2do. Parcial - Física 4 - 1er. Cuatrimestre de 2018.

Cátedra Llois

1) En los primeros momentos despues del Big Bang el universo era muy denso y estaba muy caliente. Una sopa de partículas elementales: quarks, electrones, fotones y neutrinos. A medida que se va enfriando, los quarks se agregan formando protones y neutrones. Mucho más tarde se forman los primeros átomos y el universo se vuelve 'transparente a los fotones' (los fotones víajan por el universo prácticamente sin interactuar). La radiación cósmica de microondas esta constituida por esos fotones remanentes de ese momento del universo. El espectro de la radiación cósmica de microondas corresponde al de un cuerpo negro. Son **VERDADERAS o FALSAS** las siguientes afirmaciones? Justifique brevemente (una frase).

   a) La explicación de por qué el universo se volvió transparente a los fotones es que una vez que los electrones dejan de ser libres ya no hacen scattering Compton con los fotones.

   b) Antes de formarse los atomos, los fotones interactuaban con los electrones vía efecto fotoeléctrico, pero una vez que se formaron los átomos solo interactuaban vía efecto Compton.

   c) Podemos asociar la radiacion cósmica de microondas con la radiación de un cuerpo negro porque podemos considerar el universo isotérmico. Si no pudiéramos considerarlo isotérmico, no podriamos asociarle a la radiación una temperatura.

   d) Si graficamos el espectro de la radiación cósmica de microondas como radianza espectral en función de frecuencia obtenemos dos máximos.

   e) Si graficamos el espectro de la radiación cósmica de microondas como radianza espectral en funcion de frecuencia, podemos deducir la temperatura del cuerpo negro.

2) La función de onda de un electrón libre está dada por $\psi(x) = A.e^{-\frac{x^2}{4\sigma_x^2}}$

   a) Calcular la constante de normalización.

   b) Obtenga la función de onda normalizada en el espacio de los k ó en el de los momentos ($\phi(k)$ o $\phi(p)$).

   c) Calcule $< x >$ y $< p >$.

   d) Considere actuar sobre la función de onda con el operador $\hat{T} = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{p}x_0}$ (generador de la simetría de traslación asociada a la conservación del momento). Que espera que ocurra en el espacio de posiciones? Que espera que ocurra en el espacio de momentos? Calcule $< x >$ y $< p >$ en el estado que resulta de aplicar este operador al estado original del electrón.
   Ayuda: Utilice que, en la representación de momento, $\hat{p} = p$.
   $\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(p)e^{ipx/\hbar}dp; \qquad \Phi(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x)e^{-ipx/\hbar}dx.$
   $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}ax^2} = \sqrt{\frac{2\pi}{a}}$, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}ax^2}e^{ibx} = \sqrt{\frac{2\pi}{a}}e^{-\frac{b^2}{2a}}$.

3) Considere un oscilador armónico en el estado (masa m, frecuencia w):

$$\psi(x, t=0) = \sqrt{\frac{2}{3}}\phi_0 + \sqrt{\frac{1}{3}}\phi_1$$

donde ϕ_0 y ϕ_1 son el estado fundamental y el primer estado excitado del oscilador armónico, respectivamente.

a. Escribir la evolución temporal de la función de onda.

b. ¿Cuál es la probabilidad de obtener $(3/2)\hbar\omega$ si se mide la energía a t=0? ¿Y a un tiempo t genérico?

c. Calcular el valor medio de la posición en función del tiempo, $< x(t) >$.

d. Calcular el valor medio del momento en función del tiempo, $< p(t) >$.
Ayuda: utilizar el teorema de Ehrenfest: $\frac{d<\hat{A}>}{dt} = \frac{-i}{\hbar}\langle[\hat{A}, \hat{H}]\rangle + \langle\frac{\partial\hat{A}}{\partial_t}\rangle$.

e. Calcular la relación de incertidumbre para un autoestado Φ_n.
Ayuda: Dado que es un sistema conservativo por el teorema del virial se tiene, $\langle\hat{T}\rangle = \langle\hat{V}\rangle = \frac{\hbar\omega}{4}(2n+1)$, $\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}$.
Δx es la incertidumbre en x: $(\Delta x)^2 = \langle x\rangle^2 - \langle x^2\rangle$
Oscilador armónico:
$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$,
$\int_{-\infty}^{\infty} dx\phi_0(x)\hat{x}\phi_1(x) = C$, donde C es una constante real.

4) Se tiene una partícula de masa m en un pozo de potencial tridimensional con simetría esferica, que vale cero para $r < a$ y V_0 para $r > a$. Hallar la función de onda en las distintas regiones del espacio, suponiendo que la energía de la partícula es menor que V_0 y que el momento angular total de la particula es nulo.
No es necesario encontrar una forma explicita de las autoenergias, sólo encuentre la ecuación caracteristica
$\int_0^b sin(x)^2 dx = \frac{b - cos(b) sin(b)}{2}$
$\int_b^\infty e^{-x} dx = e^{-b}$