Clase 12: Corriente continua (continuación)

universidad de buenos aires - exactas
departamento de física

3 de mayo de 2021

Corriente continua

Para resolver los circuitos de corriente continua siempre se utiliza el hecho de que **la sumatoria de las caídas de tensión a lo largo de una malla es igual a 0**. A su vez, podemos distinguir dos métodos:

- Método 1: Utiliza las corrientes de rama y plantea las caídas de tensión usando corrientes de rama. Ademas se utiliza:
  - Ley de Kirchoff: En cada nodo del circuito

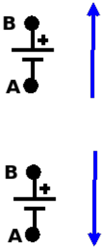
$$\sum_{\text{Corrientes entrantes}_i} I_i = \sum_{\text{Corrientes salientes}_j} I_j$$

- Método 2: Utiliza las corrientes de malla y plantea las caídas de tensión usando las corrientes de malla.

Ambos métodos sirven para calcular las corrientes y se pueden usar indistintamente. Vamos a ver como se aplica al problema 6 ambos métodos.

ΔV EN BATERÍAS

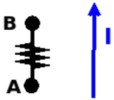
La batería tiene 12 Volt

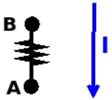


- Si el sentido
  del recorrido es del polo negativo
  al polo positivo de la batería, hay una
  subida de tensión : $V_B - V_A = 12\mathrm{V}$
- Si el sentido
  del recorrido es del polo positivo al
  polo negativo de la batería, hay una
  bajada de tensión : $V_A - V_B = -12\mathrm{V}$

ΔV EN RESISTENCIAS

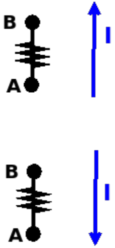
Veamos la caída de tensión en una resistencia:





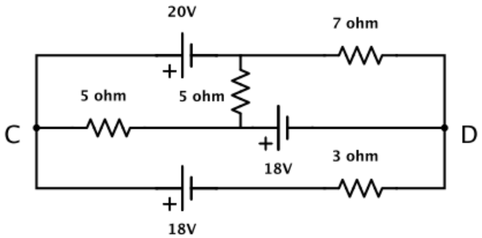
ΔV EN RESISTENCIAS

Veamos la caída de tensión en una resistencia:

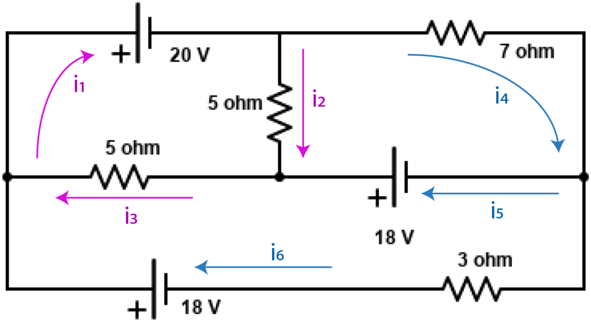


- Si recorro la malla en el mismo sentido que la corriente: $V_B - V_A = -IR$
- Si recorro la malla en el sentido opuesto al de la corriente : $V_B - V_A = IR$

Problema 6

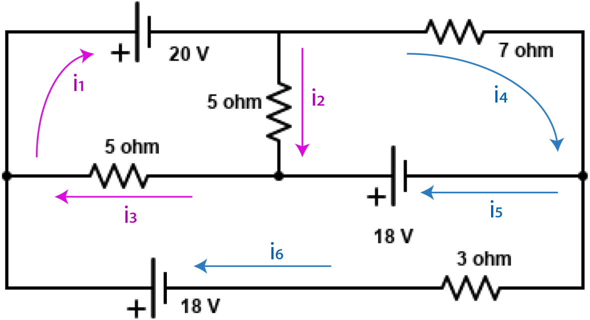


1. Las corrientes en los bornes de las fuentes de tensión de 18 V y 20 V.
2. La diferencia de potencial entre C y D.
3. La potencia disipada por la resistencia de $5\,\Omega$ (entre C y la fuente de 18 V).
4. Se coloca un amperímetro en serie con la batería de 20 V. ¿Qué corriente mide si la resistencia del amperímetro es $R_a = 1\,\Omega$?
5. Repita el punto anterior pero ahora considerando que el amperímetro está en serie con la resistencia de $3\,\Omega$.



Para la primera malla, recorriendo en sentido horario:

$$-20\text{V} - i_2\,5\Omega - i_3\,5\Omega = 0$$

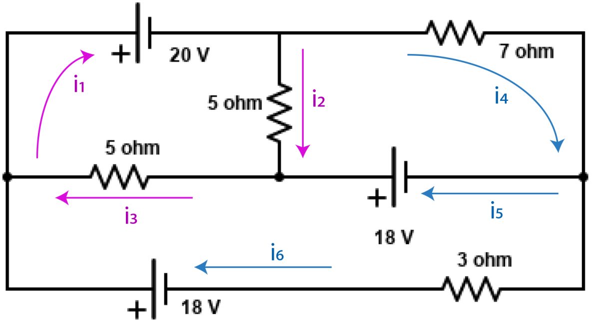


Para la primera malla, recorriendo en sentido horario:

$$-20\mathrm{V} - i_2\,5\Omega - i_3\,5\Omega = 0$$

Para la segunda malla, recorriendo en sentido horario:

$$-(-i_2)\,5\Omega - i_4\,7\Omega + 18V = 0$$



Para la primera malla, recorriendo en sentido horario:

$$-20\mathrm{V} - i_2\, 5\Omega - i_3\, 5\Omega = 0$$

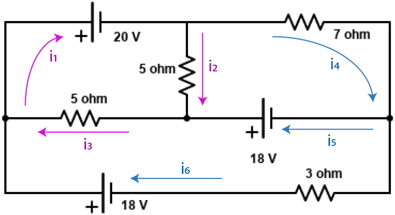
Para la segunda malla, recorriendo en sentido horario:

$$-(-i_2)\, 5\Omega - i_4\, 7\Omega + 18V = 0$$

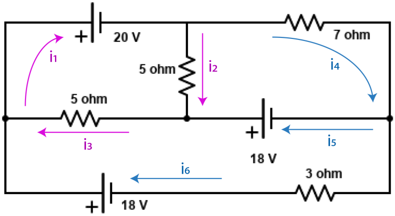
Para la tercera malla, recorriendo en sentido horario:

$$-(-i_3)\, 5\Omega - 18V - i_6\, 3\Omega + 18V = 0$$

Problema 6



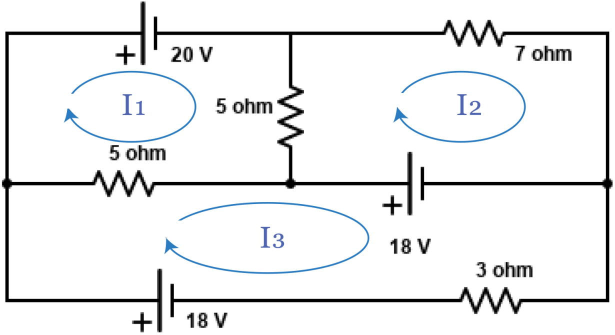
Problema 6



No es posible resolver el sistema de la filmina anterior porque tenemos 3 ecuaciones y 4 incógnitas (i_2, i_3, i_4, i_6). Por la ley de Kirchoff sabemos que:

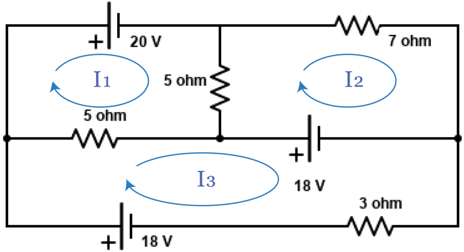
$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_4 \\ i_2 + i_5 &= i_3 \\ i_3 + i_6 &= i_1 \\ i_4 &= i_5 + i_6 \end{aligned}$$

Ahora tengo 7 ecuaciones y 6 incógnitas y voy a poder resolver el sistema.



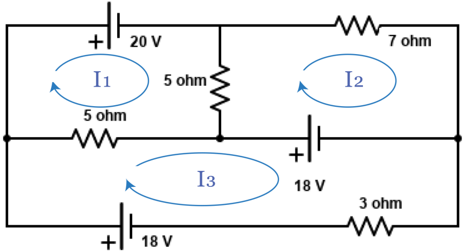
Primero voy a escribir las corrientes de rama (i_i) en función de las corrientes de malla (I_i):

$$i_1 = I_1 \qquad i_4 = I_2$$
$$i_2 = I_1 - I_2 \qquad i_5 = I_2 - I_3$$
$$i_3 = I_1 - I_3 \qquad i_6 = I_3$$



Ahora voy a escribir las caídas de tensión en cada malla en función de las corrientes de malla que no son corrientes verdaderas pero son herramientas útiles para resolver los circuitos. Para la primera malla, puedo escribir:

$$-20\mathrm{V} - (I_1 - I_2)\,5\Omega - (I_1 - I_3)\,5\Omega = 0$$

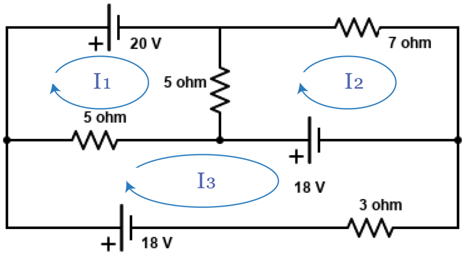


Ahora voy a escribir las caídas de tensión en cada malla en función de las corrientes de malla que no son corrientes verdaderas pero son herramientas útiles para resolver los circuitos. Para la primera malla, puedo escribir:

$$-20\mathrm{V} - (I_1 - I_2)\,5\Omega - (I_1 - I_3)\,5\Omega = 0$$

Para la segunda malla recorriendo siempre en sentido horario:

$$-(I_2 - I_1)\,5\Omega - I_2\,7\Omega + 18V = 0$$



Ahora voy a escribir las caídas de tensión en cada malla en función de las corrientes de malla que no son corrientes verdaderas pero son herramientas útiles para resolver los circuitos. Para la primera malla, puedo escribir:

$$-20\mathrm{V} - (I_1 - I_2)\,5\Omega - (I_1 - I_3)\,5\Omega = 0$$

Para la segunda malla recorriendo siempre en sentido horario:

$$-(I_2 - I_1)\,5\Omega - I_2\,7\Omega + 18V = 0$$

Para la tercera malla puedo escribir:

$$-(I_3 - I_1)\,5\Omega - 18V - I_3\,3\Omega + 18V = 0$$

Problema 6

De esta manera, tenemos 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Ordenando un poco las cuentas obtenemos:

$$\begin{aligned} 20V &= -10\Omega\, I_1 + 5\Omega\, I_2 + 5\Omega\, I_3 \\ 18V &= -5\Omega\, I_1 + 12\Omega\, I_2 \\ 0 &= 5\Omega\, I_1 - 8\Omega\, I_3 \end{aligned}$$

Problema 6

De esta manera, tenemos 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Ordenando un poco las cuentas obtenemos:

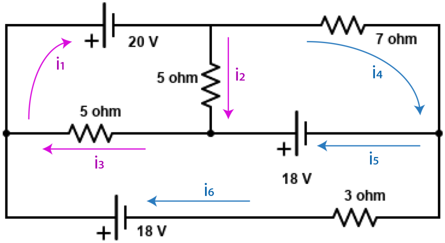
$$\begin{aligned} 20V &= -10\Omega\, I_1 + 5\Omega\, I_2 + 5\Omega\, I_3 \\ 18V &= -5\Omega\, I_1 + 12\Omega\, I_2 \\ 0 &= 5\Omega\, I_1 - 8\Omega\, I_3 \end{aligned}$$

De esta manera obtenemos las corrientes de malla:

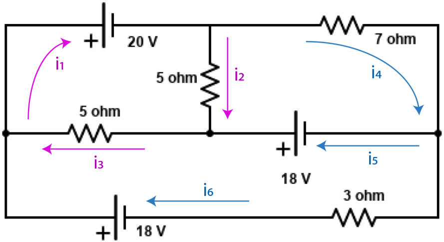
$$I_1 = -\frac{60}{23}\,\mathrm{A} \qquad I_2 = \frac{19}{46}\,\mathrm{A} \qquad I_3 = -\frac{75}{46}\,\mathrm{A}$$

y las corrientes de rama:

$$\begin{aligned} i_1 &= -\frac{60}{23}\,\mathrm{A} \qquad i_2 = -\frac{139}{46}\,\mathrm{A} \qquad i_3 = -\frac{45}{46}\,\mathrm{A} \\ i_4 &= \frac{19}{46}\,\mathrm{A} \qquad i_5 = \frac{47}{23}\,\mathrm{A} \qquad i_6 = -\frac{75}{46}\,\mathrm{A} \end{aligned}$$



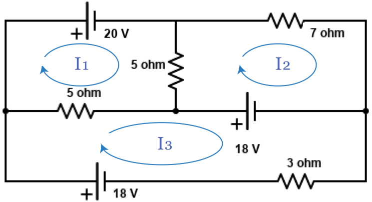
$$\Delta V_{CD} = V_C - V_D = -i_3\,5\Omega + 18\text{V} = \frac{1053}{46}\text{V}$$



$$\Delta V_{CD} = V_C - V_D = -i_3\, 5\Omega + 18\mathrm{V} = \frac{1053}{46}\mathrm{V}$$

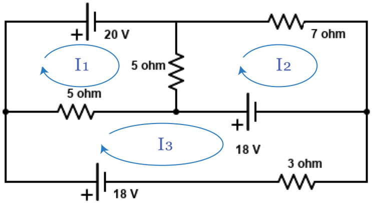
Por otra parte la potencia disipada en la resistencia de 5Ω (entre C y la fuente de 18 V) es:

$$P = i_3^2\, 5\Omega = 4{,}78\,\mathrm{Watt}$$



Si se coloca un amperímetro en serie con la batería de $20V$ y la resistencia del mismo es 1Ω, la ecuaciones serán:

$$
\begin{aligned}
-20V - 1\Omega\, I_1 - (I_1 - I_2)\,5\Omega - (I_1 - I_3)\,5\Omega &= 0 \\
-(I_2 - I_1)\,5\Omega - I_2\,7\Omega + 18V &= 0 \\
-(I_3 - I_1)\,5\Omega - 18V - I_3\,3\Omega + 18V &= 0
\end{aligned}
$$

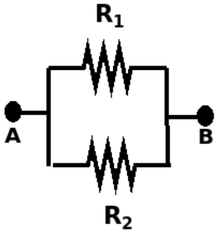


Si el amperímetro está en serie con la resistencia de 3Ω, la ecuaciones serán:

$$\begin{aligned} -20V - (I_1 - I_2)\,5\Omega\, - (I_1 - I_3)\,5\Omega &= 0 \\ -(I_2 - I_1)\,5\Omega - I_2\,7\Omega + 18V &= 0 \\ -(I_3 - I_1)\,5\Omega - 18V - I_3\,3\Omega - I_3 1\Omega + 18V &= 0 \end{aligned}$$

Resistencias en serie y en paralelo

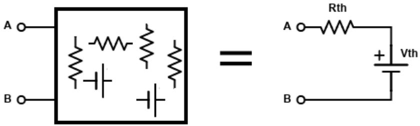
$$R_{\mathrm{eq}}^{AB} = R_1 + R_2$$



$$R_{\mathrm{eq}}^{AB} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1}$$

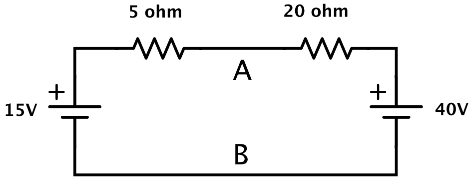
Teorema de Thevenin

El teorema de Thevenin establece que si una parte de un circuito eléctrico está comprendida entre dos terminales A y B, esta parte puede sustituirse por un circuito equivalente compuesto por una fuente y una resistencia a las que llamaremos V_{AB}^{eq} y R_{eq}:



- La resistencia equivalente R_{eq} es la resistencia equivalente entre A y B sustituyendo donde hay fuentes por un cable (cortocircuitando las fuentes).
- La fuente equivalente V_{eq} es la caída de tensión entre A y B a circuito abierto.

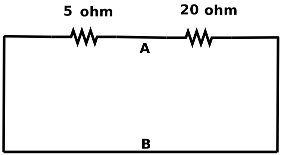
Problema 8



1. Hallar el equivalente de Thevenin entre los puntos A y B
2. Determinar la potencia suministrada a una resistencia R
3. Hallar el valor de R tal que la transferencia de potencia sea máxima

Problema 8

En este circuito, reemplazar las fuentes por cables, nos lleva al siguiente circuito:

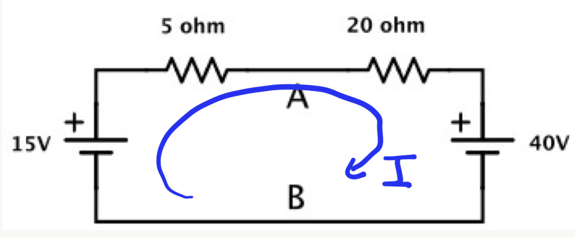


Se puede ver que la resistencia de 5Ω está en paralelo con la resistencia de 20Ω:

$$R_{\text{eq}} = \left(\frac{1}{5\,\Omega} + \frac{1}{20\,\Omega}\right)^{-1} = 4\,\Omega$$

Problema 8

Ahora vamos a calcular la fuente equivalente V_{AB}^{eq}.



Como el circuito tiene una sola malla es facil ver que la corriente que circula se puede calcular a partir de la siguiente ecuación:

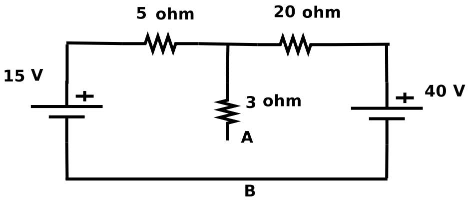
$$15V - I(5\Omega + 20\Omega) - 40V = 0$$

Con lo cual se obtiene que : $I = -1$ A. Entonces

$$\begin{aligned} V_{AB}^{\text{eq}} &= 15V + 5\Omega\,1A = 20V \\ &= 40V - 20\Omega\,1A = 20V \end{aligned}$$

Aclaración importante

Supongamos que el circuito que nos presentan es el siguiente:

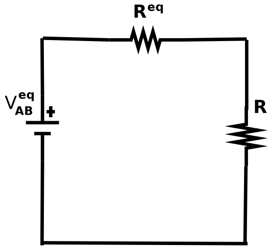


En este caso, como tenemos que calcular la V_{AB}^{eq} a circuito abierto, NO circula corriente por la resistencia de 3Ω y por lo tanto la V_{AB}^{eq} es la misma que en el caso del circuito anterior. No asi la R_{eq}, que se calcula de la siguiente manera:

$$R_{\text{eq}} = 3\Omega + \left(\frac{1}{5\,\Omega} + \frac{1}{20\,\Omega}\right)^{-1} = 7\,\Omega$$

Problema 8

Volviendo al Problema 8, se pide determinar la potencia suministrada a una resistencia que se conecta entre A y B si su valor es: (i) $R_1 = 1\Omega$.



Primero tenemos que calcular la corriente que circula por **este circuito**:

$$V_{AB}^{\text{eq}} - IR_{\text{eq}} - IR = 0$$

Por lo tanto se obtiene:

$$I = \frac{V_{AB}^{\text{eq}}}{R_{\text{eq}} + R} = \frac{20V}{4\Omega + 1\Omega} = 4A$$

Y ahora calculamos la potencia disipada por la resistencia:

$$P = I^2 R = (4A)^2\, 1\Omega = 16\,\text{Watt}$$

Recapitulemos un poco y escribamos la potencia disipada por la resistencia en función de R_{eq}:

$$P(R) = I^2 R = \frac{{V_{AB}^{\mathrm{eq}}}^2 R}{(R_{\mathrm{eq}} + R)^2}$$

Para calcular cuando esa potencia es máxima:

$$\begin{aligned} \frac{dP(R)}{dR} &= {V_{AB}^{\mathrm{eq}}}^2 \frac{(R_{\mathrm{eq}} + R)^2 - R2(R_{\mathrm{eq}} + R)}{(R_{\mathrm{eq}} + R)^4} = 0 \\ &= {V_{AB}^{\mathrm{eq}}}^2 \frac{(R_{\mathrm{eq}} + R) - R\,2)}{(R_{\mathrm{eq}} + R)^3} = {V_{AB}^{\mathrm{eq}}}^2 \frac{R_{\mathrm{eq}} - R)}{(R_{\mathrm{eq}} + R)^3} = 0 \end{aligned}$$

Entonces encontramos que la potencia será máxima cuando $R = R_{\mathrm{eq}}$. En el caso del problema 8 $R_{\mathrm{eq}} = 4\Omega$