## Ley de Coulomb, campo electrostático, distribuciones de carga, energía

1. Calcular el cociente $q/m$ entre la carga y la masa de dos partículas idénticas que se repelen electrostáticamente con la misma fuerza con que se atraen gravitatoriamente. Comparar el valor hallado con el cociente $e/m$ para el electrón.
   **Datos**: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m$^2$/kg$^2$, $k = 9 \times 10^9$ N m$^2$/C$^2$; $m_e = 9 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1{,}6 \times 10^{-19} C$

2. Calcular la fuerza gravitatoria entre dos esferas de 1 cm de cobre separadas por una distancia de 1 m. Si se retirara a cada esferita un electrón por átomo, ¿cuál será la fuerza de repulsión electrostática entre ambas?
   **Datos**: $\rho_{Cu} = 9$ g/cm$^3$; $N_A = 6 \times 10^{23}$ mol$^{-1}$; peso atómico del Cu: 63,5.

3. Hallar la fuerza neta sobre una carga $q$ ubicada en el centro de un cuadrado de lado $L$, cuando se han colocado cargas $q$, $2q$, $4q$ y $2q$, en los cuatro vértices (en ese orden). Saque provecho de la simetría de la configuración de cargas, para simplificar el cálculo.

4. En dos vértices contiguos de un cuadrado de lado $L$ se hallan dos cargas $q$. En los dos vértices restantes se colocan dos cargas $-q$. Determine por razonamientos de simetría cuál será la dirección y el sentido del campo sobre los ejes del cuadrado perpendiculares a sus lados. Calcule el campo eléctrico sobre esos ejes.

5. Un hilo muy fino de longitud $L$ está cargado uniformemente con una carga total $Q$. Calcular el campo eléctrico en plano perpendicular al hilo que pasa por su centro.

6. Una corona circular de radios $a$ y $b$ tiene una densidad de carga uniforme $\sigma$.

   *a*) Hallar el campo eléctrico en su eje.

   *b*) Deducir, a partir del resultado anterior, cuál es el campo eléctrico en el eje de un disco de radio $b$ (cargado uniformemente). Obtener luego el campo eléctrico de un plano cargado uniformemente.

   En cada caso estudie la continuidad del campo y obtenga el valor del 'salto' en la discontinuidad.

7. Utilizando el teorema de Gauss, calcule el flujo de campo eléctrico sobre cada una de las caras de un cubo, cuando en el centro del cubo se coloca una carga $q$. Repita el cálculo cuando la carga q está en uno de los vértices del cubo.

8. En cada uno de los casos siguientes determine, explotando la simetría de la configuración de cargas, cuál será la dirección del campo eléctrico y de cuáles coordenadas dependerán sus componentes. Utilizando el teorema de Gauss determine el campo eléctrico en todo el espacio, y a partir de éste calcule el potencial electrostático. Grafique las líneas de campo y las superficies equipotenciales.

   *a*) Un hilo infinito con densidad lineal uniforme $\lambda$.
   *b*) Un cilindro circular infinito de radio $R$, cargado uniformemente en volumen con densidad $\rho$.
   *c*) Un plano con densidad superficial de carga uniforme $\sigma$.
   *d*) Una esfera de radio R con densidad $\rho$ uniforme
   *e*) Una esfera de radio R con densidad $\rho = Ar^n$ ($A$; $n$ =constantes).

9. Calcule el potencial electrostático para la situación descripta en el Problema 5. Verifique que su gradiente es $-\vec{E}$. ¿Qué ocurre cuando la longitud del hilo se hace infinita?

   **Nota**: Dado que estamos calculando el potencial sólo para puntos sobre un plano perpendicular al hilo y que pasa por el centro del mismo, el resultado no sirve para obtener la componente del campo eléctrico perpendicular a ese plano. Sin embargo, por simetría sabemos que esa componente debe ser nula.

10. Una distribución superficial de carga $\sigma$ puede considerarse como un caso límite de una carga distribuida dentro de un volumen tal que una de sus dimensiones puede considerarse despreciable.

    *a*) Considere entonces una lámina plana infinita de espesor $D$, cargada uniformemente con densidad $\rho_0$. Calcule y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico.
    *b*) Suponga que se comprime la lámina de tal forma que D tiende a cero. Como la carga total no puede variar, la densidad $\rho$ aumentará (tendiendo a infinito) como resultado de la compresión. Escriba $\rho$ como función de $D$. ¿Cómo definiría la densidad superficial de carga $\sigma$? Encuentre y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico, cuando $D$ tiende a cero.

11. En ciertas condiciones, el campo eléctrico de la atmósfera apunta hacia la superficie de la tierra. Sobre la superficie su valor es de 300 V/m, mientras que a 1400 m de altura es de 20 V/m.

    *a*) Calcule la carga total contenida en un volumen cilíndrico vertical, cuya base está sobre la superficie terrestre y su altura es de 1400 m. ¿Cuál es la carga media por unidad de volumen en esa región de la atmósfera? (Suponga que el problema es plano).

*b*) En la atmósfera podemos encontrar iones negativos y positivos. Suponiendo que el valor absoluto de la carga de cada ión es $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C, escriba la densidad de carga como función de $n_-$ y $n_+$ (número de iones negativos y positivos por unidad de volumen). ¿Cuál es la diferencia entre el número de iones positivos y negativos en 1 cm$^3$?

12. Utilizando un razonamiento similar al del Problema 10 (b), obtenga el campo eléctrico sobre el eje de un anillo de radio $R$, cargado uniformemente con densidad $\lambda$, partiendo del resultado para la corona circular (Problema 6). Calcule la fuerza que el anillo ejerce sobre un hilo rectilíneo semi-infinito, cargado uniformemente con densidad $\lambda_0$, que comienza en el centro del anillo y coincide con su eje.

13. Una esfera de radio $R$, cargada uniformemente con densidad $\rho$, posee un agujero esférico de radio $r$ en su interior. El centro del agujero está a una distancia $d < (R-r)$ del centro de la esfera. Obtenga el valor del campo eléctrico sobre el eje de simetría de la configuración. Verifique que en el centro del agujero el valor del campo es el mismo que habría si no se hubiera practicado el agujero.

14. Calcular el campo eléctrico en todo punto del espacio, generado por un cilindro infinito con densidad volumétrica de carga uniforme $\rho$, en el que se ha realizado un orificio cilíndrico infinito no coaxial (es decir, desplazado del eje de simetría).

15. ¿Cómo se ven desde lejos los campos de las siguientes configuraciones?:

    *a*) En cada vértice de un triángulo equilátero, hay ubicadas cargas de valores $q$, $q$ y $-3q$.

    *b*) Idem anterior reemplazando la carga $-3q$ por $-2q$.

    *c*) Sobre una misma recta hay ubicadas tres cargas. En el centro una de carga $-2q$ y a cada lado, separadas una distancia $a$, dos cargas iguales de valor $q$.

    Grafique cualitativamente las líneas de campo.

16. En los casos considerados en los Problemas 5 y 6, estudie el comportamiento del campo eléctrico a distancias muy grandes de la configuración de cargas, tomando el límite que corresponda.

17. Dos discos paralelos y coaxiales, ambos de radio R, separados por una distancia d, están cargados uniformemente con densidades $\sigma$ y $-\sigma$.

    *a*) Dibuje cualitativamente las líneas de campo en todo el espacio.

    *b*) Calcule y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico sobre el eje de los discos. Calcule el momento dipolar de la distribución.

*c*) Podemos construir una distribución superficial de momento dipolar, haciendo tender $d$ a cero y $\sigma$ a infinito, de tal forma que $\sigma d = P_s$. Repita el punto anterior para este caso límite.

18. Un anillo de radio R está cargado uniformemente con una carga total $-q$. En el centro del mismo se coloca una carga puntual $q$.

    *a*) ¿Cuánto valen los momentos monopolar y dipolar? ¿Depende el momento dipolar del origen de coordenadas?

    *b*) Calcule el potencial y el campo eléctrico sobre el eje del anillo, y estudie el comportamiento a distancias grandes.

19. Calcule el potencial en el centro de un disco de radio $R$, cargado uniformemente con densidad $\sigma$. Sabiendo esto, queremos determinar de manera aproximada el potencial en el centro de un cuadrado de lado $L$. Sugiera distintas aproximaciones y compare con el valor exacto, que es $4k\sigma L \ln(1+\sqrt{2})$.

20. Una varilla con una carga $q > 0$, distribuida uniformemente, se curva hasta formar una circunferencia casi completa de 50 cm de radio. La separación de los extremos es de 2 cm (medidos sobre el arco). Utilizando la simetría y el principio de superposición, determine la dirección y sentido del campo eléctrico en el centro de la circunferencia, y estime (sin calcular ninguna integral) su valor. La estimación resulta ¿mayor o menor que el valor real?

21. Calcular el trabajo total para traer una carga Q en cantidades infinitesimales y cuasi-estáticamente, desde un punto muy alejado hasta una esfera de radio $R$, originalmente descargada. Suponer que la distribución de carga es uniforme en todo momento.

    *a*) Si la esfera es cargada en superficie.

    *b*) Si se carga en volumen en las dos siguientes formas

      1) Se carga a radio constante $R$; $\rho$ crece desde cero hasta $\rho = \rho_{\text{final}}$.

      2) Se colocan capas sucesivas de densidad $\rho_{\text{final}}$; el radio crece desde cero hasta $R$. El resultado debe ser el mismo que en (i).

    *c*) Comparar con la energía potencial almacenada en el campo eléctrico.