FÍSICA 4

SEGUNDO CUATRIMESTRE 2013

GUÍA 5: CUERPO NEGRO, FOTOELÉCTRICO, COMPTON

1. Mostrar la ley de Kirchhoff, es decir que la densidad de energía de un cuerpo negro depende solamente de la temperatura.

2. Hallar la relación entre la densidad de energía interna $u_\nu(T)$ y la energía que emite un cuerpo negro por unidad de área y tiempo $K_\nu(T)$. Deducir la relación entre la densidad de energía total $u(T)$ y la energía total emitida por unidad de área y tiempo R.

3. La teoría electromagnética permite mostrar que $p = u/3$ para la radiación electromagnética. Considere un cilindro con un pistón sin fricción y conteniendo dicha radiación en equilibrio térmico a temperatura T. Se mueve el pistón de manera reversible.

   a) Probar la ley de Stefan-Boltzmann (ayuda: escriba el diferencial de la entropía, teniendo en cuenta que es un diferencial exacto)
   $$u = aT^4$$

   b) Mostrar que
   $$R = \sigma T^4; \qquad \sigma = \frac{ac}{4}$$
   (σ es la constante de Stefan-Boltzmann y R fue definido en el ejercicio anterior).

4. Considere que el Sol irradia como cuerpo negro. Sabiendo que el radio del Sol es $R_S = 7 \times 10^8\,\mathrm{m}$, que la distancia Sol-Tierra es $R_{ST} = 1{,}49 \times 10^{11}\,\mathrm{m}$ y que la energía por unidad de área y tiempo que llega a la Tierra es $W = 1{,}4 \times 10^3\,\mathrm{J/m^2s}$, estimar la temperatura en la superficie del Sol ($\sigma = 5{,}73 \times 10^{-8}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^2sK^4}}$).

5.

   a) Suponiendo que la densidad de energía espectral $u_\nu(T)$ depende solamente de ν, T y de las constantes dimensionales c (velocidad de la luz en el vacío) y k_B (constante de Boltzmann $= R/N_a$) mostrar vía analisis dimensional que
   $$u_\nu(T) = \Pi \frac{\nu^2 k_B T}{c^3}$$
   donde Π es un número real

   b) Suponiendo que existe una nueva constante fundamental que interviene en el problema, mostrar que
   $$\begin{aligned} u_\nu(T) &= \frac{\nu^2 k_B T}{c^3} f\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) \\ &= \frac{h\nu^3}{c^3} f_1\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) \end{aligned}$$
   donde
   $$f_1(x) \equiv \frac{f(x)}{x}$$
   Ayuda: Uno tendrá una nueva constante adimensional Π' tal que $\Pi = f(\Pi')$. Mostrar que no se pierde generalidad escribiendo $\Pi' = \alpha \nu T^\chi$ con α una combinación de c, k_B y la nueva constante. Determine χ usando la ley de Stefan-Boltzmann. Se obtiene la forma exacta del resultado definiendo, al final, $\alpha \equiv h/k_B$. Wien, usando datos experimentales, propuso $f_1(x) = \exp(-x)$.

c) Mostrar que se puede escribir el resultado anterior de la forma siguiente

$$u_\lambda(T) = \frac{hc}{\lambda^5} g(y)$$

con $g(y) \equiv y f(\frac{1}{y})$, $y \equiv \lambda k_B T/(hc)$. Usando este último resultado, demostrar la ley de desplazamiento de Wien

$$\lambda_m T = \text{cte.}$$

6. Demostrar que en una cavidad con radiación en equilibrio térmico, el número de modos de oscilación por unidad de volumen es

$$n_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

7. Usando la hipótesis de Planck para calcular el valor medio de la energía y el resultado del problema anterior, calcule la densidad de energía $u_\nu(T)\,d\nu$. Compare con lo que obtendría usando equipartición. Calcule los límites de baja y de alta frecuencias y corrobore que obtiene las leyes de Rayleigh-Jeans y Wien.

8. Calcule la constante de Stefan-Boltzmann

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2}$$

9. Los datos del potencial de frenado *vs* longitud de onda en una experiencia de iluminación de una placa de sodio son

λ(Å)	2000	3000	4000	5000	6000
V_0(Volts)	4,20	2,06	1,05	0,41	0,03

Cuadro 1: ejercicio 9

Obtener gráficamente la función trabajo ϕ, la frecuencia de corte y el valor de h/e.

10. En una dispersión Compton un electrón adquiere una energía cinética de 0,1 MeV cuando un fotón X de 0,5 MeV de energía incide sobre él.

    a) Determinar la longitud de onda del fotón dispersado, si el electrón se hallaba inicialmente en reposo.

    b) Hallar el ángulo de dispersión del fotón respecto de la dirección de incidencia.

11.

    a) Demostrar que el efecto fotoeléctrico no puede ocurrir con un electrón libre.

    b) ¿Por qué no puede observarse efecto Compton con luz visible? ¿Puede observarse fotoeléctrico?

12. Incide luz monocromática de longitud de onda λ sobre una placa cuya función trabajo es ϕ, arancando electrones por efecto fotoeléctrico. Estos electrones alcanzan una región donde existe un campo magnético B perpendicular a la velocidad de los electrones. Calcular el radio de giro de los electrones en función de ϕ.

13. Considere una superficie de potasio a 75 cm de una lámpara de 100 W de 5 % de eficiencia. Cada átomo de potasio tiene un radio aproximado de 1Å. Determinar el tiempo requerido por cada átomo para absorber una cantidad de energía igual a su función trabajo ($\phi = 2\,\text{eV}$) de acuerdo a la interpretación clásica.

14.

    a) Hallar la máxima energía que un fotón de 50 KeV de energía le transfiere a un electrón libre.

    b) ¿Cuál es la energía cinética de un electrón dispersado un ángulo θ? Expresarla en términos de la energía del fotón incidente.