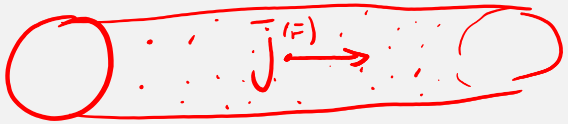
Clase 11: Corriente

3/5/2021

Arrancamos con la guía 3.



En esta guía veremos fenómenos estacionarios. Esto quiere decir que las cantidades que describen al sistema no dependen del tiempo.

$$\begin{cases} \rho \neq \rho(t) \\ \vec{j} \neq \vec{j}(t) \end{cases}$$

Si hablamos de régimen estacionario nos referimos a una densidad de corriente $\vec{j}$ y una densidad de carga ρ que no dependen del tiempo (o no varían en el tiempo) para todos los puntos del espacio.

Notar que hay movimiento de cargas al transcurrir el tiempo. **Estacionario $\neq$ Estático**

Corriente

$I \to$ depende de S.

La corriente I se define como la cantidad de carga por unidad de tiempo que fluye a través de una superficie dada.

$$I = \int_S \delta I = \int_S \bar{j} \cdot d\bar{S}$$

δN δV $\quad n = \dfrac{\delta N}{\delta V}$

$$\bar{j}(\bar{r},t) = \underbrace{\rho(\bar{r},t)}_{n \cdot q} \cdot \bar{u}(\bar{r},t); \qquad \boxed{\bar{j} = n\, q\, \bar{u}}$$

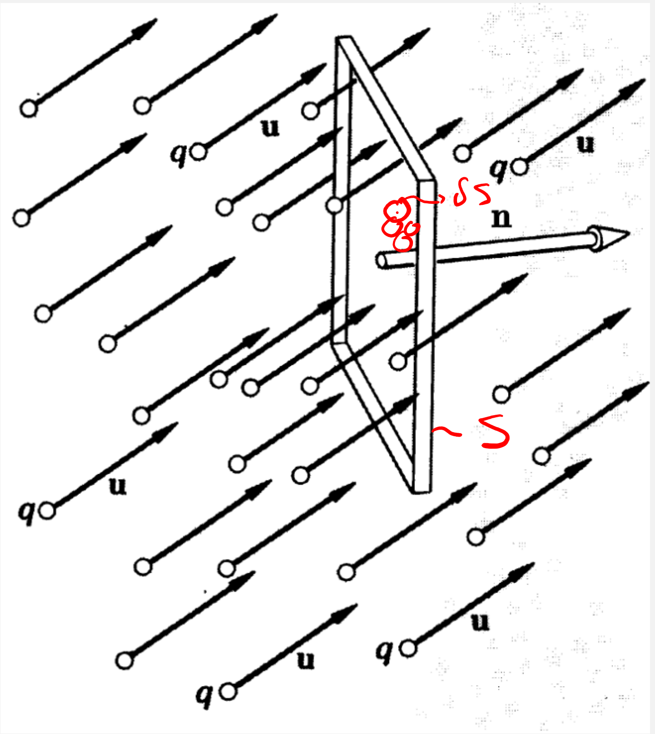


Figura tomada del Purcell

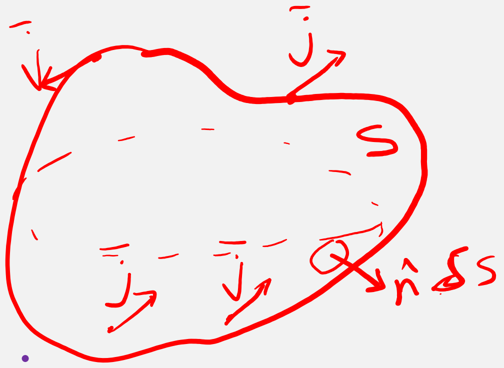
Unidades: $[I] = \dfrac{C}{s} \equiv A$ (Ampere); $\qquad [\vec{j}] = \dfrac{C}{s\, m^2} = \dfrac{A}{m^2}$

Ecuación de continuidad

Consideremos una superficie cerrada S. Hay una carga Q_{enc} que puede variar en el tiempo debido a las corrientes que entran y salen del volumen que engloba la superficie.

$$Q_{enc} = \int_{V(S)} d^3r' \, \rho(\vec{r}\,', t)$$

$$\oint_S \bar{A} \cdot \bar{dS} = \iiint_{V(S)} dV \, \bar{\nabla} \cdot \bar{A}$$



$$\frac{\partial Q_{enc}}{\partial t} = -\oint_S \underbrace{\bar{j} \cdot \bar{dS}}_{\bar{j} \cdot \hat{n}\, dS}$$

$$\int_{V(S)} d^3r' \, \frac{\partial \rho}{\partial t}(\vec{r}\,', t) = -\int_{V(S)} d^3r' \, \bar{\nabla} \cdot \bar{j}$$

$$\Rightarrow \int_{V(S)} d^3r' \underbrace{\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \bar{j} \right)}_{=0} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \bar{j} = 0}$$

Corriente

Régimen estacionario

Vamos a pedir tanto que $\vec{j}$ como ρ no dependan del tiempo.

$$\bar{j} = \rho\,\bar{u}\,, \qquad \underbrace{\frac{\partial \bar{j}}{\partial t}}_{=0} = \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{=0}\cdot \bar{u} + \rho \underbrace{\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}}_{=0} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial \bar{j}}{\partial t} = 0 \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0} \Rightarrow \boxed{\bar{\nabla}\cdot\bar{j} = 0}$$

Problema 5: Tubo de vacío

En un tubo de vacío hay un cátodo y un ánodo plano paralelos entre los que fluye una corriente de electrones. Este flujo de electrones crea una densidad de carga entre el cátodo y el ánodo a causa de la cual el potencial electrostático varía según la ley $V(x) = a\, x^{4/3}$, siendo x la distancia al cátodo y $a > 0$. Encuentre la densidad de carga y la densidad de corriente. Suponga que los electrones salen del cátodo con velocidad despreciable.

ρ $\bar{j}$?

$\bar{j} = \rho \bar{u}$

$j = \rho u$

$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{=0} + \bar{\nabla} \cdot \bar{j} = 0; \Rightarrow \bar{\nabla} \cdot \bar{j} = 0$$

$$\frac{\partial j}{\partial x} = 0 \Rightarrow \boxed{j = cte}$$

$$\bar{E} = -\bar{\nabla} V \Rightarrow \boxed{E = -\frac{4}{3} a x^{\frac{1}{3}}}$$

$$\rho = \varepsilon_0 \bar{\nabla} \cdot \bar{E} \Rightarrow \boxed{\rho = -\frac{4 \varepsilon_0 a}{9} x^{-\frac{2}{3}}}$$

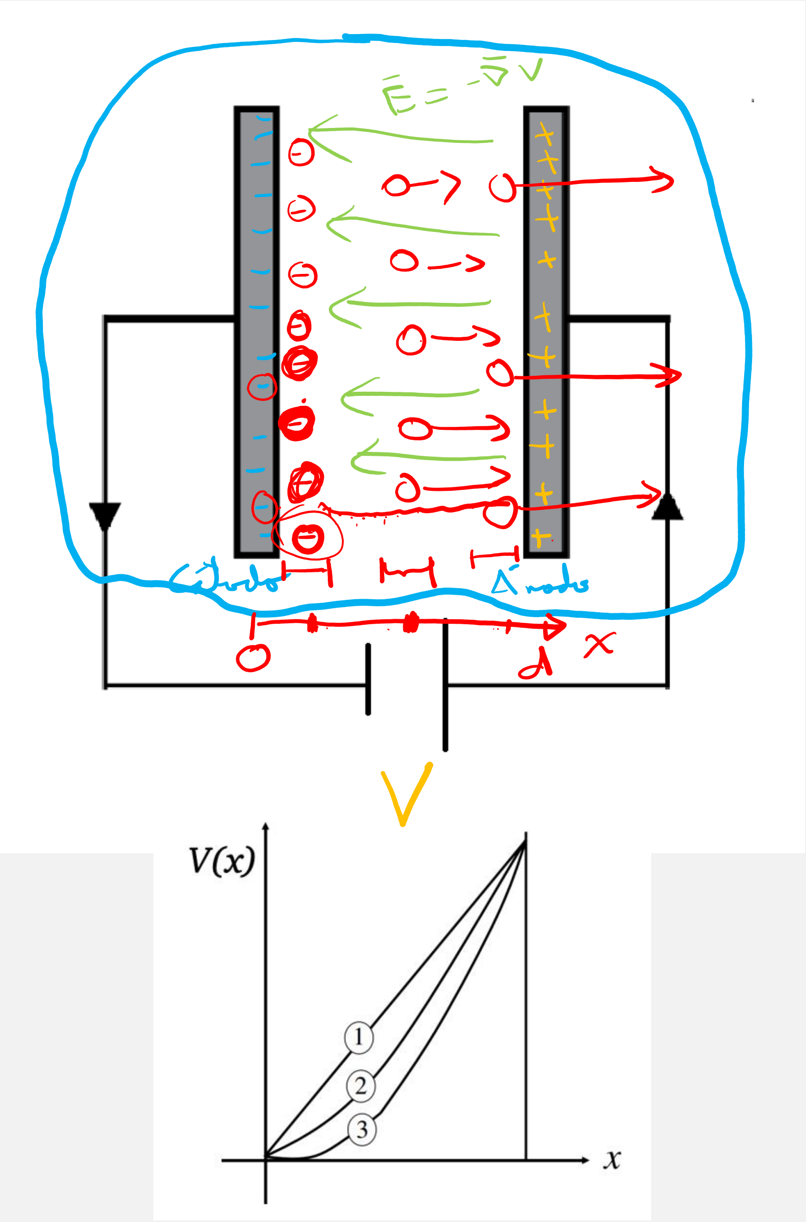


Figura del Zangwill

Problema 5: Tubo de vacío

$F = m\bar{a} \Rightarrow (\hat{x})\ F = m\dfrac{du}{dt} \Rightarrow -e.E = m\dfrac{du}{dt}$

$\Rightarrow \frac{4}{3} ae\, x^{\frac{1}{3}} = m\dfrac{du}{dt};$

$u(t) \rightarrow \underbrace{u(x)}_{\hookrightarrow\, u(x(t))}$

$\frac{4}{3} ae\, x^{\frac{1}{3}} = m\dfrac{du}{dx}\cdot\underbrace{\dfrac{dx}{dt}}_{=u}$

$\Rightarrow \frac{4}{3} ae \int_0^x x^{\frac{1}{3}}\, dx = m\int_{u(0)=0}^{u(x)} u\dfrac{du}{dx}\, dx$

Energía. $\begin{cases} E_i = E_f \\ \frac{1}{2}mu_i^2 + V(0). = \frac{1}{2}mu_f^2 + V(x)(-e) \end{cases}$

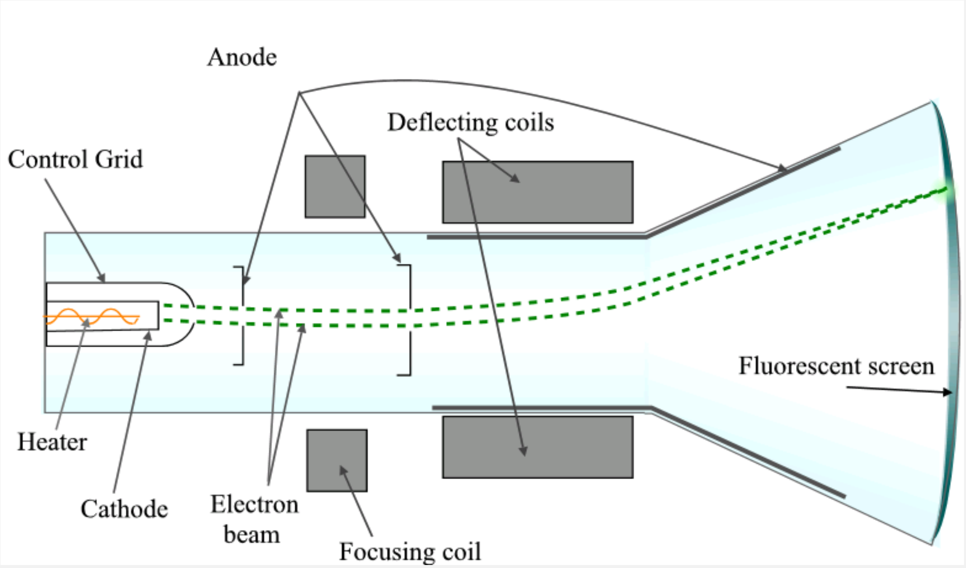
$\Rightarrow ae\, x^{\frac{4}{3}} = m\cdot\dfrac{u^2(x)}{2}$

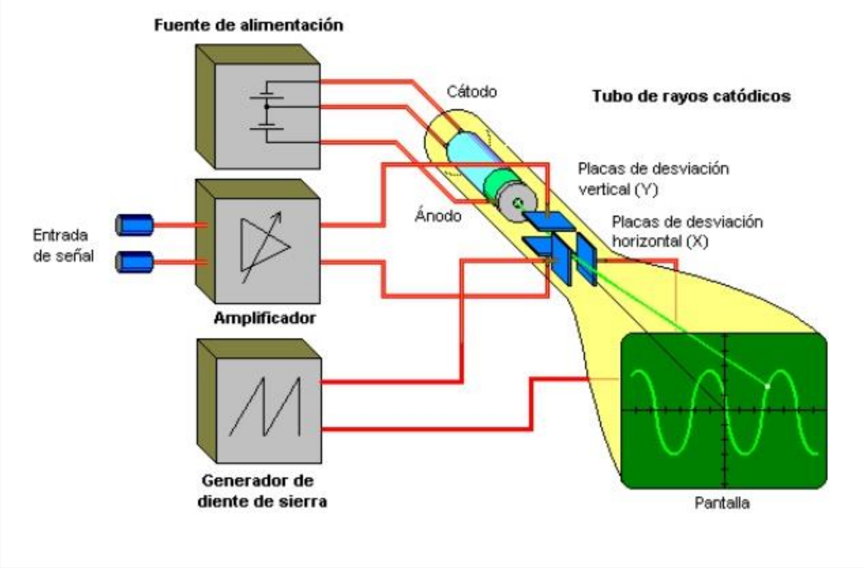
$\Rightarrow u(x) = \sqrt{\dfrac{2ae\, x^{\frac{4}{3}}}{m}}$

$\boxed{u(x) = \sqrt{\dfrac{2ae}{m}}\cdot x^{\frac{2}{3}}}$

$j = \rho u = -\frac{4}{9}\varepsilon_0 a\, x^{-\frac{2}{3}}\sqrt{\dfrac{2ae}{m}}\, x^{\frac{2}{3}} \Rightarrow \boxed{j = -\frac{4}{9}\varepsilon_0 a\sqrt{\dfrac{2ae}{m}}}$

<u>Problema 5:</u> Tubo de vacío





Imágenes de google

Cosas que funcionan usando haces de electrones:

- Osciloscopio
- Pantallas de TV viejas
- Microscopio electrónico

Vean Efecto Fotoeléctrico (no es de la materia)

Guía 3:

- **Problema 1:** buscar datos de resistencias (o potencias y voltajes para calcular R).
- **Problemas 2, 3 y 5** se centran en lo microscópico.
- **Problema 4:** es un problema macroscópico con una $\vec{j}$ a hallar.
- **Problemas 6 al 16** son ejercicios de circuitos (próximas clases)

Plancha : $P = 1100\,W$

$P = V \cdot I = \frac{V^2}{R} = R I^2$; $R = \frac{V^2}{P}$ (220V)

$V = I R$

$R = \frac{\eta \cdot L}{S}$

$R = \frac{(220V)^2}{1100W}$

$\boxed{R = 44\,\Omega}$

Resumen de fórmulas

$\vec{J} = \rho \overbrace{\langle \vec{v} \rangle}^{\bar{u}}$ ➡ $\vec{J} = n\, q\, \overbrace{\langle \vec{v} \rangle}^{\bar{u}}$

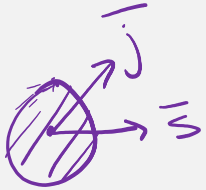
$\bar{j}\cdot\hat{n} = cte$ en todo S

S es una superficie con la misma normal en toda la superficie.

$dI = \vec{J}.\vec{ds}$ ➡ $I = \int_S \vec{J}.\vec{ds}$ ➡ y: $I = \vec{J}.\vec{S} = j\hat{n}\; S\hat{n}$

(ver con cuidado)

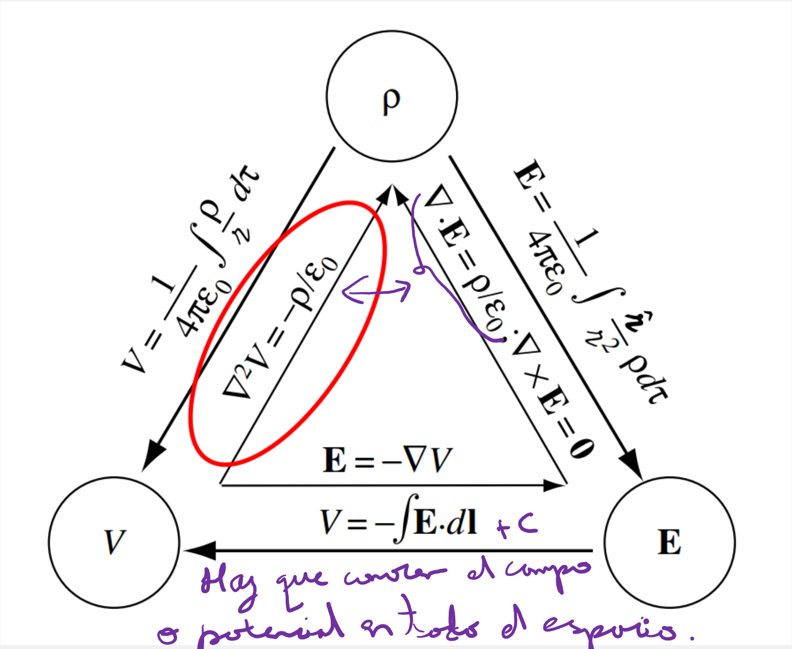
$I = j_n S$



$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.\,\vec{J} = 0$

Estacionario:

$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = 0$ ➡ $\vec{\nabla}.\,\vec{J} = 0$



Hay que conocer el campo o potencial en todo el espacio.

Figura del Griffiths

$\nabla \times \bar{E} = 0 \Rightarrow \bar{E} = -\bar{\nabla} V$

$\Rightarrow -\bar{\nabla}\cdot\bar{\nabla} V = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$\boxed{\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$