

## SERIE 9: TEORÍA CINÉTICA DE LOS GASES

1. ¿Cuántas moléculas en un mol oxígeno tienen velocidad mayor 103 m/s a temperatura de (a) 100K, (b) 1000K, (c) 10000K? Representar gráficamente en función de la función de distribución
2. La función de distribución de velocidades escalares de un grupo de  $N$  partículas está definida por

$$dN_v = \begin{cases} k dv & 0 < v < V \\ 0 & v > V \end{cases}$$

- (a) Graficar la función de distribución
- (b) Hallar la constante  $k$  en función de  $N$  y  $V$
- (c) Hallar la velocidad media y  $v_{cm}$  en función de  $V$
- (d) Rehacer lo anterior pero para la distribución

$$dN_v = \begin{cases} k v dv & 0 < v < V \\ 0 & v > V \end{cases}$$

3.
  - (a) Calcular la energía cinética media de traslación y la velocidad cuadrática media de una molécula de un gas a  $300^\circ K$  para los casos en que el gas sea hidrógeno, oxígeno y vapor de mercurio. En todos los casos calcular la presión si la densidad es de  $3 \times 10^{25} \text{moléculas}/m^3$ .
  - (b) Considerar que en el gas hay varias clases de moléculas que no interactúan entre sí. Calcular la presión del gas (ley de Dalton).
  - (c) Considerar  $1 \text{Kmol}$  de oxígeno en condiciones normales de presión y temperatura. Construir un gráfico de la función de distribución de las velocidades escalares y evaluar la probabilidad de que una molécula tenga velocidad comprendida entre la media y la más probable.
4. Una ampolla esférica de  $10 \text{cm}$  de radio se mantiene a una temperatura de  $27^\circ C$ , excepto en un centímetro cuadrado, que se mantiene a muy baja temperatura. La ampolla contiene vapor de agua inicialmente a una presión de  $10 \text{mm}$  de mercurio. Suponer que cada molécula de agua que choca contra la superficie fría se condensa y se adhiere a ella. ¿Cuánto tiempo se necesita para que la presión descrezca hasta  $10^{-4} \text{mm}$  de mercurio?
5. Un gas ideal de átomos de masa  $m$  está confinado en un recinto a temperatura  $T$ . Dichos átomos emiten luz que emerge del recinto por un orificio. Un átomo en reposo emite luz de frecuencia  $\nu_0$ . Para un átomo en movimiento la frecuencia será  $\nu = \nu_0(1 + v_x/c)$ , donde  $v_x$  es la componente de la velocidad del átomo en la dirección de emisión y  $c$  la velocidad de la luz. Por lo tanto la radiación que emerge del recinto está caracterizada por una distribución de intensidades  $I(\nu)d\nu$ , que es proporcional a la probabilidad de que la radiación tenga frecuencia comprendida entre  $\nu$  y  $\nu + d\nu$ . Calcular:
  - (a) La distribución de intensidades  $I(\nu)d\nu$
  - (b) La frecuencia media observada en el espectrógrafo.
  - (c) La frecuencia cuadrática media.

6. La función de distribución de velocidades escalares de las moléculas de un gas es:

$$f(v) = Av^3 e^{-\beta mv^2/2}$$

- (a) Hallar  $A$
- (b) Hallar la velocidad cuadrática media.

7. Calcule la presión atmosférica en función de la altura respecto de la superficie terrestre (Suponga que la atmósfera se comporta como un gas ideal y que la temperatura no varía apreciablemente con la altura).

8. \* Las vibraciones atómicas de un sólido pueden estudiarse considerando que cada átomo vibra independientemente de los demás, con la misma frecuencia angular  $\omega$  en las tres direcciones. El sólido compuesto por  $N$  átomos es así equivalente a un conjunto de  $3N$  osciladores cuánticos unidimensionales independientes. Suponiendo que el sólido se encuentra en equilibrio térmico a la temperatura  $T$  y que obedece a la estadística de Boltzman:

- (a) Encuentre la energía media de cada oscilador y la energía media del sólido. Tenga en cuenta que las energías posibles de un oscilador cuántico son

$$E_n = \frac{h\omega}{2\pi} \left(n + \frac{1}{2}\right) \text{ con } n = 0, 1, 2, \dots$$

- (b) Encuentre el valor de  $c_V$  para  $kT \gg h\omega/2\pi$ . Es el valor que esperaba encontrar (cf problema ??)? Interprete.

Relaciones útiles:  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = (1-x)^{-1}$ ;  $\frac{\partial(e^{-\beta E})}{\partial E} = -E e^{-\beta E}$ .

9. Considere un gas ideal en un recipiente a temperatura  $T$ . Se practica un pequeño orificio en la superficie del recipiente. Cuál es la velocidad cuadrática media y la velocidad más probable de las partículas que salen del recipiente inmediatamente después que se realizó el orificio? Discuta por qué la energía media de las partículas no resulta ser  $3k_B T/2$ .

10. Cuál es la frecuencia de choque de una molécula de nitrógeno,

- (a) a  $300^\circ K$  y presión atmosférica?
- (b) a  $300^\circ K$  y presión de  $10^{-6} atm$  ?

11. El recorrido libre medio de las moléculas de cierto gas a  $25^\circ C$  es  $2.63 \times 10^{-5} m$

- (a) Si el radio de las moléculas es  $2.56 \times 10^{-10}$ , hallar la presión del gas.
- (b) Calcular el número de choques que efectúa una molécula por metro de recorrido.

12. A qué presión, en  $mm$  de Hg, debe evacuarse un tubo de rayos catódicos para que el 90% de los electrones del cátodo alcancen el ánodo sin chocar, el cual se encuentra distante  $20 cm$ ?

13. El recorrido libre medio de un gas es  $10 cm$ . Considerar 10000 recorridos libres. Cuántos son mayores que:

- (a)  $10 cm$
- (b)  $20 cm$
- (c)  $50 cm$

- (d) Cuántos son mayores que  $5\text{ cm}$  y menores que  $10\text{ cm}$  ?
  - (e) Cuántos están comprendidos entre que  $9.5\text{ cm}$  y menores que  $10.5\text{ cm}$  ?
  - (f) Cuántos entre  $9,9\text{ cm}$  y  $10.1\text{ cm}$  ?
  - (g) Cuántos tienen exactamente  $10\text{ cm}$  de longitud?
14. Un grupo de moléculas de oxígeno inician sus recorridos libres simultáneamente. La presión es tal que el recorrido libre medio es de  $2\text{ cm}$  Después de cuánto tiempo quedará aún la mitad del grupo sin haber efectuado ningún choque? Suponer que todas las moléculas tienen velocidad igual a la velocidad media y que la temperatura es de  $300^\circ\text{K}$ .
15. Estimar el radio de la molécula de oxígeno,
- (a) A partir del valor experimental de la viscosidad del oxígeno  $\eta_{O_2} = 19.2 \times 10^{-6}\text{ s/m}^2$ ,
  - (b) A partir de los valores experimentales de la conductividad térmica  $K = 24.0\text{ Joule/ms}^\circ\text{K}$  y del calor específico a volumen constante  $C_V = 20.9\text{ Joule/mol}^\circ\text{K}$  respectivamente.