

9. Sea un oscilador armónico con Hamiltoniano  $H = p^2/2m + (m\omega^2/2)x^2$ . Hallar  $\beta$  para que  $\phi_0 = A_0 \exp(-\beta x^2)$  sea autofunción de  $\hat{H}$ . ¿Cuál es la energía de este estado? ¿Qué argumentos usaría para demostrar que es el estado fundamental?

$$\phi_0 = A_0 e^{-\beta x^2}$$

$$\phi_0'(x) = -2\beta x \phi_0$$

$$\phi_0''(x) = -2\beta \phi_0 + (2\beta x)^2 \phi_0$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \phi_0''(x) + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \phi_0(x) = E_0 \phi_0(x)$$

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \left( -2\beta + (2\beta x)^2 \right) + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = E_0$$

$$\Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} 4\beta^2 = \frac{1}{2} m \omega^2$$

$$\beta^2 = \frac{m^2 \omega^2}{4 \hbar^2} \Rightarrow \beta = \frac{m \omega}{2 \hbar}$$

$$\Rightarrow E_0 = \frac{\hbar^2 \beta}{m} = \frac{\hbar \omega}{2}$$

$\phi_0(x)$



0 nodos  $\Rightarrow$  estado fundamental