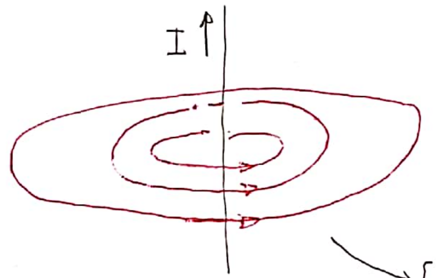
MAGNETOSTATICA

Oersted 1820. una corriente eléctrica genera una fuerza sobre la aguja de una brujula!

la aguja no se mueve

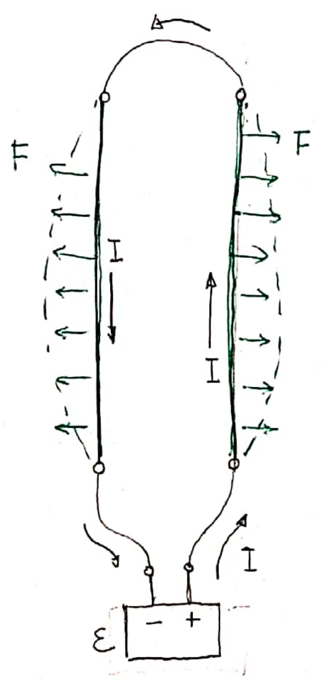
la aguja cambia de orientación

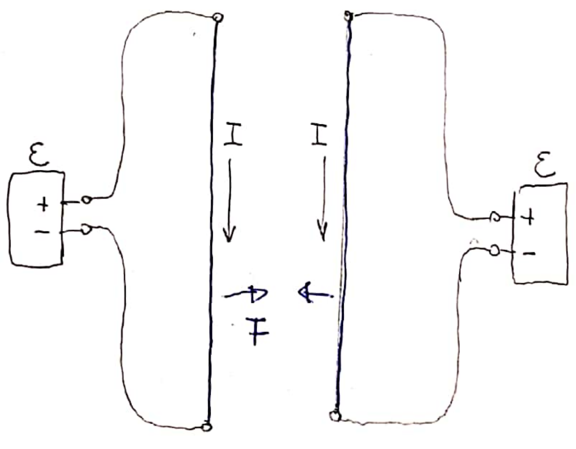


orientación de la aguja (lineas de campo magnetico)

con el pulgar en la direccion de la corriente, los dedos de la mano derecha quedan en la dirección del campo magnético.

Fuerzas entre corrientes.





* entre dos corrientes que circulan en el mismo sentido hay una fuerza atractiva

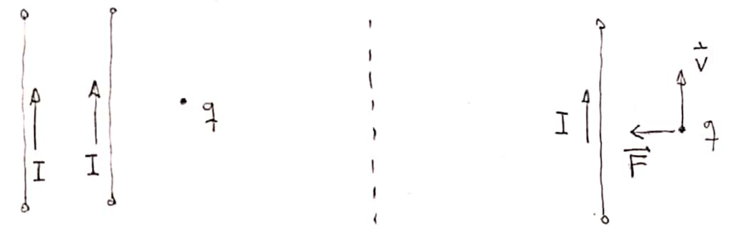
* entre dos corrientes opuestas hay una fuerza repulsiva

Scanned with CamScanner

- La fuerza entre los cables no es electrostática.

Los cables son eléctricamente neutros.

Si colocamos una carga puntual en reposo cerca de los cables, no experimenta ninguna fuerza:

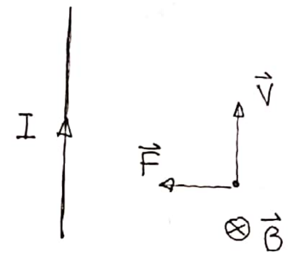


q en reposo | No hay fuerza sobre q.

q en movimiento | hay una fuerza sobre q!

Pero cuando una carga puntual se encuentra en movimiento, entonces aparece una fuerza perpendicular a la velocidad $\vec{v}$ y proporcional a $|\vec{v}|$.

Fuerza magnética:

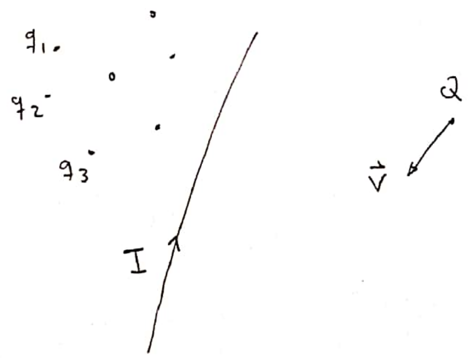


$\vec{B}$ es el campo magnético (dirección de brújula)

$$\boxed{\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}}$$

Fuerza de Lorentz. | es un postulado de la teoría basado en observaciones y experimentos

Si hay tanto campos eléctricos como magnéticos presentes:



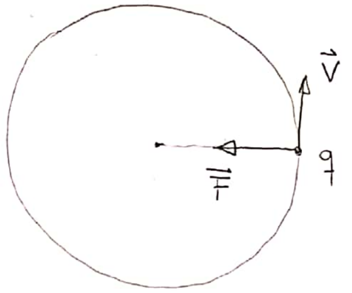
$$\boxed{\vec{F} = q\,\vec{E} + q\,\vec{v} \times \vec{B}}$$

Scanned with CamScanner

Movimiento en un campo magnético uniforme.

Supongamos que en una región del espacio hay un campo magnético uniforme $\vec{B}$. Digamos que $\vec{B}$ apunta hacia dentro de la hoja. Una partícula de carga q se mueve con velocidad $\vec{v}$ en esta región, digamos que $\vec{v}$ es paralela a la hoja:

$\vec{B} \otimes$



$$\vec{F} = q\,\vec{V} \times \vec{B} \quad \perp \vec{V}$$

$$\vec{F} = m\,\vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} \quad \perp \vec{V}$$

La fuerza magnética cambia la dirección del movimiento pero no su rapidez (no afecta al modulo de $\vec{v}$): $\vec{a} \perp \vec{V}$

La partícula realiza un movimiento circular

$$\vec{V} = r\dot{\theta}\,\hat{\theta}$$
$$\vec{B} = B\,(-)\,\hat{z}$$
$$|\vec{V}| = V = r\dot{\theta}$$

$$\vec{F} = m\,\vec{a} = m\,(-)\,r\dot{\theta}^2\,\hat{r} = q\,\vec{V} \times \vec{B} = q\,V\,B\,(-)\,\hat{r}$$

$$m\,r\,\dot{\theta}^2 = q\,V\,B$$

$\times r$

$$m\,V^2 = q\,\cancel{V}\,B \cdot r$$

$$m\,V = q\,B\,r$$

$$r = \frac{m\,V}{q\,B} \quad \text{(radio de la orbita)}$$

$$\dot{\theta} = \omega = \frac{V}{r} = \left(\frac{q}{m}\right) \cdot B \quad \text{(frecuencia de cyclotrón)}$$

$\hookrightarrow$ relación carga a masa de la partícula.

Recordamos de F1 en coordenadas cilíndricas:

$$\vec{r} = r\,\hat{r} + z\,\hat{z}$$

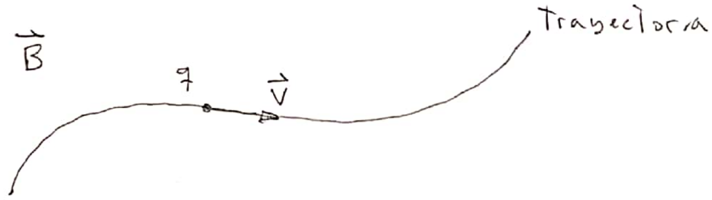
$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V} = \dot{r}\,\hat{r} + r\dot{\theta}\,\hat{\theta} + \dot{z}\,\hat{z}$$

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\,\hat{\theta} + \ddot{z}\,\hat{z}$$

Scanned with CamScanner

Trabajo y energía.

Imaginemos una partícula cargada en movimiento en un campo magnético.



La fuerza magnética $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$

NO realiza Trabajo !!

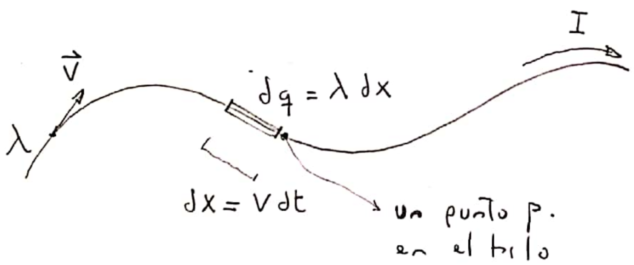
Ya que en un desplazamiento $d\vec{\ell} = \vec{v}\,.dt$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v}\,dt = 0 \qquad \text{porque } \vec{v} \perp \vec{v} \times \vec{B}$$

Densidades de corriente y fuerzas sobre distribuciones de corriente.

Unas clases atrás habíamos introducido la idea de corriente como un hilo cargado en movimiento, p. 112. Repasamos estas ideas y las extendemos.

(1D) Imaginemos un hilo con densidad de carga λ moviéndose con velocidad $\vec{v}$.



En una porción dx tenemos una carga $dq = \lambda\,dx$ moviéndose con velocidad $\vec{v}$. La corriente a través de un punto es

$$I = \frac{dq}{dt} = \lambda \frac{dx}{dt} = \lambda v \quad \Rightarrow \quad I = \lambda v \quad \text{o} \quad \vec{I} = \lambda \vec{v}$$

Si el cable se encuentra en un campo magnético, la fuerza sobre un elemento de corriente será

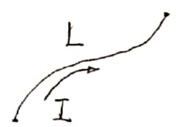
Scanned with CamScanner

$$d\vec{F} = dq\, \vec{v} \times \vec{B} \qquad \text{con } dq = \lambda\, dl$$

$$= \lambda\, \vec{v} \times \vec{B}\, dl$$

$$= dl\, \vec{I} \times \vec{B}$$

Para un segmento del hilo podemos integrar:



$$\vec{F} = \int_L dl\, \vec{I} \times \vec{B}$$

como en un hilo de corriente $\vec{I} \parallel d\vec{l}$ Tambien podemos escribir:

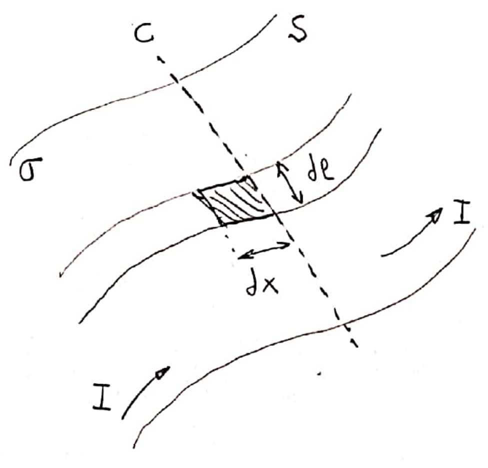
$$\vec{F} = \int_L I \left(d\vec{l} \times \vec{B} \right)$$

Para una corriente estacionaria I es constante a lo largo del hilo y puede salir de la integral:

$$\vec{F} = I \int_L d\vec{l} \times \vec{B} \qquad (\text{análogo de la fuerza de Lorentz para } \vec{I})$$

Podemos generalizar esta expresion para corrientes que circulan por superficies y por volúmenes. Primero definiremos las respectivas densidades de corriente.

(2D) Supongamos una superficie con una densidad de carga σ que se mueve con velocidad $\vec{v}$ (siempre tangente a la superficie, de modo que la carga está confinada a la superficie):



Nos interesa ahora la carga que atraviesa la línea C (en vez de un punto p, como en el caso del hilo) por unidad de tiempo.

Consideramos una bandita de sección dl y lados paralelos a la corriente, es decir tangentes a $\vec{v}$ en cada punto.

La carga en un cuadradito de lados dl y $dx = v\, dt$ es:

$$dq = \sigma . ds = \sigma\, dx\, dl$$

La corriente que atraviesa la sección dl es

$$d\vec{I} = \frac{dq}{dt}\,\hat{v} = \sigma . \frac{dx\, dl}{dt}\,\hat{v} = \sigma . V\,\hat{V}\, dl = \sigma\,\vec{V}\, dl$$

El vector

$$\vec{K} \equiv \sigma\,\vec{V}$$

es la densidad superficial de corriente. Resulta:

$$\vec{I} = \vec{K}\, dl \qquad \text{ó} \qquad \vec{K} = \frac{\vec{I}}{dl}$$

Ahora, en presencia de un campo magnético $\vec{B}$, la fuerza sobre un elemento de corriente superficial es

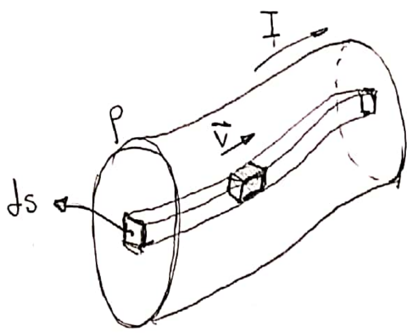
$$d\vec{F} = dq\,\vec{v}\times\vec{B} = \sigma . ds\,\vec{V}\times\vec{B} \quad , \quad \text{donde} \quad \sigma\vec{V} = \vec{K}.$$

$$d\vec{F} = \vec{K}\times\vec{B}\, ds$$

La fuerza integrada en una superficie S será:

$$\vec{F} = \int_S (\vec{K}\times\vec{B})\, ds$$

(3D) Si la corriente circula por un volumen, tenemos una densidad volumétrica de carga ρ que se mueve con velocidad $\vec{V}$.



$$dq = \rho\, dv = \rho . dx\, ds$$

$$d\vec{I} = \frac{dq}{dt}\,\hat{v} = \rho\,\frac{dx}{dt}\,\hat{v}\, ds = \rho\,\vec{v}\, ds$$

La densidad volumétrica de corriente

$$\vec{J} = \rho\,\vec{V} = \frac{d\vec{I}}{ds}$$

En presencia de un campo magnético la fuerza sera

$$d\vec{F} = dq\,\vec{v}\times\vec{B} = dv . \rho\vec{v}\times\vec{B} = dv . \vec{J}\times\vec{B} \quad \therefore \quad \vec{F} = \int_V dv\,(\vec{J}\times\vec{B})$$

Scanned with CamScanner

Ley de Biot - Savart.

Así como las cargas eléctricas en reposo generan campos eléctricos que están descriptos por la electrostática (Ley de Coulomb), las correntes eléctricas estacionarias generan campos magnéticos.

La magnetostática estudia los campos magnéticos producidos por corrientes estacionarias.

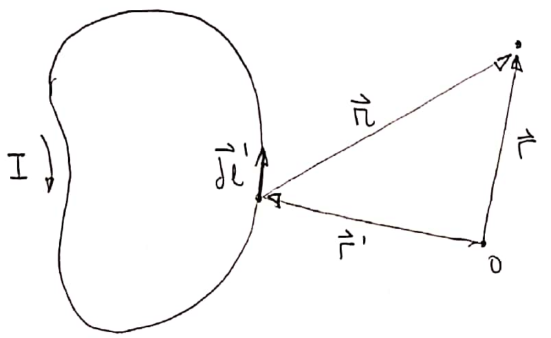
cargas inmóviles (distribuciones de carga invariantes) $\longrightarrow$ campos eléctricos constantes (Electrostática)

$\partial_t \rho = 0$

corrientes estacionarias $\longrightarrow$ campos magnéticos constantes (Magnetostática)

$\partial_t \vec{J} = \vec{0}$

En forma análoga a la ley de Coulomb, la Ley de Biot - Savart describe los campos magnéticos generados por corrientes estacionarias:



$$d\vec{I}' = I\, d\vec{l}' = \vec{I}\, dl'$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \int \frac{d\vec{I}(\vec{r}') \times \hat{\imath}}{\imath^2}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{1}{\imath^2} (\vec{I} \times \hat{\imath})\, dl' = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{1}{\imath^2} (d\vec{l}' \times \hat{\imath})$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$ es la permeabilidad del vacío.

Las unidades de B son los Tesla: $1\,T = 1 \frac{N}{A\,m}$

Scanned with CamScanner