

FÍSICA 4

PRIMER CUATRIMESTRE 2010

GUÍA 1: TERMOMETRÍA, PRIMER PRINCIPIO

1. Sean x, y, z cantidades que satisfacen una relación funcional $f(x, y, z) = 0$. Sea w una función de cualquier par de variables x, y, z . Probar:

(a) $\left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_z = \frac{1}{\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_z}$

(b) $\left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_z \left. \frac{\partial y}{\partial z} \right|_x \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_y = -1$

(c) $\left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_w \left. \frac{\partial y}{\partial z} \right|_w = \left. \frac{\partial x}{\partial z} \right|_w$

(d) $\left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_z = \left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_w + \left. \frac{\partial x}{\partial w} \right|_y \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_z$

2. Un recipiente está dividido en dos partes por un tabique. Una de las partes, de volumen V_i , está llena con un gas y la otra (volumen $V_f - V_i$) está vacía. Se saca el tabique y se espera el equilibrio.

- (a) ¿Varía la energía interna?
 (b) ¿Cuál es la relación P_f/P_i ?

3.

- (a) Estime la cantidad de aire, en kg, que hay en una habitación (la masa de 1 kmol de aire es, aproximadamente, 29 kg).
 (b) Sea N_2 (nitrógeno) a temperatura y presión ambientes. Hallar el número medio de partículas que chocan con 1 cm^2 de área por segundo. Datos: $\langle |v_i| \rangle = \langle v \rangle / 2$, $i = x, y, z$. El valor medio del módulo de la velocidad es $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$.

4. Una serie de mediciones de los volúmenes que ocupa un mol de gas mantenido a la temperatura constante T_0 , en función de la presión, arroja la siguiente tabla:

$p(\text{atm})$	1	2	3	4	5
$V(\text{l})$	30.0	15.0	9.9	7.2	5.1

- (a) Hacer el gráfico correspondiente para obtener la zona en que el gas se comporta como ideal.
 (b) ¿Cuánto vale T_0 ?

5.

- (a) La resistencia de un alambre de platino es de 7000Ω a la temperatura del hielo fundente (0°C); 9705Ω a 100°C y 18387Ω a 444.60°C (punto del azufre). La resistencia puede parametrizarse por medio de la ecuación:

$$R(t) = R_0(1 + at + bt^2)$$

siendo R_0, a, b constantes.

- i. Hallar los valores de R_0, a, b .
- ii. Suponga que el alambre se usa como termómetro. Se elige la resistencia como propiedad termométrica, y se usan como puntos fijos la temperatura del hielo en fusión y la temperatura del agua en ebullición. Calcule la temperatura que se mediría con este termómetro para el punto del azufre.
- iii. Represente en un mismo gráfico ambas temperaturas en función de la resistencia.

- (b) Cierta propiedad de un cuerpo indicada por X es función de su temperatura T , donde $X = k \ln(T)$. Se define una escala de temperaturas T' , tal que coincida con la escala Kelvin en los puntos 273 K y 373 K y tal que $dT' = a dX$.
- ¿Cuál será la temperatura en Kelvin cuando la escala marque T' ?
 - ¿Para qué valor de T , en el intervalo 273 K - 373 K se hará máxima la discrepancia entre los números asignados a las temperaturas en las dos escalas? ¿Cuánto vale esta diferencia?
6. Calcular la cantidad de calor Q que se debe entregar a 20 g de hielo a 200 K para convertirlo en vapor de agua a 150 °C. Representar la evolución del sistema en un gráfico T vs. Q .
 Datos: $c_{hielo} = 0.5 \text{ cal/g K}$; $c_{fus} = 80 \text{ cal/g}$; $c_{vap} = 540 \text{ cal/g}$; $c_{vapor} = 0.5 \text{ cal/g K}$.
7. Un calorímetro de cobre cuya masa es de 300 g contiene 500 g de agua a 15 °C. Se introduce en él un bloque de cobre de 530 g a 115 °C, observándose que la temperatura de equilibrio es de 25 °C. Calcular: el calor específico del cobre y el equivalente en agua del calorímetro.
8. Un hilo metálico está sometido a una tensión $\tau = 2 \cdot 10^6 \text{ dinas}$ al estar atado a dos soportes rígidos fijos, separados entre sí en $L = 1.2 \text{ m}$. La sección del hilo es $A = 0.0085 \text{ cm}^2$, el coeficiente de dilatación lineal $\alpha = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, el módulo de Young $Y = 2 \cdot 10^{12} \text{ dinas/cm}^2$ y la temperatura es $T = 20^\circ\text{C}$. Si se reduce la temperatura en 12 °C, ¿cuánto valdrá la tensión final?
9. Un sistema consiste en un resorte cuyas variables termodinámicas son la elongación x , la temperatura absoluta T y la fuerza F que ejerce el resorte. La ecuación de estado y la energía están dados por:

$$F = -kx + b\mu T$$

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + cT$$

donde $\mu = 2 \cdot 10^5 \text{ dinas/cm}$, $b = 0.025 \text{ cm/K}$, $c = 1 \text{ J/K}$

- ¿Cuánto vale la capacidad calorífica del resorte a $x = \text{cte}$?
 - Idem, pero a $F = \text{cte}$.
 - Halle la ecuación de las adiabáticas del resorte.
 - Inicialmente, no hay fuerzas externas aplicadas al resorte. En un cierto instante, se aplica sobre el mismo una fuerza de 300g, manteniéndose al resorte en contacto con una fuente térmica a 300 °K. Calcular la variación de energía y el calor absorbido por el resorte.
10. Una bolita de masa m y cuyo calor específico de $0.1 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$ cae desde una altura $h = 19.5 \text{ m}$, en un lugar donde la aceleración de la gravedad vale $g = 980 \text{ cm/s}^2$, sobre un plano horizontal más o menos elástico. La bolita rebota, se eleva a una altura h/n y se calienta. El plano no se calienta ni adquiere una deformación permanente. Calcular el aumento de temperatura de la bolita, suponiendo que su energía interna varía de la forma $\Delta U = c\theta$, siendo c la capacidad calorífica y θ la variación de temperatura. Analizar los valores que puede tomar n y los valores máximos y mínimos posibles de θ .
11. Calcular el trabajo realizado por N moles de gas ideal para ir de un estado inicial a otro final, en cada una de las siguientes transformaciones reversibles:
- Evolución isocórica
 - Evolución isobárica
 - Evolución isotérmica
 - Evolución adiabática

¿En qué casos la expresión obtenida es válida aún para gases no ideales? ¿En qué casos es válida aún para procesos irreversibles?

12. Se tiene un sistema simple descrito por las variables termodinámicas x y T . Se conoce que para cada valor de x constante, la energía interna del sistema U es una función monótona creciente de T :
- El sistema pasa del estado $A (x_A, T_A)$ a otro con $x = x_B$ en forma adiabática reversible, realizando un trabajo W_I . ¿Cuánto vale la energía interna del sistema?
 - Si el sistema hubiese pasado del mismo estado A a tener el mismo x_B en forma adiabática pero irreversible, entregando un trabajo $W_{II} < W_I$. ¿Cuánto habría variado la energía interna del sistema? ¿La temperatura final alcanzada sería igual, mayor o menor que en (a)?
13. Un cilindro de volumen V , cerrado en sus dos extremos, contiene una mezcla de n_1 moles de N_2 y n_2 moles de O_2 . Un pistón semipermeable, permeable a N_2 e impermeable a O_2 está inicialmente en un extremo y es desplazado de modo que deja detrás de sí un volumen V_1 que contiene únicamente N_2 . Un segundo pistón semipermeable, permeable a O_2 e impermeable a N_2 , está al comienzo en el otro extremo y es desplazado de modo que deja detrás de sí un volumen V_2 que contiene solamente O_2 .
- Los desplazamientos se realizan reversiblemente y a temperatura constante T . Calcular el trabajo entregado al sistema; mostrar que esto no depende del orden en que se efectuarán los desplazamientos.
 - ¿Cuánto vale el trabajo cuando los gases están completamente separados? ¿Para qué valor de V_1/V_2 el trabajo toma un valor mínimo? En este caso, ¿qué condición se cumple para las presiones?
 - La mezcla inicial de aire es $n_1/n_2 = 4$ a presión atmosférica y $20^\circ C$. Calcular el trabajo necesario en las condiciones de mínimo, para separar $1kg$ de O_2 .
14. Un cilindro de volumen V cuyas paredes son rígidas y aislantes está dividido en dos partes iguales por un pistón diatérmico, inicialmente trabado. En cada una de las partes hay n_1 y n_2 moles de un gas ideal. Se destraba el pistón y se espera a que el sistema alcance el equilibrio. Datos: $V = 2l$, $T_1 = T_2 = 300^\circ K$, $p_1 = 3atm$, $p_2 = 1atm$.
- ¿Es este proceso reversible?
 - ¿Cuánto vale la variación de la energía interna total? ¿Cuánto la temperatura final?
 - Calcular la presión y el volumen final de cada parte del cilindro.
15. Se calienta un gas ideal a volumen V_1 constante, desde la presión inicial P_1 hasta que ésta se duplica. Luego se expande isotérmicamente hasta que la presión alcanza su valor inicial. Por último se disminuye el volumen a presión constante, hasta el valor primitivo de aquél. Todos los procesos son reversibles.
- Representar estas transformaciones en el plano P-V y en el P-T.
 - Calcular el trabajo que se entrega en la transformación si $P_1 = 2 atm$. y $V_1 = 4 m^3$.
 - Indique por cuál proceso o conjunto de procesos debería ser reemplazado el último de ellos para que, llevando el sistema a su estado inicial, el trabajo total sea nulo.
16. Un gas tiene la siguiente ecuación de estado:

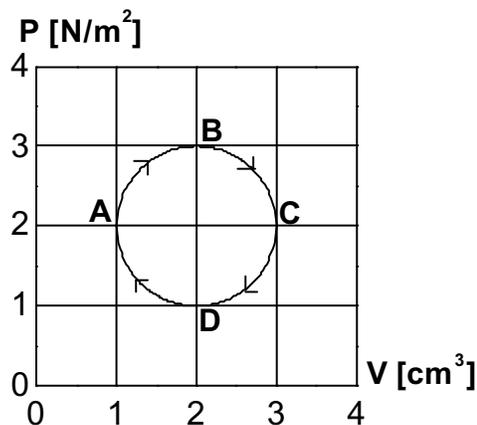
$$p = \frac{RT}{V} \left(1 + \frac{aT}{V} \right)$$

siendo su energía interna de la forma:

$$E(T, V) = E_0(T) - \frac{RaT^2}{V} \quad (a = cte)$$

- Hallar el trabajo entregado por el gas durante una expansión isotérmica reversible desde V_0 hasta $3V_0$.
- Ídem, durante una expansión isotérmica contra una presión exterior constante P_0 , desde V_0 hasta $3V_0$.
- Q y ΔE en ambos casos.

17. Sabemos que el calor específico molar a volumen constante de un gas ideal monoatómico es $3/2 R$. Supongamos que un mol de tal gas se somete a un proceso cíclico cuasiestático, que aparece como una circunferencia en un diagrama P-V, como se ve en la figura. Determinar las siguientes magnitudes:



- (a) El trabajo total (en Joules) realizado por el gas en un ciclo.
 (b) La diferencia de energía interna (en Joules) del gas entre los estados C y A.
 (c) El calor absorbido (en Joules) por el gas, al pasar de A a C por el camino ABC del ciclo.
18. Halle la ecuación de las adiabáticas para un gas de van der Waals $\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right) (V - nb) = nRT$ siendo el diferencial de energía $dU = C_V dT + n^2 \frac{a}{V^2} dV$.
19. Considere una expansión libre de un gas de van der Waals desde una cámara aislada térmicamente de volumen V_1 hacia una cámara aislada térmicamente de volumen V_2 . Probar que

$$\Delta T = \frac{2aN}{3R} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right)$$

20. El siguiente problema describe un método utilizado para medir el coeficiente $\gamma = c_p/c_V$ de un gas. El gas, supuesto ideal, está confinado dentro de un recipiente vertical cilíndrico que soporta un émbolo, libre de moverse, de masa m . El émbolo y el cilindro tienen la misma sección transversal A . La presión atmosférica es p_0 y, cuando el émbolo está en equilibrio bajo la influencia de la gravedad y las fuerzas de presión, el volumen ocupado por el gas es V_0 . Se desplaza ahora el émbolo ligeramente de su posición de equilibrio provocando oscilaciones alrededor de esta posición con frecuencia ν . Las oscilaciones del émbolo son consideradas suficientemente lentas como para que el gas permanezca siempre en equilibrio interno pero también lo bastante rápidas para que el gas no pueda intercambiar calor con el exterior. Las variaciones en la presión y el volumen del gas son, por lo tanto, adiabáticas. Expresar γ en función de m , g , A , p_0 , V_0 y ν .