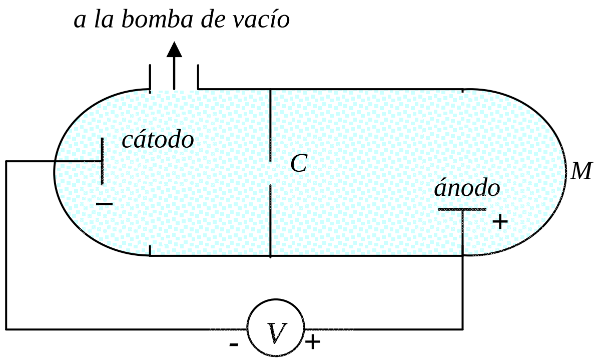
Clase 12: *Interacción de la radiación electromagnética con la materia*

Efecto fotoeléctrico

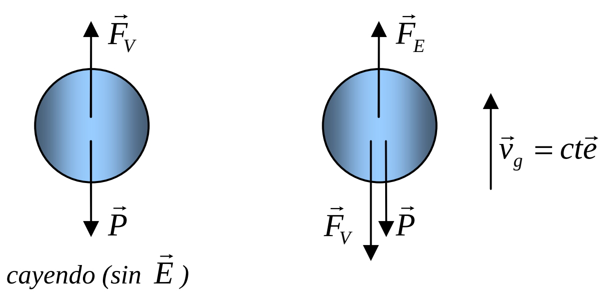
Efecto Compton

El título se refiere, específicamente, a la interacción con los electrones (e^-) que contiene la materia. El e^- fue descubierto en 1897 por J. J. Thomson, estudiando los rayos catódicos.



En un tubo de rayos catódicos se estudiaba la conducción de la electricidad por gases enrarecidos. A una $p = 1atm$, se necesita un campo eléctrico $\vec{E}$ muy intenso para producir la descarga, ya que el camino libre medio de las moléculas es chico y, por lo tanto, los e^- que salen del cátodo necesitan adquirir energía suficiente entre choque y choque para ionizar el gas. La descarga es una chispa violenta debido a que el gas pasa de ser un buen aislante a a ser un buen conductor (se ioniza). Al disminuir la presión, el $\vec{E}$ baja (ya que aumenta el camino libre medio) hasta que, a presiones muy bajas, otra vez es difícil establecer la descarga, debido a que disminuye mucho la probabilidad de que se produzcan choques.

Cuando la presión se reduce, el tipo de descarga cambia. Primero se observa una incandescencia y luego un patrón de franjas incandescentes alternando con franjas oscuras. A presiones muy bajas, el gas deja de estar incandescente, pero el amperímetro muestra que todavía fluye corriente en el tubo y se forma una mancha luminosa (*M*) en el extremo del tubo. Por medio de colimadores (*C*) *M* se puede modificar. Esto muestra que *M* es producida por haces de partículas (o rayos) que abandonan el cátodo y avanzan en línea recta. *M* se puede modificar mediante campos eléctricos o magnéticos intensos $\rightarrow$ se trata de partículas cargadas negativamente. Se los llamó *rayos catódicos*. Thomson notó que las partículas que formaban los rayos catódicos tenían una propiedad común: la relación q/m era cte, por lo que se concluyó que se trataba de una única clase de partículas, a las que se llamó *electrones*. Más tarde, Millikan (1909) determinó su carga y su masa. Su experimento se basó en lo siguiente:



Un experimento para medir la carga y la masa de un electrón se debe hacer en un cuerpo que tenga muy pocas cargas, tal que el cambio en una sea una diferencia notable. Usó gotas de aceite que se cargaban (ie, adquirían o perdían algunas cargas) al ser "frotadas" por un aspersor. Mediante un campo eléctrico, detenía la caída de las gotas o las hacía ascender a velocidad constante. De esta manera, determinó su carga y su masa (ues $\equiv$ unidad electrostática de carga):

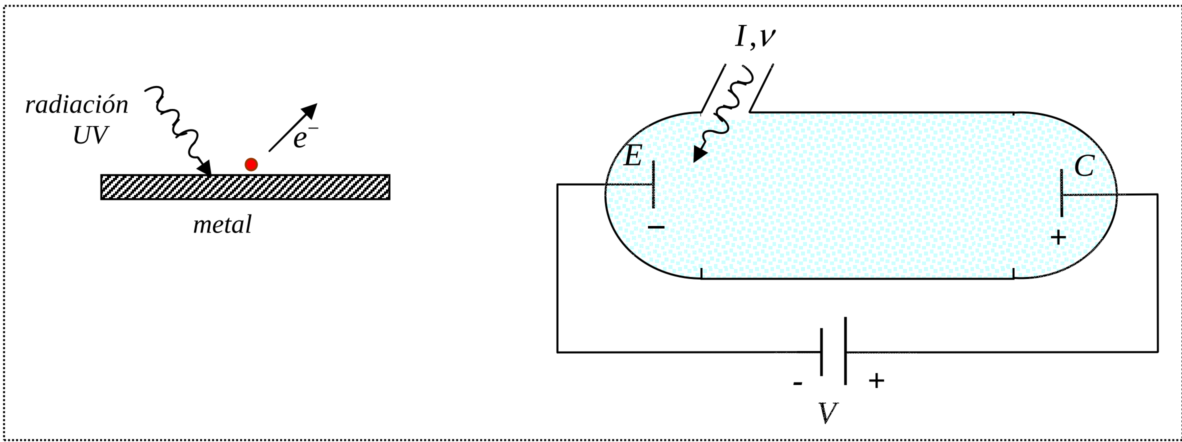
$e = 1.602 \times 10^{-19} coul = 4.8 \times 10^{-10} ues$

$m = 9.109 \times 10^{-28} g$

- Hasta ahora, las restricciones sobre las energías permitidas solo habían aparecido en conexión con osciladores armónicos. Vamos a ver que los resultados de varios experimentos, junto con el sistemático desarrollo de las ideas cuánticas llevan a la conclusión que toda la materia está sujeta a restricciones cuánticas.

- ***Efecto fotoeléctrico.***

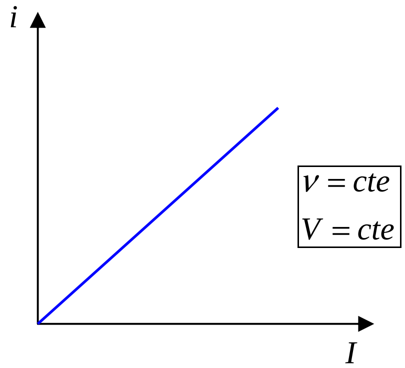
En un tubo de rayos catódicos, los e^- son emitidos por el cátodo como consecuencia del bombardeo del cátodo por iones positivos del gas. Otro proceso por el cual se emiten e^- de la superficie de un metal fue descubierto por Hertz (1887). Una placa metálica se carga positivamente (ie, pierde carga negativa) cuando se la ilumina con luz de longitud de onda λ chica (por ejemplo, en el UV), típicamente $\lambda \approx 10 - 10^3$ Å (1 Å=10^{-8} cm). Este fenómeno fue llamado *efecto fotoeléctrico*. Se puede estudiar con el siguiente aparato:



Un $V \approx 10v$ es suficiente para que el electrodo colector C recoja los e^- emitidos por el electrodo emisor *E*, pero no para que estos sean liberados por los iones positivos del gas. Así, si el tubo no se ilumina, no hay corriente de e^-. Si se hace incidir luz UV sobre *E*, se liberan e^-.

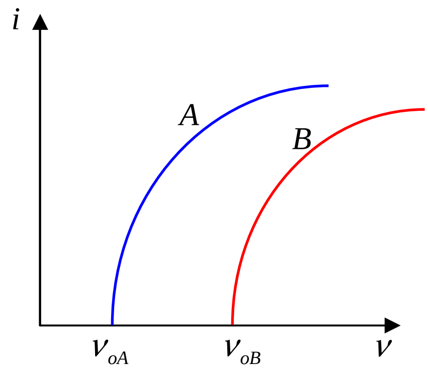
- Veamos cuál sería la explicación clásica de este fenómeno. Si pensamos a la luz como un campo electromagnético que se propaga en forma de ondas, este campo va entregándole energía a los e^-, hasta que estos acumulan suficiente energía como para liberarse del material.
- Vamos a ver las características experimentales de este fenómeno, variando cada una de las variables por vez, y vamos a ver si esas características están de acuerdo con la explicación clásica.

1) Se encuentra que la corriente i de e^- es proporcional a la intensidad *I* de la luz:



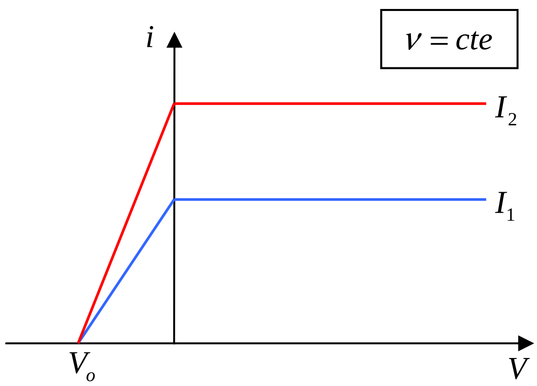
Si se varían el voltaje V o la frecuencia de la luz ν, solo cambia la pendiente de la recta. Esto está de acuerdo con la explicación clásica. La I de la luz está relacionada con la energía de esta. Por lo tanto, ondas más energéticas van a liberar más e^-.

2) Si ahora la intensidad de la luz se mantiene cte y se varía la frecuencia ν:



A y B son dos materiales distintos irradiados. La corriente depende de la frecuencia de la luz, pero hay una frecuencia de corte ν_o tal que luz con una frecuencia igual o menor a ν_o no eyecta e^-. Que la corriente dependa de la frecuencia de la luz también puede ser interpretado clásicamente. Parece razonable pensar que, para ciertas frecuencias, los e^- entran en resonancia y la cesión de energía se haga en forma más eficiente. Sin embargo, *la existencia de esta frecuencia de corte es difícil de explicar desde el punto de vista clásico.* Seria de esperar, desde ese punto de vista, que existiera una intensidad I de corte (o sea, ondas menos energéticas). Esto no sucede.

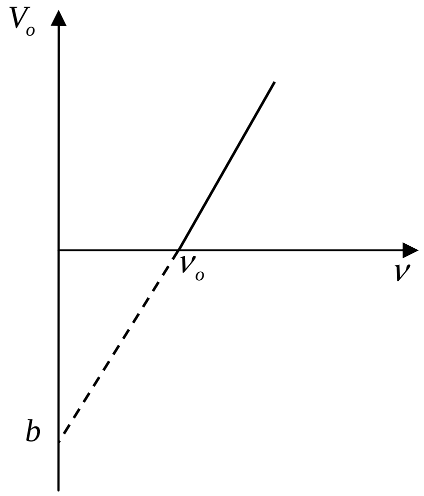
3) Si ahora se varía el potencial *V*:



Cuando $V \approx 10v$ o más, todos los e^- emitidos viajan a través del tubo, es decir, hay una corriente de saturación, por lo que un aumento (controlado) de V no aumenta la corriente. Si cambiamos la polaridad de *V*, este pasa a ser un potencial retardador que se opone a la corriente $E \to C$, y solo llegan a C los electrones con suficiente energía como para superar este potencial retardador. Aumentando el potencial retardador, se llega a un potencial V_o que frena hasta a los foto-e^- más energéticos y no hay corriente. Ese potencial frenador es, entonces, una medida de la energía cinética máxima, $T_{MÁX}$, de los fotoelectrones:

$eV_o = T_{MÁX}$ (1)

Nada raro. Para distintas intensidades de la luz (o sea, clásicamente, luz de diferente energía), sería de esperar que V_o cambiara, ya que habría una cesión de energía distinta de la luz a los e^-, y por lo tanto, también cambiaría $T_{MÁX}$. Sin embargo, se observa que V_o *es totalmente independiente de la I de la luz*. O sea, $T_{MÁX}$ *de los* e^- *no depende de la I de la luz.*



4) Por el contrario, *el potencial frenador* V_o *sí depende de la frecuencia* ν *de la luz,* tal como se ve en el gráfico. Esto muestra que *la energía de los fotoelectrones no depende de la intensidad de la luz, pero sí depende de la frecuencia*.

- Entonces, cómo juntamos estos datos?

La existencia de una frecuencia de corte (y la no existencia de una intensidad de corte), más el hecho que el potencial frenador, por lo tanto, la energía de los e^-, dependa de la frecuencia y no de la intensidad, parecería indicar que *la energía de la radiación electromagnética depende de su frecuencia* (y no depende de su intensidad, como sería de esperar clásicamente).

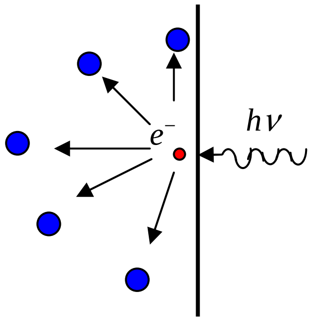
- Agreguemos un dato más. Supongamos que las propiedades del átomo son tales que el e^- necesita absorber alguna cantidad dependiente de la frecuencia (se les ocurre qué cantidad puede ser?) para ser liberado. En su interacción con la onda electromagnética, podría ir acumulando energía hasta que finalmente sería liberado. Con luz de baja energía, necesitaría un tiempo más largo para acumular dicha cantidad de energía que con luz más energética. Sin embargo, esto no es así. Se observan e^- eyectados inmediatamente, sea cual sea la energía de la luz incidente. Esto significa que, en la interacción entre el e^- y la radiación, la cesión de energía es cuasi-instantánea (o sea, en un $\Delta t <<<$). Esto no es propio del "juego" entre una onda electromagnética y una partícula cargada, sino que es característico de un *choque entre partículas.*

- Aquí vuelve a aparecer Einstein en escena. Con estos datos, elaboró en 1905 una teoría muy simple del efecto fotoeléctrico, pero que avanzaba un paso más frente a la hipótesis de Planck. Esta teoría le valió ganarse el premio Nobel.
- Postuló lo siguiente. Según hemos visto, de acuerdo con la hipótesis de Planck, cuando una fuente de radiación (cf. clase 11) emite radiación electromagnética, lo hace pasando de un nivel energético $E_n = nh\nu$ a un nivel $E_{n-1} = (n-1)h\nu$, y por lo tanto, el contenido energético transferido a la radiación electromagnética de frecuencia ν es justamente $h\nu$. Ahora bien, la fuente no emite una onda sino un "paquete" de energía electromagnética con un contenido energético $h\nu$. Este paquete de energía inicialmente está localizado en una pequeña región del espacio, y permanece localizado cuando se aleja de la fuente con velocidad *c*, en lugar de extenderse en la forma característica de las ondas en movimiento. Supuso que, en el proceso fotoeléctrico, se absorbe completamente dicho paquete de

energía por algún e^- del emisor. Es decir, la interacción entre el e^- y la radiación se produce como un choque de partículas.

Para Einstein, entonces, el significado de la frecuencia de la radiación no es tanto la frecuencia de los campos oscilantes, sino una medida de la energía de estos paquetes. Hoy día, a estos paquetes de energía electromagnética se los llama *cuantos* o *fotones*. De acuerdo a esto, aquellos fotones con $\nu < \nu_o$ no tienen suficiente energía para remover e^-.

- Con este mecanismo:



El e^- absorbe $h\nu$ (es decir, aumenta su energía en $h\nu$). Para poder escapar del material, el e^- debe:

- llegar hasta la superficie del material → "gasta" ΔE
- cuando el e^- llega a la superficie, debe superar las fuerzas atractivas de los núcleos positivos cerca de la superficie (hay un desbalance entre la atracción que experimenta hacia el interior del material y hacia fuera de él, ya que en el exterior, a lo sumo hay un gas diluido o vacío). Esto actúa como una barrera de potencial que "cierra" el material. A esta barrera de potencial se la llama "*función trabajo W*".

- Entonces, la energía cinética con la que los e^- escapan del material es:

$T = h\nu - \Delta E - W$

Por lo tanto, los más energéticos serán los que se encontraban en la superficie del material, es decir, aquellos tales que $\Delta E = 0$. Para estos:

$$\boxed{T_{MÁX} = h\nu - W}$$

Si esto es así, entonces, el potencial frenador, de acuerdo a (1) será una función lineal de la frecuencia:

$$eV_o = T_{MÁX} \Rightarrow \boxed{V_o = V_o(\nu) = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}}$$

Efectivamente, se comprueba que la pendiente de la recta $V_o(\nu)$ (ver gráfico) es $a = \dfrac{h}{e}$ y la ordenada al origen $b = -\dfrac{W}{e}$.

- De acuerdo a esta teoría, entonces a la *I* de la radiación se la relaciona con el número de fotones, por lo que luz de baja intensidad, disminuye la corriente porque hay menos fotones con los que interactuar.
- Todo cierra, todo muy lindo, pero … Se vuelve a la vieja pregunta: partículas u ondas? Y si son partículas…, qué hacemos con los fenómenos ondulatorios?

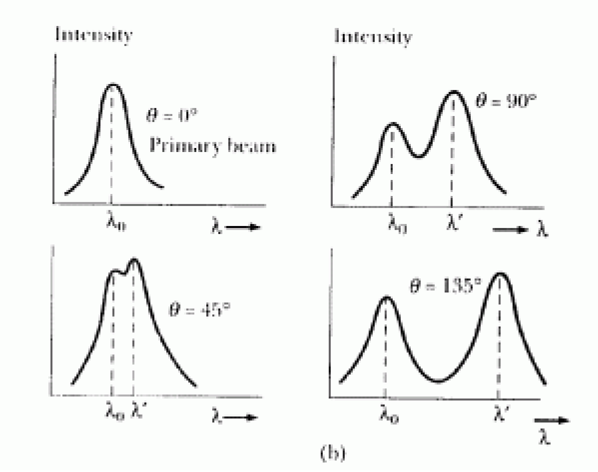
----------------⊗-----------------

Efecto Compton

El efecto Compton fue descubierto por Compton (obvio) en 1923 y es otra forma en que la radiación electromagnética interactúa con los e^-. Cuando un haz de rayos X de longitud de onda λ_o es dispersado un ángulo θ al enviarlo a través de una lámina metálica, la radiación dispersada tiene una longitud de onda $\lambda > \lambda_o$, que depende del ángulo de dispersión, es decir, $\lambda = \lambda(\theta)$.

Los rayos X son radiación electromagnética de longitudes de onda $10^{-2} \le \lambda \le 10^2$ (Å). Típicamente, $\lambda \cong 0.71$ Å. Por lo tanto, de acuerdo a la sección anterior, es radiación mucho más energética que la radiación UV. Por ese motivo, el efecto Compton se estudia como *la interacción entre un fotón y un e^- libre*, ya que el e^- solo necesita una pequeña parte de la energía del fotón para liberarse.

Si se representa la intensidad *I* de la radiación dispersada e incidente en función de λ, para distintos ángulos de dispersión:



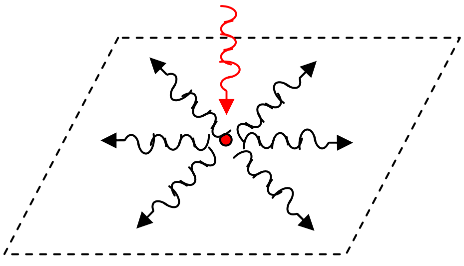
Por supuesto, siempre existe un ancho de banda tanto en el haz incidente como en el dispersado.

- Veamos cuál sería la explicación clásica.

La luz incidente provee un campo eléctrico oscilante

$$\vec{E} = \vec{E}_o sen\omega t$$

que hace oscilar al e^-. Como es una carga acelerada, el e^- irradia a su vez simétricamente en el plano perpendicular a la dirección de la radiación incidente:



Como resultado, el impulso neto irradiado por el e^- en el plano es nulo $\Rightarrow$ el haz incidente va transfiriendo al e^- todo el impulso que pierde. El e^- así es acelerado, por lo que, a medida que el e^- gana velocidad, se produce un corrimiento Doppler de la radiación emitida.

Se puede demostrar (no es nuestro objetivo demostrarlo) que dicho corrimiento Doppler es:

$$\lambda - \lambda_o \cong 2\lambda_o \frac{v}{c} sen^2 \frac{\theta}{2} = 2\lambda_o \frac{W}{mc^2} sen^2 \frac{\theta}{2}$$

donde W es la energía que la onda incidente va transfiriendo al e^-. De acuerdo a la teoría clásica, este corrimiento Doppler debería aumentar con el tiempo, a medida que la partícula gana energía. Esto significa que todos los valores (o, al menos, un amplio rango) posibles de λ deberían poder observarse en la radiación dispersada, si se cambia la intensidad de la radiación incidente o el tiempo de exposición. Experimentalmente se comprueba que se observa un único valor de λ, independientemente de la intensidad y el tiempo. Esto significa que el proceso de transferencia de energía e impulso no puede ser continuo, como indica la teoría clásica, sino discontinuo.

- Vamos, entonces, a tratar esta interacción directamente como el choque ($\equiv$ interacción que dura un tiempo muy corto) entre un fotón y un e^-. Como es una interacción en la que hay energías muy altas involucradas (el fotón es muy energético) para las partículas, tenemos que tratarlo como un choque relativista. Para eso, recordemos (o aprendamos) algunas ecuaciones relativistas y del electromagnetismo (el electromagnetismo, como está basado en las ecuaciones de Maxwell, que son empíricas, es relativista *per se*):
- Veamos un poco de electromagnetismo clásico> Las ondas electromagnéticas, no solo llevan energía sino también impulso lineal (no importa si no lo vieron antes):

$\vec{p} = \frac{1}{4\pi c} \int_V \vec{\mathrm{E}} \times \vec{\mathrm{B}}\, dV$ en unidades gaussianas.

Como $\vec{\mathrm{E}} \perp \vec{\mathrm{B}} \Rightarrow \vec{\mathrm{E}} \times \vec{\mathrm{B}} \parallel \vec{k}$ y, además, $|\vec{\mathrm{E}}| = |\vec{\mathrm{B}}|$ (en las unidades que estamos usando), por lo que:

$$|\vec{\mathrm{E}} \times \vec{\mathrm{B}}| = |\vec{\mathrm{E}}||\vec{\mathrm{B}}| = \mathrm{E}^2 \equiv \frac{\mathrm{E}^2 + \mathrm{B}^2}{2}$$

Como la energía es:

$$E = \frac{1}{8\pi} \int_V \left(\mathrm{E}^2 + \mathrm{B}^2\right) dV \Rightarrow \boxed{\vec{p} = \frac{E}{c}\hat{k}}$$

- Veamos ahora algunas relaciones relativistas.

Para una partícula con masa en reposo m_o, que se está moviendo con velocidad $\vec{v}$:

$\left.\begin{array}{l} E = \gamma m_o c^2 \\ \vec{p} = \gamma m_o \vec{v} \end{array}\right\} con\ \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$; si la partícula está en reposo, aún tiene energía $E_o = m_o c^2$. Esta energía es la que tiene por el solo hecho de tener m_o.

Existe, además, una relación que liga la energía y el impulso de una partícula:

$$E = c\sqrt{p^2 + m_o^2 c^2}$$

Esto es válido también para partículas sin masa en reposo. En ese caso:

$$E = pc$$

Para el fotón (partícula sin masa en reposo):

$$E = h\nu$$

$$\vec{p} = \frac{E}{c}\hat{k} = \frac{h\nu}{c}\hat{k} = \frac{h}{\lambda}\hat{k} = \frac{h}{2\pi}\vec{k}$$

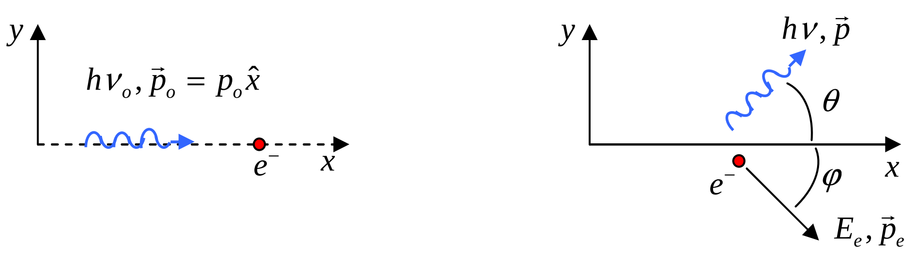
La constante $\frac{h}{2\pi}$ se la llama "*h barra*", se denota: $\hbar$ y vale $\hbar = 1.05457 \times 10^{-27}\, erg \times s$

Noten cómo la relación entre la energía y el impulso es la misma para una onda electromagnética según el electromagnetismo clásico, y para un fotón (o cualquier partícula con $m_o = 0$). Les dije que las ecuaciones electromagnéticas son relativistas.

Estas son las ecuaciones que vamos a usar para nuestro choque relativista. Además tenemos que saber que, en el marco de la relatividad especial, en todos los choques no solo se conserva el impulso sino también la energía.

- Vamos a pararnos en el sistema de referencia en el que el e^- está inicialmente en reposo:

antes del choque *después del choque*



- Por conservación de la energía:

1) $h\nu_o + m_o c^2 = h\nu + \gamma m_o c^2 = h\nu + E_e$

- Por conservación del impulso:

$$x)\ \frac{h\nu_o}{c} = \frac{h\nu}{c}\cos\theta + p_e\cos\varphi$$

$$y)\ 0 = \frac{h\nu}{c}sen\theta - p_e sen\varphi$$

Reordenando, elevando al cuadrado y sumando *x*) e *y*) :

$$\left(\frac{h\nu_o}{c} - \frac{h\nu}{c}\cos\theta\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}sen\theta\right)^2 = p_e^2\left(\cos^2\varphi + sen^2\varphi\right)$$

$$\left(\frac{h\nu_o}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\cos\theta\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}sen\theta\right)^2 - \frac{2h^2\nu_o\nu}{c^2}\cos\theta = p_e^2 = \frac{E_e^2}{c^2} - (moc)^2$$

De 1): $E_e = h\nu_o - h\nu + moc^2$

$$\Rightarrow \frac{E_e^2}{c^2} = \frac{\left(h\nu_o - h\nu + m_o c^2\right)^2}{c^2} = \left(\frac{h\nu_o}{c} - \frac{h\nu}{c} + m_o c\right)^2$$

Igualando:

$$\left(\frac{h\nu_o}{c}\right)^2+\left(\frac{h\nu}{c}\cos\theta\right)^2+\left(\frac{h\nu}{c}sen\theta\right)^2-\frac{2h^2\nu_o\nu}{c^2}\cos\theta=$$

$$=\left(\frac{h\nu_o}{c}\right)^2+\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2+(moc)^2-\frac{2h^2\nu_o\nu}{c^2}+\frac{2h\nu_o}{c}m_oc-\frac{2h\nu}{c}m_oc-(moc)^2$$

$$\Rightarrow\frac{2h^2\nu_o\nu}{c^2}(1-\cos\theta)=2hm_oc\left(\frac{\nu_o}{c}-\frac{\nu}{c}\right)$$

En función de λ:

$$\frac{h^2}{\lambda_o\lambda}(1-\cos\theta)=hm_oc\left(\frac{1}{\lambda_o}-\frac{1}{\lambda}\right)=\frac{hm_oc(\lambda-\lambda_0)}{\lambda\lambda_o}$$

Además: $1-\cos\theta=1-\cos\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right)=1-\cos^2\frac{\theta}{2}+sen^2\frac{\theta}{2}=1-1+sen^2\frac{\theta}{2}+sen^2\frac{\theta}{2}=2sen^2\frac{\theta}{2}$

Con lo que:

$$\boxed{(\lambda-\lambda_0)=\frac{2h}{m_oc}sen^2\frac{\theta}{2}}\quad \text{(cf. ec.(2))}$$

A $\frac{2h}{m_oc}$ se lo llama *longitud de onda Compton*.

- Notar que, en este caso, el e^- no puede absorber totalmente el fotón, pues, en ese caso:

$$h\nu_o+m_oc^2=\gamma m_oc^2$$

$$h\frac{\nu_o}{c}=\gamma m_ov$$

Como no hay fotón dispersado, el e^- tiene que salir en la misma dirección de incidencia del fotón.

$$(\gamma-1)m_oc=\gamma m_ov\Rightarrow\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}=1-\frac{v}{c}\Rightarrow v=0$$

Esto es absurdo, pues, entonces, $\nu_o=0$.