• Usen las reglas de cuantización de Wilson-Sommerfeld para encontrar los posibles valores (niveles) de energía y el espectro de emisión de una partícula de masa m que se mueve en un recinto unidimensional de lado a que choca elásticamente contra sus paredes.

Regla de Wilson Sommerfeld

$$\oint p_x dx = n_x h$$

$$\begin{cases} +v_x = Cste & \text{Partícula moviendose - ->} \\ -v_x = Cste & \text{Partícula moviendose <--} \end{cases}$$

$$\int_0^a v_x m dx + \int_a^0 -v x m dx = 2\int_0^a v_x m \quad \Rightarrow 2 a v_x m = n_x h \Rightarrow v_n = \frac{nh}{2am}$$

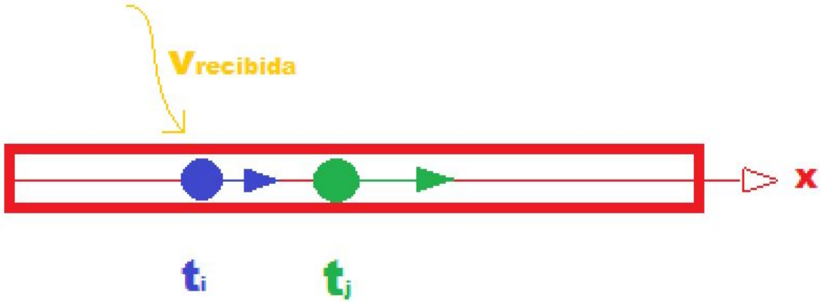
Velocidades “permidas”

$$E_n = T_n = \frac{m v_n^2}{2} = \frac{n^2 h^2}{8 a^2 m}$$

Frecuencias permitidas

Para el espectro de emisión de frecuencias resulta util recordar el **3º y 4º postulado de Bohr**

$$\nu_{emitida} = \frac{E_i - E_j}{h}$$



De esta forma si la partícula emite o recibe radicación de algún tipo a alguna frecuencia adecuada podrá pasar de un nivel de energía al siguiente aumentando o disminuyendo la velocidad a la que se mueve.

Con frecuencia adecuada nos referimos a aquella que se pueda ser definida acorde al postulado de Bohr respecto de las energías calculadas

- ¿Qué le pasaría a un hombre de 70 kg que entra por la puerta de su casa a una velocidad de 5 m/s si vive en un mundo donde $h = 175$ Js?

La ecuación de Einstein nos dice que:

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{mv^2}{2h}$$

*Notar que este ejercicio invita a comparar con el postulado de Broglie donde en vez de analizar el comportamiento ondulatorio de una partícula la partícula es la persona y como tal, al trasladarse su movimiento posee un carácter ondulatorio

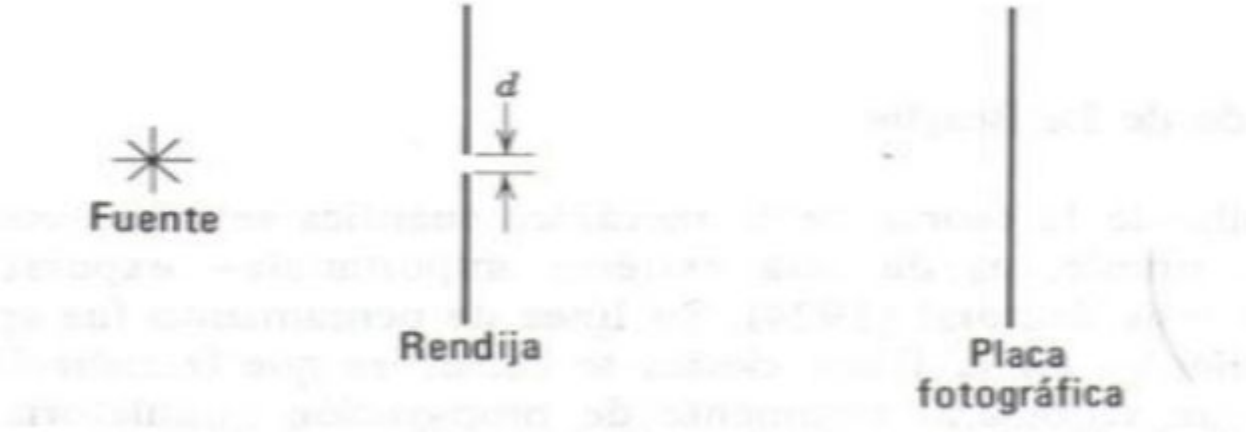
Reemplazando los valores $\nu = 5Hz$

Ahora, para calcular la longitud de onda piloto, $\lambda = \frac{h}{p} = 0,5m$

Entonces, sabemos que el hombre se va a propagar como una onda piloto de 5Hz de frecuencia y 0,5m de longitud de onda.

Mientras que si h fuera el convencional λ= 1,891 x10^{-34} y ν=1,322 x10^{34}

Podemos pensar el problema como, una onda pasando por una rendija (que sería la puerta).



Entonces, si, $\lambda > d$ el hombre se difracta

$\lambda < d$ el hombre no se difracta

• Si escriben la expresión que tiene la energía de una partícula de masa m que se mueve en presencia de un campo gravitatorio, a altura z de una mesa, van a notar que clásicamente su valor mínimo es nulo. Pues bien, cuánticamente no lo es. Muéstrenlo utilizando las relaciones de incerteza y calculen su valor en función de la mínima altura posible y de la masa de la partícula. Especialicen para una buckybola (¿qué es eso?) de masa $m \approx 1.2 \cdot 10^{-24}$ kg.

La energía de dicha partícula estaría dada por: $$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz = \frac{p^2}{2m} + mgz$$

Relación de incerteza

$$\Delta p \Delta z \geq \hbar$$

El objetivo es llegar a reescribir la expresión que tenemos de la energía en función a las desviaciones medias para poder insertar la relación de incerteza en la expresión de la energía

Para el impulso **p** eso es sencillo, ya que, como la particula estaría rebotando su velocidad es tanto hacia arriba como hacia abajo -> el valor medio es cero **<p>=0**

$$\Delta p^2 =< (p- < p >)^2 >$$

$$\Delta p^2 =< p^2 >$$

Y para la posición siento que la particula rebota, recorriendo un intervalo **Dz** el valor medio de la posición será **Dz/2** y siendo que la relación de incertidumbre nos sirve para evaluar ordenes de magnitud podemos decir que ambas distancias son comparables. Asi: $\Delta z \approx < z >$

Llevando esto a la energía nos queda: $$E = \frac{\hbar^2}{2m(\Delta z)^2} + mg\Delta z$$

y para hallar el mínimo de esta expresión simplemente derivamos en función de **Delta_Z** e igualamos a cero

$$\frac{\partial E}{\partial \Delta z} = \frac{-\hbar^2}{m(\Delta z)^3} + mg = 0 \Rightarrow \Delta z = \left[\frac{\hbar^2}{m^2 g}\right]^{1/3}$$

Puntualizando para la Buckyball **Delta_Z= 920** $\mathring{A}$