Clase 1: Ley de Coulomb - Campo electrostático

universidad de buenos aires - exactas
departamento de física

22 de marzo de 2021

Clase 1

- Ley de Coulomb para partículas puntuales: Módulo y Dirección de la Fuerza Eléctrica
- Campo eléctrico para una distribución de cargas puntuales
- Campo eléctrico para una distribución continua de cargas
- Unidades

Ley de Coulomb

En primer lugar, recordemos la ley de Coulomb que nos permite calcular la fuerza entre dos partículas cargadas. Definimos $\vec{F}_{q_1}$: la fuerza sobre la partícula cargada 1, que ejerce una partícula 2 de la siguiente manera:

$$\vec{F}_{q_1} = \frac{k q_1 q_2 (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \tag{1}$$

donde $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$,
q_1 valor de la carga eléctrica de la partícula 1,
q_2 valor de la carga eléctrica de la partícula 2,
$\vec{r}_1$ es la posición de la partícula 1, en este caso la partícula que siente la fuerza generada por la carga 2,
$\vec{r}_2$ es la posición de la partícula 2, es decir, la partícula que genera la fuerza .
Para resolver los ejercicios 1 y 2 necesitaremos sólamente del módulo de la fuerza descripta por la ecuación (1). Para el ejercicio 3 será muy relevante la **dirección** y **sentido** de la fuerza.

Ley de Coulomb para muchas cargas

Podemos generalizar la expresión anterior para el caso de la fuerza sobre una carga q situada en la posición $\vec{r}$ generada por una configuración de cargas q_i situadas en posiciones $\vec{r}_i$ de la siguiente manera:

$$\vec{F}_q(\vec{r}) = kq \sum_i \frac{q_i(\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \qquad (2)$$

donde $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$,

Para el ejercicio 3 será muy relevante la **dirección** y **sentido** de la fuerza.

Ley de Coulomb para muchas cargas

Podemos generalizar la expresión anterior para el caso de la fuerza sobre una carga q situada en la posición $\vec{r}$ generada por una configuración de cargas q_i situadas en posiciones $\vec{r}_i$ de la siguiente manera:

$$\vec{F}_q(\vec{r}) = kq \sum_i \frac{q_i(\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \tag{2}$$

donde $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$,

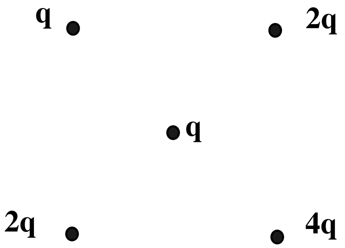
Para el ejercicio 3 será muy relevante la **dirección** y **sentido** de la fuerza.

Es importante destacar que para la fuerza eléctrica vale el PRINCIPIO DE SUPERPOSICION, es decir, la fuerza generada por un conjunto de cargas es **la suma de las fuerzas individuales generadas por cada una de ellas**.

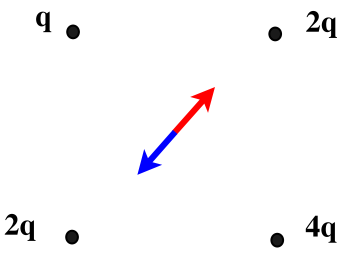
Introducción al Problema 3

En este ejercicio es importante deducir a partir de la ecuación (2) y de la simetría de la configuración cuál será la dirección de la fuerza, lo cual nos permitirá hacer menos cuentas.

El problema 3 pide evaluar la fuerza sobre la carga q ubicada en el centro del cuadrado generada por las cargas que están en los vértices del mismo.



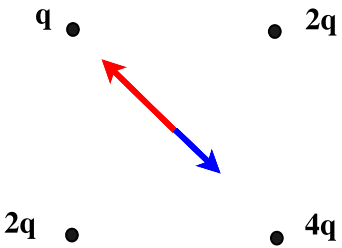
$$\vec{F}_q(\vec{r}) = kq \sum_i \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}$$



La flecha azul indica la dirección de la fuerza eléctrica generado por la carga $2q$ ubicada en la esquina superior derecha, mientras que la flecha roja indica la dirección de la fuerza eléctrica generado por la carga $2q$ ubicada en la esquina inferior izquierda. Como ambas cargas tienen igual valor y signo, la fuerza total sobre la carga q que se encuentra en el centro del cuadrado se anula.

LA FUERZA TOTAL DE AMBAS CARGAS SOLO SE ANULA EN EL CENTRO DEL CUADRADO.

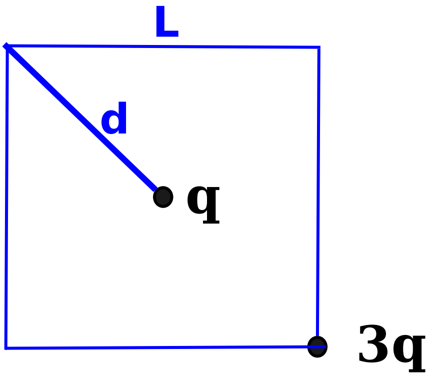
Introducción al Problema 3



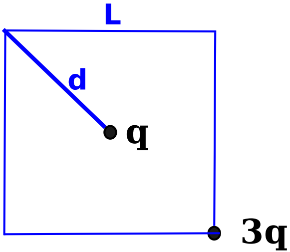
La flecha azul indica la dirección de la fuerza eléctrica generado por la carga q ubicada en la esquina superior izquierda, mientras que la flecha roja indica la dirección de la fuerza eléctrica generado por la carga $4q$ ubicada en la esquina inferior derecha. En este caso, las cargas no tienen el mismo valor y por eso la fuerza total no se anulará. .

Introducción al Problema 3

Solamente a efectos de calcular la fuerza total de la configuración de cargas sobre la carga q ubicada en el centro del cuadrado, el problema equivalente al planteado en el ejercicio 3 es el de la siguiente figura:



Es fácil ver que $d^2 = (\frac{L}{2})^2 + (\frac{L}{2})^2$,



El centro de coordenadas lo voy a elegir en la posición de la carga q. De esta manera, $\vec{r} = (0, 0, 0)$. A su vez, la posición de la carga $3q$ será: $\vec{r_{3q}} = (L/2, -L/2, 0)$. Aplicando la ecuación 2 al problema de la figura anterior, obtenemos la fuerza total sobre la carga q:

$$\vec{F}_q(0, 0, 0) = \frac{k3q^2}{(L/\sqrt{2})^3}(-L/2, L/2, 0) \tag{3}$$

Se animan ahora a hacer el problema 4? Sólo hay que recordar la expresión el campo eléctrico para una distribución de cargas puntuales:

Campo eléctrico para cargas puntuales

A continuación, recordemos la expresión del campo eléctrico para una distribución de cargas puntuales:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{kq_i(\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \tag{4}$$

donde $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$,
q_i valor de la carga eléctrica de la partícula i,
$\vec{r}_i$ es lo que llamamos punto fuente, es decir, las posiciones de las cargas que son fuente del campo eléctrico,
$\vec{r}$ es lo que llamanos punto campo, es decir, la posición donde vamos a evaluar el campo eléctrico.

Campo eléctrico para cargas puntuales

A continuación, recordemos la expresión del campo eléctrico para una distribución de cargas puntuales:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{kq_i(\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \tag{4}$$

donde $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$,
q_i valor de la carga eléctrica de la partícula i,
$\vec{r}_i$ es lo que llamamos punto fuente, es decir, las posiciones de las cargas que son fuente del campo eléctrico,
$\vec{r}$ es lo que llamanos punto campo, es decir, la posición donde vamos a evaluar el campo eléctrico.
Es importante destacar que para el campo eléctrico vale el PRINCIPIO DE SUPERPOSICION, es decir, el campo de un conjunto de cargas es **la suma de los campos generados por cada una de ellas**.

Campo eléctrico para una distribución continua de cargas

A continuación, recordemos la expresión del campo eléctrico para una distribución continua de cargas:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{V'} \frac{k\rho(r')(\vec{r} - \vec{r'})}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3} d^3r' \tag{5}$$

donde $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$,
$\rho(r')$ es la distribución de cargas cuyo campo queremos calcular
$\vec{r'}$ es lo que llamamos punto fuente, es decir, la posición de la distribución de cargas que es fuente del campo eléctrico,
$\vec{r}$ es lo que llamanos punto campo, es decir, la posición donde vamos a evaluar el campo eléctrico.

Campo eléctrico para una distribución continua de cargas

En algunos casos (por ejemplo en los Problemas 5 y 6) la configuración de cargas, será una distribución lineal o superficial de cargas. Entonces, para una distribución lineal de cargas λ:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{l'} \frac{k\lambda(r')(\vec{r} - \vec{r'})}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3} dl' \qquad (6)$$

Campo eléctrico para una distribución continua de cargas

En algunos casos (por ejemplo en los Problemas 5 y 6) la configuración de cargas, será una distribución lineal o superficial de cargas. Entonces, para una distribución lineal de cargas λ:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{l'} \frac{k\lambda(r')(\vec{r} - \vec{r'})}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3} dl' \tag{6}$$

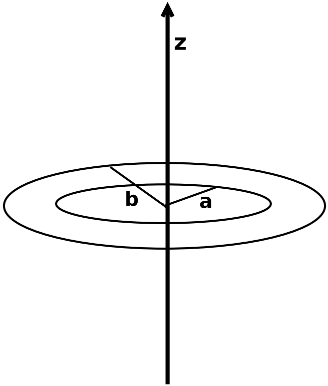
Y para una distribución superficial de cargas σ:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{\sigma'} \frac{k\sigma(r')(\vec{r} - \vec{r'})}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3} dS' \tag{7}$$

donde $\vec{r}$ y $\vec{r'}$ tienen los mismos significados que los descriptos en la ecuación 5.

Ayuda para resolver el problema 6

Terminamos la clase, con una ayuda para resolver el problema 6 a partir de la ecuación 7.



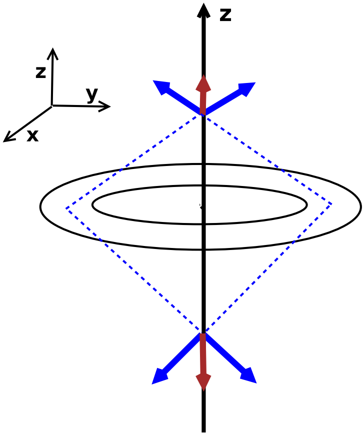
En este problema, $\vec{r'}$ tiene que describir la posición de la corona circular, entonces;

$$\vec{r'} = (r' \cos\phi', r' \sin\phi', 0) \quad (8)$$

mientras que $\vec{r}$ es la posición de los puntos donde queremos calcular el campo, en este caso el eje z, De manera que :

$$\vec{r} = (0, 0, z) \quad (9)$$

Ayuda para resolver el problema 6



Finalmente, es importante, usar la simetría de la configuración para hacer menos cuentas. Se puede ver que sobre el eje z las contribuciones al campo eléctrico de la corona se anulan salvo en la dirección del eje z, es decir: $\vec{E} = E\hat{z}$

Unidades de la Fuerza eléctrica

Vamos a utilizar el Sistema Internacional de Unidades (SI). Recordemos la expresión del módulo de la fuerza eléctrica que ejerce sobre una carga q_1 una carga q_2:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

donde d es la distancia entre la carga 1 y la carga 2 y

$$\epsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{seg}^2\,\mathrm{C}^2}{\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^3}$$

donde C refiere a Coulomb que son unidades de carga y $\mathrm{F} = \frac{\mathrm{seg}^2\mathrm{C}^2}{\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^2}$ refiere a Faradio. NO CONFUNDIR F Faradio con F Fuerza.

Unidades de la Fuerza eléctrica

Vamos a utilizar el Sistema Internacional de Unidades (SI). Recordemos la expresión del módulo de la fuerza eléctrica que ejerce sobre una carga q_1 una carga q_2:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

donde d es la distancia entre la carga 1 y la carga 2 y

$$\epsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{seg}^2\,\mathrm{C}^2}{\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^3}$$

donde C refiere a Coulomb que son unidades de carga y $\mathrm{F} = \frac{\mathrm{seg}^2\mathrm{C}^2}{\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^2}$ refiere a Faradio. NO CONFUNDIR F Faradio con F Fuerza. De esta manera las unidades de la Fuerza resultan ser Newton:

$$[F] = \frac{\mathrm{C}^2\,\mathrm{m}}{\mathrm{F}\,\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{C}^2\,\mathrm{m}\;\;\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^2}{\mathrm{m}^2\qquad\mathrm{seg}^2\,\mathrm{C}^2} = \frac{\mathrm{kg}\,\mathrm{m}}{\mathrm{seg}^2}$$

A su vez sabemos que las unidades del campo eléctrico son unidades de Fuerza/Carga, es decir:

$$[E] = \frac{[F]}{[Q]} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

Recordemos la expresión del módulo del campo eléctrico de una carga q:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

Entonces las unidades del campo eléctrico:

$$[E] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}\frac{\mathrm{m}^3\,\mathrm{kg}}{\mathrm{seg}^2\,\mathrm{C}^2} = \frac{\mathrm{m}\,\mathrm{kg}}{\mathrm{seg}^2\,\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

Definimos ahora unidades que nos van a servir durante todo el curso:
Comenzamos por el Ampere, las unidades de la corriente eléctrica:

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{seg}}$$

Unidades del campo eléctrico

Definimos ahora unidades que nos van a servir durante todo el curso:
Comenzamos por el Ampere, las unidades de la corriente eléctrica:

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{seg}}$$

Con esta definición las unidades del campo eléctrico se pueden expresar:

$$[E] = \frac{\mathrm{m\,kg}}{\mathrm{seg}^3\,\mathrm{A}}$$

Unidades del campo eléctrico

Definimos ahora unidades que nos van a servir durante todo el curso:
Comenzamos por el Ampere, las unidades de la corriente eléctrica:

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{seg}}$$

Con esta definición las unidades del campo eléctrico se pueden expresar:

$$[E] = \frac{\mathrm{m\,kg}}{\mathrm{seg}^3\,\mathrm{A}}$$

Definimos ahora el Volt, la unidades del potencial eléctrico:

$$V = \frac{\mathrm{m}^2\,\mathrm{kg}}{\mathrm{seg}^3\,\mathrm{A}}$$

Unidades del campo eléctrico

Definimos ahora unidades que nos van a servir durante todo el curso:
Comenzamos por el Ampere, las unidades de la corriente eléctrica:

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{seg}}$$

Con esta definición las unidades del campo eléctrico se pueden expresar:

$$[E] = \frac{\mathrm{m\,kg}}{\mathrm{seg}^3\,\mathrm{A}}$$

Definimos ahora el Volt, la unidades del potencial eléctrico:

$$V = \frac{\mathrm{m}^2\,\mathrm{kg}}{\mathrm{seg}^3\,\mathrm{A}}$$

Con esta definición, las unidades del campo eléctrico son:

$$[E] == \frac{\mathrm{m\,kg}}{\mathrm{seg}^3\,\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Unidades del campo eléctrico

Finalmente, también nos será de utilidad el Watt:

$$\mathrm{W} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{seg}} = \mathrm{VA}$$

donde J refiere a Joule.