

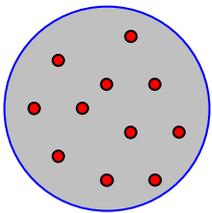
Clase 13: Modelos atómicos – Teoría de Bohr

Fue como si el suelo que nos sostenía se hubiera esfumado y nada pudiera, en ausencia de todo fundamento sólido, erigirse.

Albert Einstein

La emisión de e^- por una sustancia (por ej., el efecto fotoeléctrico) mostraba la presencia de partículas cargadas negativamente en los átomos. Como, en su estado normal, la materia es neutra, la conclusión era que los átomos debían contener una carga positiva de igual magnitud a la que los e^- poseen. Y como la masa de los átomos es mucho mayor que la de los e^- , entonces se supuso que la mayor parte de la materia tenía que estar asociada a la $q > 0$.

El primer modelo se debe a Thomson:

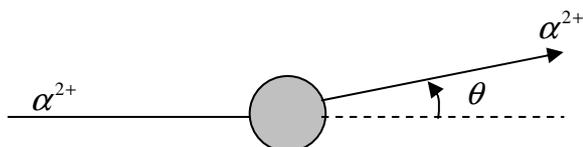


Este modelo presentaba una esfera de carga positiva, distribuida uniformemente, de radio $R \approx 1 \text{ \AA}$. Como los e^- se repelen entre sí, debían estar uniformemente distribuidos.

Por su apariencia, se lo llamó el modelo del *budín de pasas*.

Este modelo fue rápidamente abandonado, ya que experimentos de Rutherford basados en la dispersión (\equiv scattering) de partículas α por átomos, mostraban que la $q > 0$ debía estar concentrada en una región mucho menor.

Las partículas α (α^{2+}) son átomos de He doblemente ionizados ($2p^+ + 2n^0$), es decir, núcleos de He. En un experimento de scattering se bombardea un blanco de algún material con un haz de partículas (en este caso, partículas α^{2+}) y se estudian los ángulos de desviación. Como la materia tiene grandes espacios vacíos, muchas de las partículas pasan sin desviarse, pero las que interactúan con los átomos, sufren desviaciones debido a la repulsión electrostática. El experimento de dispersión de Rutherford tuvo como consecuencia el descubrimiento del núcleo atómico. La experiencia original se basó en la dispersión de partículas α^{2+} y partículas β (electrones e^-), al atravesar una delgada lámina de oro (delgada para eliminar la posibilidad de choques múltiples).



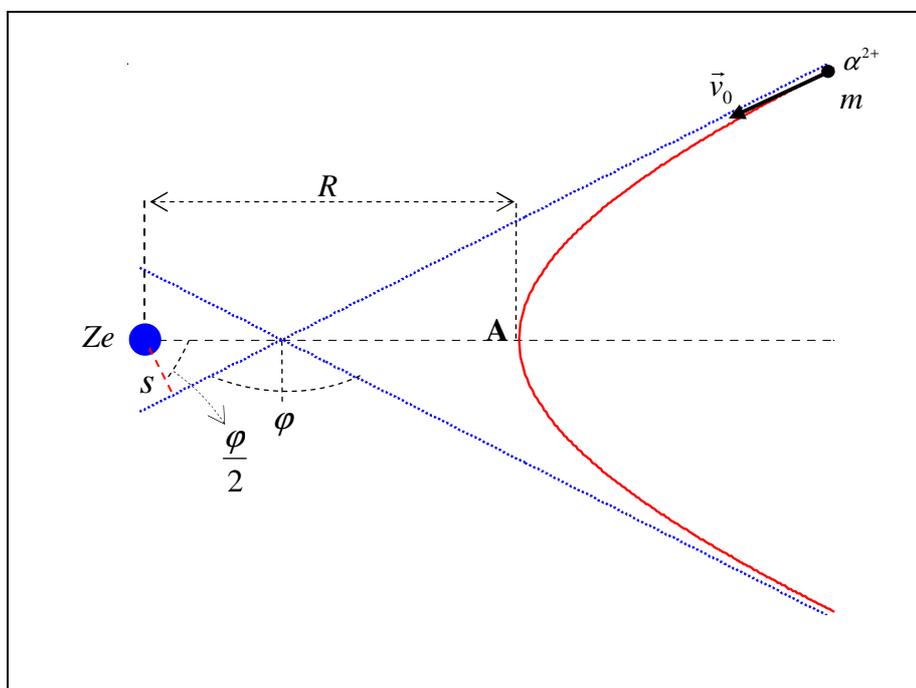
Con el modelo de Thomson se predecían ángulos de dispersión muy chicos respecto de los experimentales. Esto se entiende ya que, como la carga positiva en este modelo ocupa una región del espacio muy grande, la partícula α^{2+} , también positiva, comienza a desviarse demasiado pronto.

Para solucionar el problema que presentaba el modelo de Thompson, Rutherford concibió su modelo reduciendo el espacio ocupado por la carga positiva, y ubicando a la carga negativa distribuida a una distancia $R \approx 1 \text{ \AA}$.

- *Dispersión de Rutherford*

Con el modelo de Rutherford, la partícula α^{2+} podía acercarse mucho al núcleo positivo, antes de que la fuerza repulsiva de este la obligue a desviarse, y esta fuerza es suficientemente intensa como para que la partícula α^{2+} sufra una desviación considerable. Vamos a ver cuál es el resultado teórico del experimento de scattering con este modelo, teniendo en cuenta que, cerca del núcleo, la partícula α^{2+} se encuentra suficientemente alejada de estos como para poder despreciar la interacción con ellos.

Supongamos una partícula α^{2+} , de masa m y carga $2e$ ($e > 0$), que se acerca a un núcleo de gran masa, M , y carga Ze . La interacción entre ambos es electrostática y repulsiva. Por simplicidad, vamos a considerar un núcleo puntiforme.



Llamemos R a la distancia de máxima aproximación de α^{2+} al núcleo Ze , y s al *parámetro de impacto*, es decir, a la distancia perpendicular desde el núcleo hasta la extrapolación en línea recta de la parte inicial de la trayectoria de α^{2+} . En este caso, vamos a suponer conocida la trayectoria de α^{2+} y a encontrar esta distancia R de máximo acercamiento y el ángulo de dispersión φ .

Este es otro típico problema de dos partículas interactuantes, por lo que consideraremos el movimiento del CM y el de la partícula ficticia de masa igual a la masa reducida μ del sistema. Sin embargo, como $M \gg m$ (el número másico del Au es $A=197$; para α^{2+} , $A=4$), la posición del CM *prácticamente* coincide con la del núcleo, y la masa reducida $\mu \cong m$, por lo que resolver para la partícula ficticia es *prácticamente*, encontrar la trayectoria de la partícula α^{2+} . La trayectoria de la partícula ficticia, como así la de α^{2+} , es una hipérbola.

El potencial de interacción resulta:

$$V(r) = \frac{2Ze^2}{r}$$

- Escribamos las magnitudes conservadas en la distancia de máximo acercamiento:

1) Inicialmente:

$$\vec{L}_{CM} = \mu \vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \mu(\vec{r}_\perp + \vec{r}_\parallel) \times \vec{v}_0 = \mu r_\perp v_0 \hat{n}$$

$$\text{donde } \begin{cases} \vec{r}_\parallel \equiv \text{componente de } \vec{r} \parallel \vec{v}_0 \\ \vec{r}_\perp \equiv \text{componente de } \vec{r} \perp \vec{v}_0 \\ \hat{n} \equiv \text{versor normal al plano del movimiento} \end{cases}$$

Notemos que $\vec{r}_\perp = s \hat{r}_\perp$; por lo tanto:

$$\vec{L}_{CM} = \mu s v_0 \hat{n} = L \hat{n} \quad (1)$$

La energía es totalmente cinética, ya que el α^{2+} se encuentra muy lejos del núcleo ($r \rightarrow \infty$):

$$H = \frac{1}{2} \mu v_0^2 = E \quad (2)$$

2) En el punto de máximo acercamiento (A):

$$\vec{L}_{CM} = \mu R v_A \hat{n} \quad (3)$$

$$H = \frac{1}{2} \mu v_A^2 + \frac{2Ze^2}{R} \quad (4)$$

Entonces, igualando (1) con (3) y (2) con (4):

$$\mu s v_0 = \mu R v_A \Rightarrow v_A = \frac{s}{R} v_0$$

$$\frac{1}{2} \mu v_0^2 = \frac{1}{2} \mu v_A^2 + \frac{2Ze^2}{R}$$

$$\frac{1}{2} \mu v_0^2 = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{s}{R} \right)^2 v_0^2 + \frac{2Ze^2}{R}$$

de donde:

$$R = \frac{2Ze^2}{\mu v_0^2} + \sqrt{\left(\frac{2Ze^2}{\mu v_0^2} \right)^2 + s^2} \quad (R > 0)$$

En función de los valores de la energía y del impulso angular, E y L :

$$\begin{aligned} R &= \frac{Ze^2}{E} + \sqrt{\left(\frac{Ze^2}{E} \right)^2 + s^2} = \\ &= \frac{L^2}{\mu^2 E} + \sqrt{\left(\frac{L^2}{\mu^2 E} \right)^2 + \frac{2Ze^2}{E}} \end{aligned}$$

Por otra parte, el núcleo está en el foco de la hipérbola y existe una relación geométrica entre la distancia al foco (R), el ángulo de desviación φ :

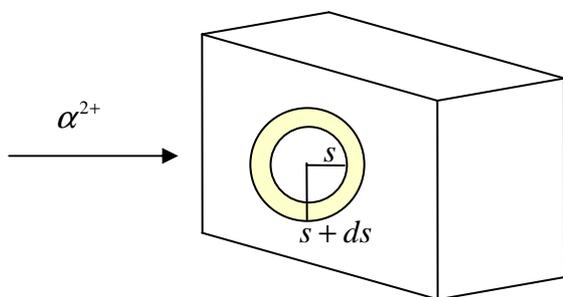
$$\text{tg } \frac{\varphi}{2} = \frac{R}{2s} = \frac{\frac{L^2}{\mu^2 E} + \sqrt{\left(\frac{L^2}{\mu^2 E} \right)^2 + \frac{2Ze^2}{E}}}{2s}$$

La trayectoria de α^{2+} está fijada por los valores de E y L :

\Rightarrow Cuanto más energético es α^{2+} , mayor es su penetración (es decir, menor es R) y mayor es la desviación φ .

\Rightarrow Cuanto mayor es el impulso angular (a igual velocidad inicial, es decir, variando solo el parámetro de impacto s), menor es la penetración (es decir, mayor es R) y menor es la desviación φ .

• El ángulo de dispersión depende del parámetro de impacto. Si el parámetro de impacto está entre $(s, s + ds)$, entonces el ángulo de dispersión va a estar entre $(\varphi, \varphi + d\varphi)$. Entonces, si quiero calcular el número de partículas dispersadas entre $(\varphi, \varphi + d\varphi)$, $dn(\varphi)$, esto es equivalente a calcular el número de partículas entre $(s, s + ds)$. Supongamos que ρ es el número de núcleos por cm^3 , y b el espesor de la lámina. Sea A su área. En cada núcleo vamos a centrar un anillo de ancho ds , por donde van a pasar las partículas.



El número de núcleos (y, por lo tanto, de anillos) es:

$$\rho dA \text{ y su área: } a = 2\pi s ds$$

La probabilidad $g(s)ds$ de que una partícula α^{2+} pase a través de alguno de los anillos es igual a:

$$(\text{área total cubierta por los anillos})/(\text{área total de la lámina})$$

Entonces:

$$g(s)ds = \frac{\rho dA \times 2\pi s ds}{A}$$

$$\text{Pero } s = \frac{1}{2} R \text{ctg } \varphi \Rightarrow |ds| = \frac{1}{4} \frac{R}{\text{sen}^2 \varphi} d\varphi$$

Con lo que la probabilidad es:

$$g(s)ds = \frac{dn(\varphi)}{n} = \rho b \times 2\pi \frac{1}{8} R \frac{\text{ctg } \varphi}{\text{sen}^2 \varphi} d\varphi$$

$$\boxed{\frac{dn(\varphi)}{n} = \frac{\pi}{4} \rho b \times R \frac{\cos \varphi}{\text{sen}^3 \varphi} d\varphi}$$

-----⊗-----

El modelo atómico de Rutherford reproducía la dispersión de partículas α^{2+} razonablemente bien. Sin embargo, subsistía un problema, Dijimos que Rutherford ubicó a los e^- a una distancia de aproximadamente 1\AA del núcleo. Hay dos maneras de ubicar ese conjunto de partículas negativas alrededor del núcleo:

- 1) Si los e^- están quietos respecto del núcleo, efectivamente existe una configuración de equilibrio para un conjunto de Z cargas negativas ($-e$) alrededor de una carga positiva $+Ze$. El problema es

que se trata de una configuración de equilibrio inestable, por lo que la más pequeña perturbación haría que los e^- colapsaran en el núcleo.

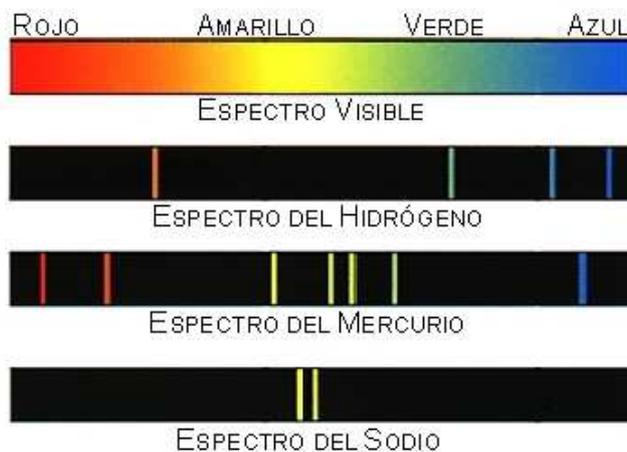
- Hagamos orbitar a los e^- alrededor del núcleo. Entonces, son cargas aceleradas y, como bien sabemos, las cargas aceleradas irradian, por lo que, irían perdiendo energía y ... colapsarían en el núcleo.

Cualquiera de las dos soluciones nos conduce a materia inestable. Y sabemos que la materia es estable.

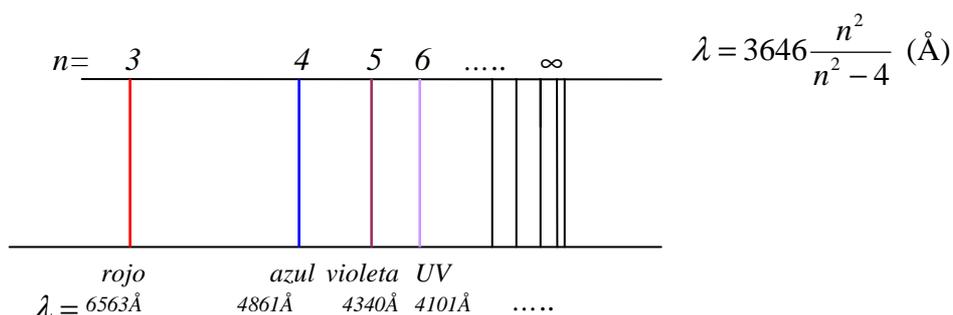
- El problema de la estabilidad atómica condujo a la formulación de una teoría simple de la estructura del átomo, formulada por Niels Bohr en 1913. Y, entre otras cosas, también pudo explicar el espectro de la radiación electromagnética emitida por ciertos átomos:

El problema de los espectros atómicos

Si se hace pasar una descarga eléctrica o llama por un gas (vale decir, le entregamos energía), los átomos adquieren energía que es mayor que en el estado normal. Al regresar al estado normal, los átomos ceden ese exceso de energía, emitiendo radiación electromagnética. Si se analiza el espectro con, por ejemplo, un prisma o una red de difracción, en lugar de una banda continua de colores, aparecen tan solo líneas paralelas y aisladas de determinados colores (imágenes de la rendija el espectrómetro), separadas según un ángulo que depende de la longitud de onda de la radiación propia de la línea. Este conjunto de longitudes de onda se denomina el *espectro atómico* y es propio de cada elemento/sustancia y, por lo tanto, constituye una especie de “huella dactilar” que lo identifica.



En el caso del H, el espectro es relativamente sencillo. Balmer mostró empíricamente en 1885, que las 9 líneas conocidas en ese entonces para H se podían describir como:



En función del número de onda, Rydberg encontró que esta serie responde a la siguiente

$$\text{expresión: } k = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{con } n > 2$$

y $R_H = 109677.576 \text{ cm}^{-1} \equiv \text{cte de Rydberg}$

En general, se encontraron series de líneas que respondían a:

$$k = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{con } n > m$$

Así, se encontraron las siguientes líneas para el H (y siguen...)

| | | | |
|----------|---------------------|---------|------------|
| Lyman | UV | $m = 1$ | $n \geq 2$ |
| Balmer | casi UV- visible | $m = 2$ | $n \geq 3$ |
| Paschen | IR | $m = 3$ | $n \geq 4$ |
| Brackett | IR | $m = 4$ | $n \geq 5$ |
| Pfund | IR | $m = 5$ | $n \geq 6$ |

Además, se determinó el *principio de Rydberg-Ritz*:

Si en un espectro aparecen dos líneas de frecuencias ν_1 y ν_2 , es común encontrar que también aparecen $(\nu_1 + \nu_2)$ y $|\nu_1 - \nu_2|$.

• **Teoría del átomo de Bohr (1913-1915)**

Estas características del espectro atómico condujeron a Niels Bohr a enunciar una teoría para el átomo, (en realidad, solo para el átomo de H) basado en el modelo nuclear del átomo de Rutherford y la teoría de los cuantos de la radiación de Planck y Einstein (un nuevo eslabón en la cadena). Sus hipótesis se basaban en los siguientes postulados:

- 1) En un sistema atómico, un e^- se mueve en órbitas circulares bajo la influencia de la interacción coulombiana con el núcleo, y su movimiento es clásico. A estas órbitas las llamamos *estados estacionarios*.
- 2) En un estado estacionario no hay emisión de radiación (aunque eso sería de esperar de la electrodinámica clásica).
- 3) Toda emisión o absorción de radiación corresponde a transiciones entre dos estados estacionarios. La frecuencia de la radiación emitida es tal que:

$$h\nu = E_2 - E_1 \quad \text{donde } E_i \equiv \text{energía de los estados estacionarios.}$$

4) De todas las órbitas posibles de acuerdo a la mecánica clásica, el e^- solo puede moverse en aquellas tal que el impulso angular de la órbita, l_n , vale:

$$l_n = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad \text{con } n > 0 \in \mathbb{Z} \equiv \text{número cuántico} \quad \text{y } \hbar = 1.05450 \times 10^{-27} \text{ erg} \times \text{s}$$

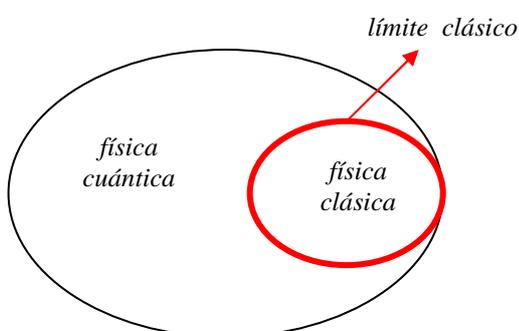
(noten que h y \hbar tienen unidades de impulso angular).

- Mezcla de física clásica y no clásica! Hay varios puntos controversiales. Por qué, en un *estado estacionario*, el e^- no emite? (por algo lo llama “estacionario”). Observen que, lo que propone Bohr es un conjunto discreto de órbitas *permitidas* (las que cumplen 4)) y de órbitas *prohibidas* (las que no cumplen 4)). Bohr “resuelve” (¿?) el problema de la estabilidad del átomo postulando la existencia de estos estados estacionarios. La emisión de radiación va asociada a un salto del sistema de un estado estacionario a otro, según la teoría de Planck. El 4^{to} postulado, que diferencia las órbitas permitidas de las prohibidas, está de acuerdo con la teoría de Planck sobre la energía de los osciladores. Noten que, en dichas órbitas estacionarias, el impulso angular está *cuantificado* y esto conduce a una cuantificación de la energía.

- El 4^{to} postulado, que aparece como bastante insólito, no fue, por decirlo de alguna manera, “sacado de la galera”. Responde, como vamos a ver ahora, a un principio que el mismo Bohr estableció, y que se llama:

- **Principio de correspondencia**

Sabemos que toda teoría tiene un cierto rango de validez. La física clásica aplica excelentemente a lo macroscópico y ese es su rango de validez (acababan de darse cuenta de que no explicaba todo), y estas nuevas ideas (llamémoslas, cuánticas) aplican bien a lo microscópico, donde la física clásica falla. Se podría decir que la física cuántica contiene a la física clásica, es decir, esta última es un caso particular de la primera. Ahora bien, todas las teorías deben empalmar suavemente para considerarlas válidas. Es decir, en el límite donde empieza el rango de validez de una, los resultados de ambas deben coincidir. Qué significa esto? Significa que, si con la teoría cuántica yo voy a valores macroscópicos de las magnitudes, tengo que recuperar los resultados clásicos. Esto es lo que se llama *moverse en el límite clásico*:



La pregunta fundamental para Bohr era, cómo determinar qué órbitas son permitidas y cuáles no. Obviamente, Bohr no tenía idea de cuáles eran las leyes que regían este universo “cuántico” (o sea, el de los átomos, las partículas, etc.), pero sí sabía cómo se comporta el universo macroscópico (es decir, el que está regido por las leyes clásicas). Entonces, hizo lo único que podía hacer. Su idea

fue la siguiente:

Calcular la frecuencia con la que irradia un e^- en el caso clásico, ν_{cl} , según las leyes de la electrodinámica clásica, y calcular la misma frecuencia desde un punto de vista cuántico, ν_q , pero moviéndose en el límite clásico (o sea, para valores grandes de las magnitudes), y pedir que:

$\nu_{cl} = \nu_q$ en el límite clásico

A partir de ahí, sacar conclusiones y cruzar los dedos para que esas conclusiones también sean válidas fuera del límite clásico (o sea, en el terreno de lo puramente cuántico). Se darán cuenta de que este método no es estrictamente ortodoxo, pues Bohr calcula un caso particular (en el límite clásico) y pide que el resultado sea válido en general (en el caso cuántico). Esto es lo que se llama el *principio de correspondencia*: me muevo en el caso particular del límite clásico y pido que las conclusiones valgan en general. La verdad es que, a veces funciona, a veces no. En este caso, funcionó.

- Entonces, supongamos un átomo hidrogenoide (o sea, un átomo con Z protones y un solo e^- , es decir, un átomo $(Z-1)$ veces ionizado-lo único importante es que tenga un solo e^-).

Clásicamente, planteando el problema de Coulomb para la interacción entre el núcleo (de carga Ze) y e^- , la energía y el impulso angular son:

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \mu (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) - \frac{Ze^2}{r} \\ l &= \mu r^2 \dot{\theta} = \mu r v \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \underbrace{\frac{l^2}{2\mu r^2}}_{V_{ef}} - \frac{Ze^2}{r}$$

donde $\mu \equiv$ masa reducida del sistema (“casi” la masa del e^-) y nos paramos en el sistema CM (“casi” la posición del núcleo). Sabemos que este problema tiene como resultado órbitas que responden a las cónicas, pero solo nos interesan las órbitas circulares (por algo hay que empezar -para complicarlo, hay tiempo después).

En una órbita circular:

$$\left. \begin{aligned} E &= V_{ef}^{min} = V_{ef}(r_o) = -\frac{\mu}{2} \left(\frac{Ze^2}{l} \right)^2 \\ r_o &= \frac{l^2}{\mu Ze^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_o}{r_o} = \frac{l}{\mu r_o^2} = \frac{l}{\mu} \frac{(\mu Ze^2)^2}{l^4} = \frac{\mu (Ze^2)^2}{l^3} \quad (1)$$

Hasta aquí, los resultados de resolver el problema de Coulomb. Calculemos las frecuencias ν_{cl} y ν_q .

- 1) Clásicamente, el e^- va a emitir radiación electromagnética de la misma frecuencia con la que orbita:

$$\nu_{cl} = \frac{v_o}{2\pi r_o} = \frac{\mu (Ze^2)^2}{2\pi l^3} \quad (\text{de (1)})$$

- 2) Cuánticamente, la frecuencia de la radiación emitida va a corresponder al salto del e^- de una órbita permitida a la siguiente. Supongamos que estas órbitas están caracterizadas por valores de impulso angular l_1 y l_2 , tal que $l_2 = l_1 + \Delta l$:

$$v_q = \frac{\Delta E}{h} = -\frac{\mu}{2h} (Ze^2)^2 \left[\frac{1}{l_2^2} - \frac{1}{l_1^2} \right] = \frac{\mu}{2h} (Ze^2)^2 \left[\frac{l_2^2 - l_1^2}{l_1^2 l_2^2} \right]$$

Ahora nos vamos a mover en el límite clásico. Ahí, los valores de la magnitudes físicas son grandes (comparados con los cuánticos) y, entonces, la diferencia de los impulsos angulares de dos órbitas sucesivas tiene que ser muy chica, respecto de los valores de los impulsos angulares. O sea, si:

$$l_2 = l_1 + \Delta l \Rightarrow \Delta l \lll l_1 \quad (\text{por eso, clásicamente, las órbitas parecen un continuo})$$

Entonces:

$$v_q = \frac{\mu}{2h} (Ze^2)^2 \left[\frac{(l_1 + \Delta l)^2 - l_1^2}{l_1^2 (l_1 + \Delta l)^2} \right] = \frac{\mu}{2h} (Ze^2)^2 \left[\frac{l_1^2 + 2l_1 \Delta l + (\Delta l)^2 - l_1^2}{l_1^2 (l_1^2 + 2l_1 \Delta l + (\Delta l)^2)} \right] = \frac{\mu}{2h} (Ze^2)^2 \left[\frac{2l_1 \Delta l}{l_1^4} \right] = \frac{\mu (Ze^2)^2}{h} \frac{\Delta l}{l_1^3}$$

donde hemos despreciados infinitésimos de orden superior. Si ahora igualamos las dos frecuencias:

$$\frac{\mu (Ze^2)^2}{2\pi l_1^3} = \frac{\mu (Ze^2)^2}{h} \frac{\Delta l}{l_1^3} \Rightarrow \Delta l = \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \boxed{\Delta l = \hbar}$$

Es decir, en el límite clásico la diferencia entre el impulso angular de dos órbitas permitidas sucesivas es $\Delta l = \hbar$ (por eso, clásicamente, las órbitas parecen un continuo).

Y ahora, el paso audaz. Si bien esto vale en el límite clásico, supongamos que es válido también en el terreno de lo cuántico. Entonces, los valores de impulso angular de las órbitas permitidas son:

$$\boxed{l_n = n\hbar}$$

que es lo que enuncia Bohr en su 4^{to} postulado. Esto es lo que se llama una *regla de cuantificación* (o cuantización) y n se llama número cuántico (numera las órbitas). Noten que, como las órbitas circulares tienen un solo grado de libertad, me alcanza con cuantificar una sola magnitud física característica. Noten también que el límite clásico corresponde a números cuánticos muy grandes ($\hbar \approx 10^{-27} \text{ erg} \times \text{s}$; para llegar a valores clásicos, necesitamos un $n \gggg$)

- Con estos valores de impulso angular quedan también unívocamente determinados la energía y los radios de las órbitas permitidas:

$$\boxed{E_n = -\frac{\mu (Ze^2)^2}{2 n^2 \hbar^2}}$$

$$\boxed{r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{\mu Ze^2}}$$

-----⊗-----

Veamos algunas características de estos estados estacionarios.

- El radio más chico corresponde a $n = 1$. En el caso del átomo de H ($Z = 1$), se lo llama *radio de Bohr*:

$$r_o = \frac{\hbar^2}{\mu Ze^2} = \frac{0.529177}{Z} \text{ \AA}$$

Es decir, $r_n = n^2 r_o$

(Habría que ver si no hay un error por relatividad. La velocidad máxima del e^- (correspondiente a la órbita mínima) es:

$$v_{\text{máx}} = \frac{\hbar}{\mu r_o} \cong 2.2 \times 10^8 Z \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Es chica frente a c , salvo para valores grandes de Z .)

• La energía mínima corresponde al estado más estable y a este se lo llama *estado fundamental o normal*:

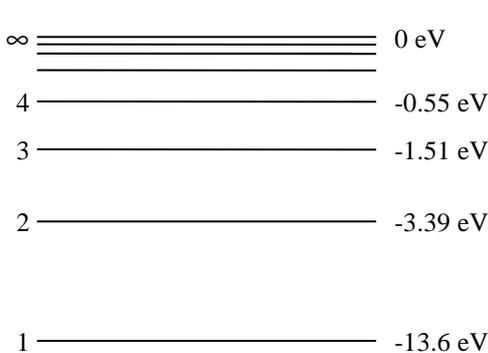
$$E_1 = -\frac{\mu (Ze^2)^2}{2 \hbar^2} \quad E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

Para $Z = 1$: $E_1 = -21.7 \times 10^{-12} \text{erg} = -13.6 \text{eV}$

($1 \text{eV} = 1.60210 \times 10^{-12} \text{erg}$ es la energía que adquiere un e^- sometido a un potencial de 1volt).

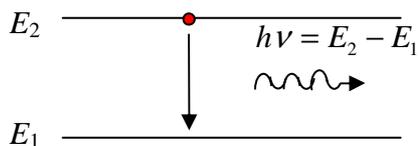
Otra unidad de energía habitual es la unidad atómica de energía (ua): $1 ua = 27.21 \text{eV} \cong 1 \text{Hartree}$

Los estados siguientes se llaman *estados excitados*:



El último nivel excitado (o estado ligado) corresponde a 0eV . Por lo tanto, para liberar al e^- , si este se encuentra en el estado fundamental, hace falta entregarle una energía igual a 13.6eV . A esta energía se la llama *potencial de ionización*.

Al pasar de un estado a otro, el e^- del átomo de H emite un fotón de frecuencia:



$$\nu = \frac{|E_2 - E_1|}{h} = \frac{\mu e^4}{4\pi \hbar^3} \left| \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right|$$

Notemos que si $\begin{cases} E_2 - E_1 < 0 \Rightarrow \text{emisión} \\ E_2 - E_1 > 0 \Rightarrow \text{absorción} \end{cases}$

Si lo escribimos en función del número de onda $k = \frac{2\pi \nu}{c}$:

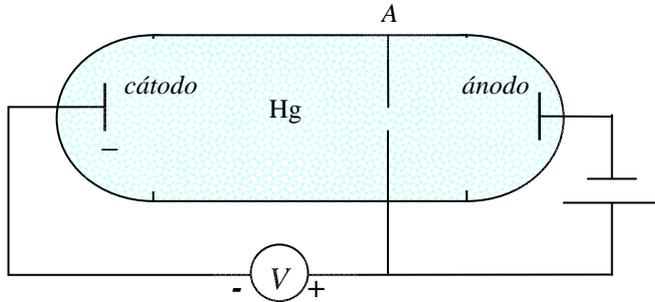
$$k = \frac{\mu e^4}{2c \hbar^3} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ con } n_2 > n_1 \quad \text{Esto se parece a las series espectroscópicas. En efecto:}$$

$$\frac{\mu e^4}{2c \hbar^3} \cong 109681 \text{ cm}^{-1} \quad (\text{cf. } R_H = 109677.576 \text{ cm}^{-1}) \quad \text{Una pegada! Pero no se emocionen ...}$$

- Notemos que solo puede ocurrir una transición de un estado a otro si se le entrega al e^- la diferencia de energía exacta entre dos niveles. Esto se demostró experimentalmente con la siguiente experiencia.

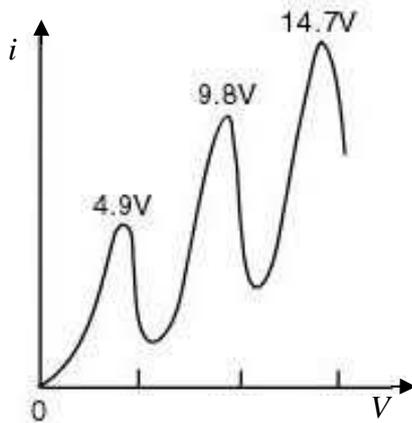
- **Experiencia de Franck y Hertz:**

En un tubo de rayos catódicos en el que había un gas de Hg, estudiaban la corriente de e^- que provenían de un cátodo caliente, en función del voltaje aplicado.



Se aceleran los e^- entre el cátodo y A; entre A y el ánodo, hay un potencial retardador. En el interior del tubo, se producen colisiones los e^- y los átomos de Hg.

La corriente de e^- en función del voltaje V aplicado que se obtuvo tiene la siguiente pinta:



La corriente disminuye abruptamente para $V = 4.9 \text{ v}$. Por qué?

Una fracción considerable de e^- con esa energía excitan a los átomos de Hg, perdiendo su energía cinética y, por lo tanto, no pueden llegar al ánodo. Efectivamente, el Hg tiene su primer estado excitado a 4.9 eV , por lo que los e^- del Hg “aceptan” esa cesión de energía por parte de los e^- que chocan con ellos. Lo abrupto de la curva muestra que los e^- con $E < 4.9 \text{ eV}$ no pueden transferir su energía al Hg. Las otras caídas representan otras transferencias de E a otros estados excitados del Hg.

- Todo parece cerrar, pero ...