias (están en serie):

$$\left.\begin{array}{l} \Delta V_1 = V_b - V_a = \Delta V = -I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = -\dfrac{\Delta V}{R_1} \\ \Delta V_2 = V_b - V_a = \Delta V = -I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = -\dfrac{\Delta V}{R_2} \end{array}\right\}$$

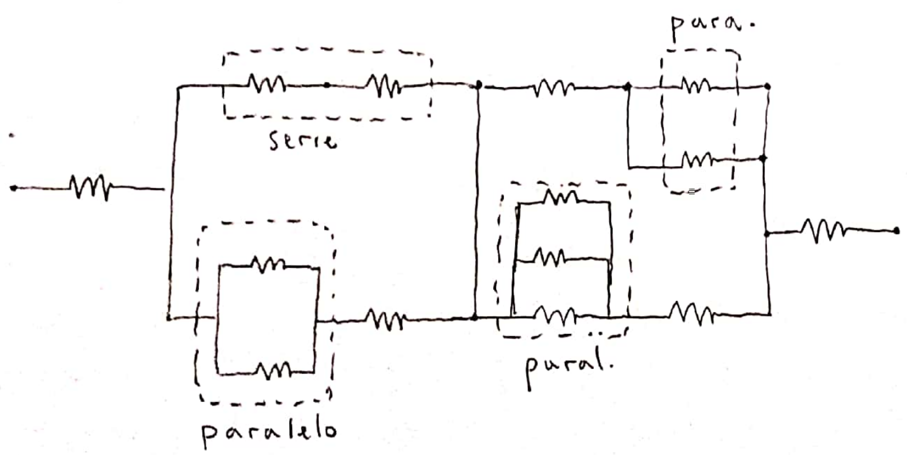
$$I = I_1 + I_2 = -\frac{\Delta V}{R_1} - \frac{\Delta V}{R_2} = -\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\Delta V \equiv -\frac{1}{R_e}\Delta V$$

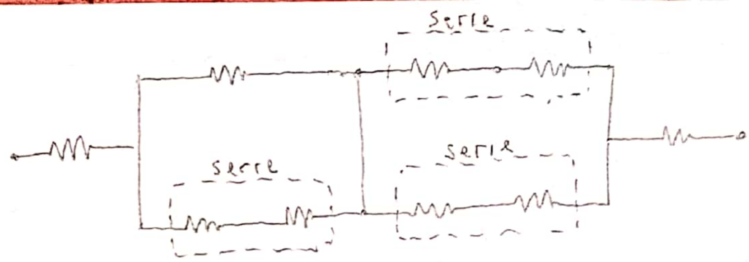
donde definimos la resistencia equivalente (paralelo)

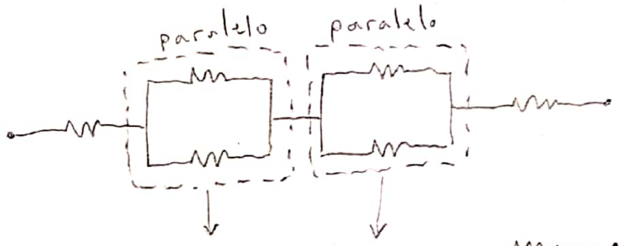
(125.2) $$\boxed{\frac{1}{R_e} \equiv \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad ó \quad \boxed{R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

* obs: $\dfrac{1}{R_e} > \dfrac{1}{R_i}$ $\forall i$ $\therefore$ $R_e < R_i$ $\forall i$

Empleando (124.1) y (125.2) podemos reducir circuitos complicados, por ejemplo:



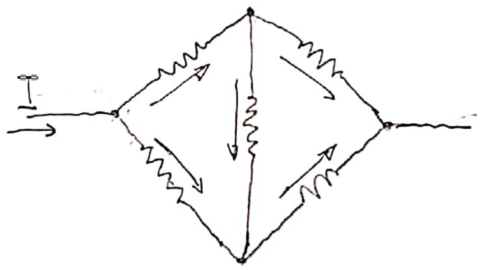
≡ 


≡ 


≡ 

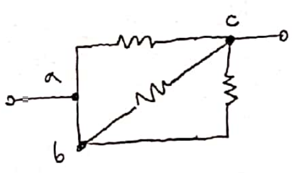
≡ 

observación: si bien este método resulta muy útil, no es completamente general ya que existen conexiones, incluso formas sencillas, que no se pueden reducir ya que no están ni en serie ni en paralelo: por ejemplo el puente

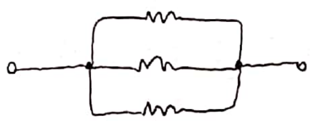



En estos casos deberémos buscar métodos mas generales y sistemáticos.

observación: equivalencia Topológica



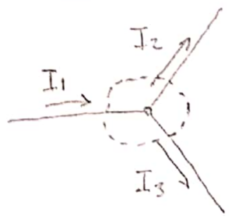

≡



a y b están al mismo potencial.

# Reglas de Kirchhoff

**1. Nodos:**

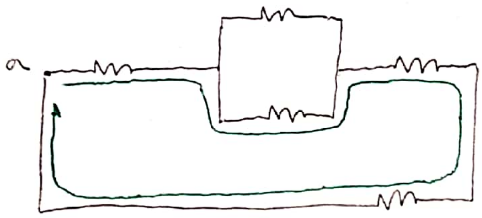



- En un nodo del circuito, la suma algebraica de las corrientes hacia el mismo debe ser nula.
- Consecuencia de la conservación de la carga.

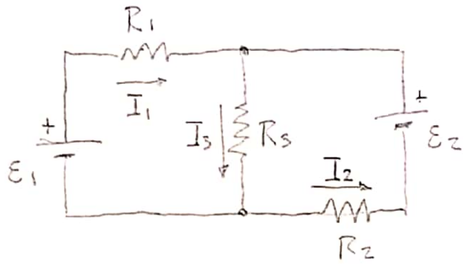
$$I_1 = I_2 + I_3$$

**2. Mallas:** La suma de las diferencias de potencial a lo largo de una malla (definida como un camino cerrado del circuito) debe ser nula.

- Consecuencia de $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$.
- corolario: la diferencia de potencial entre dos puntos del circuito no depende del camino que tomemos para calcularla.




- Entonces, planteando estas reglas formalmente, como relaciones algebraicas entre los $V_i$, $R_i$, $I_i$, obtendremos un conjunto de ecuaciones a resolver.
-




Conocemos $R_i$ y $\mathcal{E}_i$. Calcular las $I_i$.

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$\mathcal{E}_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 = 0$$

$$\mathcal{E}_2 - R_3 I_3 - R_2 I_2 = 0$$

reemplazando $I_3$:

$$\mathcal{E}_1 - R_1 I_1 - R_3 (I_1 + I_2) = 0$$

$$\mathcal{E}_2 - R_3 (I_1 + I_2) - R_2 I_2 = 0$$

factorizando las corrientes:

$$\mathcal{E}_1 - (R_1 + R_3) I_1 - R_3 I_2 = 0$$

$$\mathcal{E}_2 - R_3 I_1 - (R_2 + R_3) I_2 = 0$$