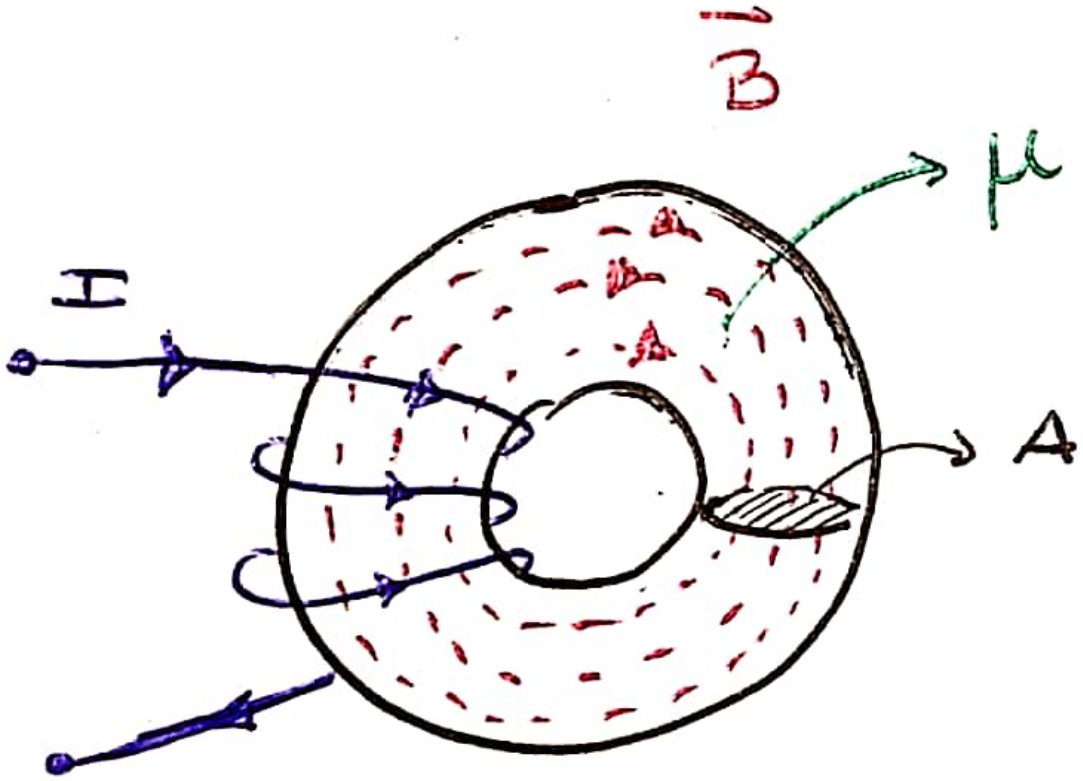
Clase 17: Circuitos magnéticos

Susana Landau & Andrés Goya

universidad de buenos aires - exactas
departamento de física

25 de Junio de 2020

Circuitos magnéticos I



Circuitos magnéticos II

Dado que que la divergencia de B es cero, podemos usar el teorema de Stokes para calcular el flujo de campo magnético

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \oint_{S=\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \tag{1}$$

Esto nos dice que el flujo de B es constante a lo largo de un tubo de líneas de campo

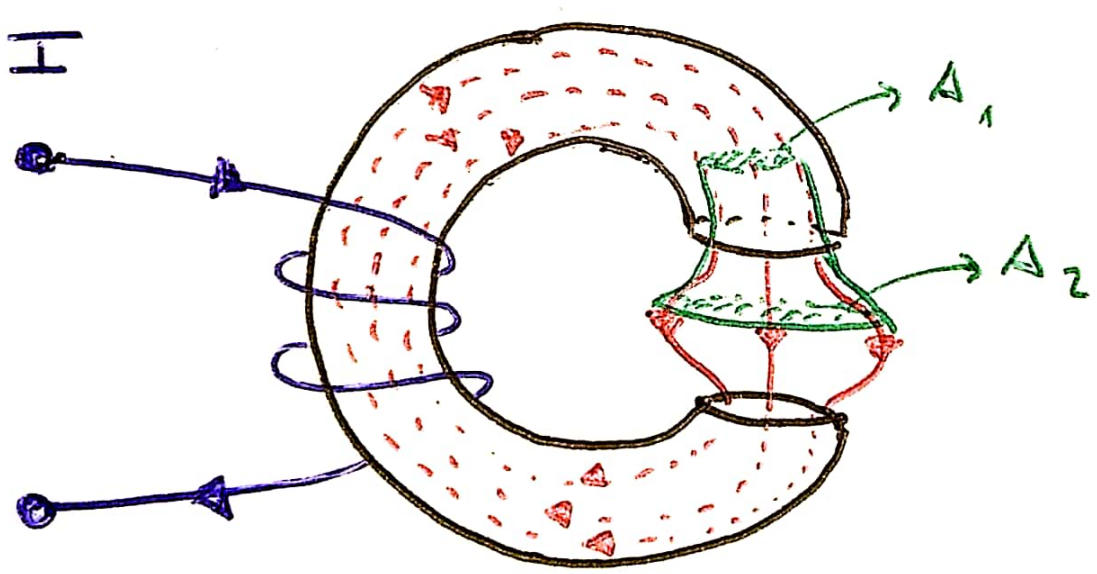
$$\int_{S_1} \vec{B_1} \cdot d\vec{S_1} = \int_{S_2} \vec{B_2} \cdot d\vec{S_2} \tag{2}$$

Definición de ϕ: Flujo de campo $\vec{B}$ a través de superficie $\vec{S}$.

$$\phi_1 = \phi_2 = \text{const} \tag{3}$$

La conservación del flujo magnético es válida incluso si hay un entrehierro

Circuitos magnéticos III



$$\phi_{\text{núcleo}} = \phi_{\text{entrehierro}}$$
$$B_{\text{núcleo}}\, A_{\text{núcleo}} = B_{\text{entrehierro}}\, A_{\text{entrehierro}} \tag{4}$$

Circuitos magnéticos IV

Las fuentes de rotor de $\vec{H}$ son las corrientes libres, entonces usando el teorema de Stokes obtenemos que

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = N\mathrm{I} \tag{5}$$

Si el material es lineal se cumple que $B = \mu H$ entonces

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \oint_C H\, d\ell = \oint_C \frac{\overbrace{\mu H}^{B}}{\mu}\, d\ell = \oint_C \frac{\overbrace{B\,A}^{\phi=\text{const}}}{\mu A}\, d\ell = \phi \oint_C \frac{d\ell}{\mu A} \equiv \phi\mathfrak{R} \tag{6}$$

donde definimos la **reluctancia**

$$\mathfrak{R} \equiv \int \frac{d\ell}{\mu A} = \frac{L}{\mu A} \tag{7}$$

Circuitos magnéticos V

Haciendo una analogía con circuitos eléctricos, podemos ver que la corriente I "fuerza" al flujo magnético ϕ a "moverse" a través del núcleo del toroide. Actúa como una **fuerza magnetomotriz** (en analogía a la *fuerza electromotriz*, fem, de los circuitos eléctricos). Entonces definimos la **fuerza magnetomotriz** (fmm) como

$$\mathfrak{F} \equiv N\mathrm{I} \tag{8}$$

Recordando que

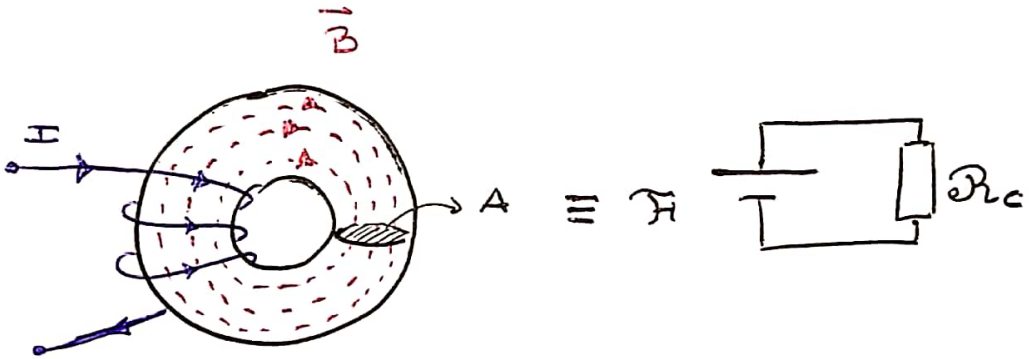
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = N\mathrm{I} = \mathfrak{F} \tag{9}$$

y la definición de reluctancia llegamos a una ley análoga a la ley de Ohm

$$\boxed{\phi\,\mathfrak{R} = \mathfrak{F}} \tag{10}$$

donde ϕ hace las veces de corriente, $\mathfrak{R}$ de resistencia y $\mathfrak{F}$ de fem.

Circuitos magnéticos VI



$$\phi\,\mathfrak{R}_c = \mathfrak{F}$$

Si tenemos como dato el número de vueltas N del devanado, la corriente aplicada I, la permeabilidad del material ferromagnético μ, la circunferencia media ℓ y la sección A del toroide podemos despejar el flujo ϕ y los campos B y H

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\mu A N \mathrm{I}}{\ell} \\ B &= \frac{\phi}{A} = \frac{\mu N \mathrm{I}}{\ell} \\ H &= \frac{B}{\mu} = \frac{N \mathrm{I}}{\ell} \end{aligned} \tag{11}$$

Circuitos magnéticos VII

Notemos que debido a la ecuación de la circulación de H podemos escribir

$$\mathfrak{F} - \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = 0 \tag{12}$$

Lo que nos da un análogo a la ley de voltajes de Kirchoff

$$\mathcal{E} - \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \mathcal{E} + \sum V = 0 \tag{13}$$

Para completar la analogía nos resta ver como poner reluctancias en paralelo y en serie (Problemas 17 y 19).

Circuitos magnéticos VIII

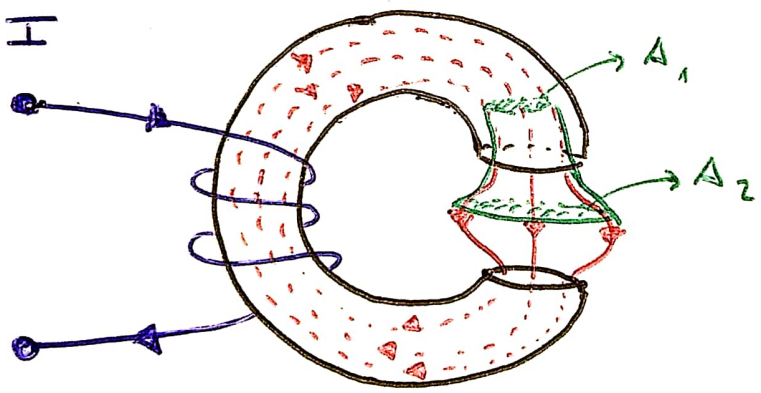
Algo de jerga:

- Se suele denominar al campo $\vec{B}$ **densidad de flujo magnético**;
- Se suele denominar al campo $\vec{H}$ **intensidad de campo magnético** o simplemente **campo magnético**.

Unidades

- El flujo magnético se mide en Weber $[\phi] = \mathtt{Wb} = \mathtt{T\,m}^2 = \mathtt{V\,s}$;
- La fuerza magnetomotriz se mide en Ampere ó Ampere por vuelta $[\mathfrak{F}] = \mathtt{A}$ ó $\mathtt{A}$/vuelta;
- La reluctancia se mide en Henry^{-1} $[\mathfrak{R}] = \mathtt{H}^{-1}$.

Problema 17 I



El flujo se mantien constante y tenemos que

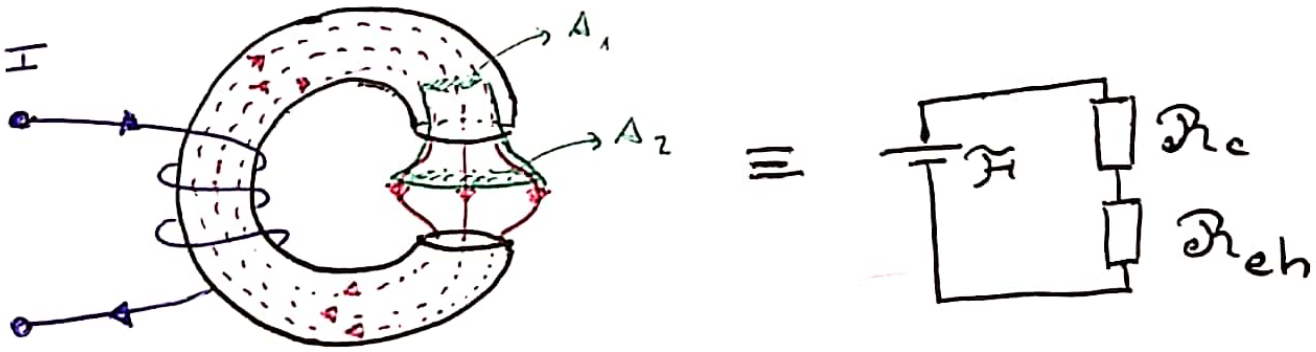
$$\phi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{R}_{\mathrm{eq}}} \tag{14}$$

Recordando la definición de reluctancia $\mathfrak{R} = \int \frac{d\ell}{\mu\, A}$

$$\mathfrak{R} = \int \frac{d\ell}{\mu\, A} = \frac{\ell_{\mathrm{nuc}}}{\mu_{\mathrm{nuc}}\, A_{\mathrm{nu}}} + \frac{\ell_{\mathrm{eh}}}{\mu_{\mathrm{eh}}\, A_{\mathrm{eh}}} = \mathfrak{R}_{\mathrm{nuc}} + \mathfrak{R}_{\mathrm{eh}} \tag{15}$$

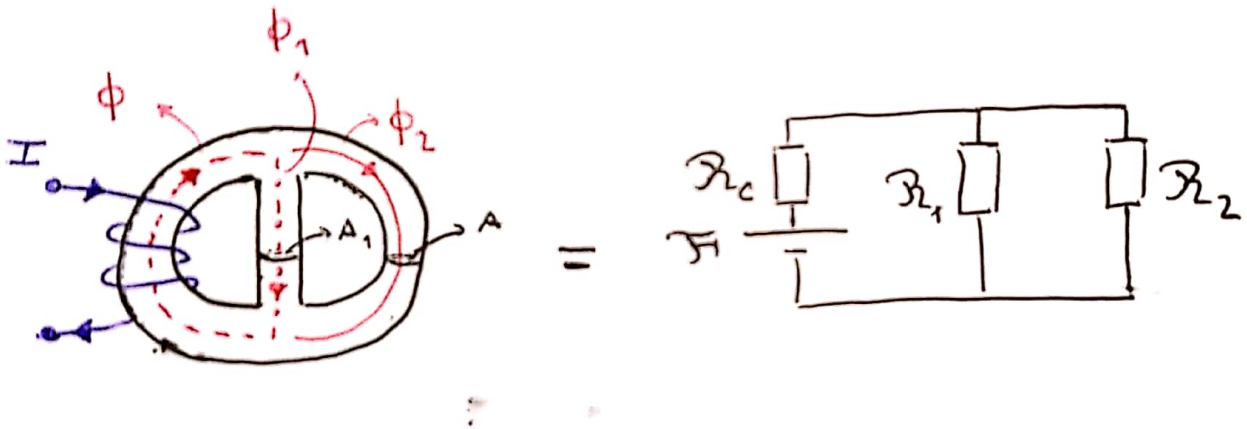
Problema 17 II

Entonces, podemos pensar el sistema anterior como un circuito magnético



$$\phi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{R}_{\text{nuc}} + \mathfrak{R}_{\text{eh}}} \tag{16}$$

Problema 19 I



El flujo se conserva a lo largo de todo el circuito

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 \tag{17}$$

Y recordando que se cumple una ley análoga a la LKV es posible deducir que

$$\mathfrak{R}_{\text{paralelo}}^{-1} = \mathfrak{R}_1^{-1} + \mathfrak{R}_2^{-1} \tag{18}$$

Comentario sobre fuentes de rotor y divergencia I

Comentario sobre fuentes de rotor y divergencia

Comentario sobre fuentes de rotor y divergencia I

La ley de Gauss para el campo desplazamiento eléctrico $\vec{D}$

$$\oint_{S=\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho_\ell dV \tag{19}$$

es válida siempre pero si hay fuentes de rotor no es suficiente para determinar completamente $\vec{D}$.
Lo mismo sucede con la ley de Ampère para el campo magnético $\vec{H}$

$$\oint_{C=\partial S} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \int_S \vec{j}_\ell \cdot d\vec{S} \tag{20}$$

es válida siempre pero si hay fuentes de divergencia no es suficiente para determinar completamente $\vec{H}$.

Comentario sobre fuentes de rotor y divergencia II

Recordar que en $D = 3$ vale el teorema de Helmholtz o teorema fundamental del cálculo vectorial que nos dice que todo campo vectorial (bien comportado) se puede expresar como la suma de una parte *irrotacional* (de rotor nulo) y una parte *solenoidal* (de divergencia nula)

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}\varphi + \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \tag{21}$$

y se cumplen la identidades

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla}\varphi \equiv 0 \quad \& \quad \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) \equiv 0 \tag{22}$$