

FÍSICA 4

SEGUNDO CUATRIMESTRE DE 2023

GUÍA 6: SCATTERING DE RUTHEFORD, ÁTOMO DE BOHR, REGLA DE CUANTIZACIÓN DE WILSON-SOMMERFELD, POSTULADOS DE DE BROGLIE

Dispersión de Rutherford

1. Un haz de partículas α del polonio (energía cinética: 5,30 MeV) de una intensidad de 10000 partículas por segundo, incide normalmente sobre una lámina de oro de densidad $19,3 \text{ g/cm}^3$ y espesor 10^{-5} cm . A 10 cm de distancia de la lámina se coloca un detector para partículas α , con una apertura de 1 cm^2 , de tal manera que la dirección del haz de partículas forme un ángulo de ϕ grados con la recta que une el centro del detector con el punto de la lámina donde inciden las partículas. Calcúlese el número de impulsos por hora registrados por el detector para $\phi = 5, 10, 15, 30$ y 60° .
2. ¿Cuál es la distancia correspondiente al máximo acercamiento de las partículas α de 5,30 MeV al núcleo de los elementos oro, plata, cobre, plomo y uranio? ¿Cuánto vale esta distancia para partículas α de 7,00 MeV y los mismos núcleos?
Calcular la fracción de partículas α dispersadas según un ángulo comprendido entre 90° y 180° .

Modelo de Bohr

3. Calcular los valores de las energías de los 7 primeros niveles del hidrógeno y el helio ionizado (He^+) y hacer un gráfico en escala. Indicar cuáles son las transiciones correspondientes a las series de Lyman, Balmer, Paschen.
4. En el modelo de Bohr se supone un núcleo de masa inmensamente superior a la del electrón, ubicado en el centro de masa del sistema. En el caso general (masa del núcleo M , masa del electrón m), ¿qué modificaciones se deben hacer en el postulado de cuantificación del impulso angular orbital para que en el límite ambos coincidan?
5. De acuerdo con la conservación del impulso, al ser emitido un fotón, el núcleo del átomo debería retroceder. Determinar la corrección a la longitud de onda del fotón emitido cuando este retroceso se tiene en cuenta.

Regla de cuantización de Wilson-Sommerfeld

6. Una partícula de masa m se mueve a lo largo del eje x entre los puntos $x = 0$ y $x = a$, donde rebota elásticamente. Mediante las reglas de cuantificación de Sommerfeld y Wilson, encuentre los valores posibles de la energía de la partícula.
7. Considere el modelo de órbitas elípticas para un electrón de un átomo.
 - a) Empleando la regla de Wilson-Sommerfeld calcule el cociente entre el semieje menor y el semieje mayor. Haga un esquema de las órbitas que corresponden al caso en que el número cuántico principal es $n = 3$.
 - b) Calcule la expresión de la energía de las órbitas elípticas. Compare el resultado con lo que obtuvo Bohr para las energías de las órbitas en su modelo.
8. Usar las reglas de cuantización de Wilson-Sommerfeld para encontrar los posibles valores (niveles) de energía y el espectro de emisión de una partícula de masa m que oscila armónicamente a frecuencia ω_0 en una dimensión.

Postulados de De Broglie

9. Calcule la longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de fase asociadas a:
- un electrón que va a una velocidad de 400m/s.
 - un proyectil de rifle que pesa 20g y se mueve con una velocidad de 400m/s.
10. Deteminar qué potencial acelerador hay que aplicarle a un electrón para asociarle una onda de De Broglie de 1\AA de longitud de onda.
11. Si se quiere ver un objeto cuyo tamaño es 2.5\AA . ¿Cuál es la menor energía que debe tener el fotón a usarse? ¿Cuál es la menor energía cinética si se emplean electrones?
12. ¿Qué le pasaría a un hombre de 70kg que entra por la puerta de su casa a una velocidad de 5 m/s si vive en un mundo donde $h = 175Js$?
13. Empleando los postulados de De Broglie encontrar:

- Los estados de energía permitidos para una partícula confinada en un segmento de longitud a .
- Los estados de energía de un electrón en un átomo de hidrógeno.

14. Sea una partícula de masa m en reposo cuya longitud de onda asociada es λ . Demuestre que la correspondiente velocidad de fase puede escribirse como

$$v_f = c \sqrt{1 + \left(\frac{mc\lambda}{h}\right)^2}$$

donde h es la constante de Planck y c es la velocidad de la luz en el vacío.

Ayuda: utilice la relación energía - impulso para el caso relativista.

15. Considere el paquete de ondas descrito por la función $\Phi(k) = A \exp\left[-\frac{a^2}{4}(k - k_0)^2\right]$.
- Calcular A para que la función está normalizada.
 - Calcular $|\psi(x,0)|^2$
 - Calcular el valor medio de la coordenada x , el de la coordenada p y el producto $\Delta x \Delta p$.
16. Considere el paquete de onda unidimensional $\psi(x,t)$ cuya distribución espectral de número de onda k está dada por:

$$\Phi(k) = \begin{cases} A & \text{si } k \in (k_0 - \Delta k, k_0 + \Delta k) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

con $\Delta k \ll k_0$.

- Calcular $\psi(x,t)$ suponiendo al paquete no dispersivo. Graficar cualitativamente su módulo al cuadrado. Hacer lo mismo en el caso de paquete dispersivo (en este caso, realizar las aproximaciones que considere necesarias).
 - Calcular la velocidad de propagación de $\psi(x,t)$
 - Calcular el producto entre el ancho espectral y el ancho significativo de $|\psi(x,0)|^2$. Interpretar el resultado.
17. A partir de las relaciones de incerteza probar que la energía mínima de un oscilador armónico es $E_{min} \approx \hbar\omega/2$. Interprete este resultado en conjunto con el problema 8.