

FÍSICA CONTEMPORÁNEA

2do cuatrimestre 2017

4 - ONDAS Y RADIACIÓN

Problema 1:

Demostrar que la ecuación

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0$$

admite soluciones de la forma $f = f^-(t - x/c) + f^+(t + x/c)$.

Problema 2:

A partir de la expresión para el operador laplaciano en coordenadas esféricas, mostrar que las ondas esféricas están descritas por funciones de la forma

$$\psi(r, t) = \frac{1}{r} f(r - vt).$$

Problema 3:

¿Cuántas longitudes de onda de luz amarilla ($\lambda = 580 \text{ nm}$) caben en una distancia igual al espesor de una hoja de papel? ¿Cuántas de microondas ($\nu = 10 \text{ GHz}$)?

Problema 4:

Se tienen dos ondas planas monocromáticas dadas por

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{01} \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + a), \quad \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{02} \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + b)$$

tales que los vectores \mathbf{E}_{01} y \mathbf{E}_{02} forman un ángulo $\alpha = \pi/2$. Determinar la polarización de la onda resultante para $b - a = 0$, y para $b - a = \pi/2$; en este último caso, considerar tanto $|\mathbf{E}_{01}| = |\mathbf{E}_{02}|$ como $|\mathbf{E}_{01}| \neq |\mathbf{E}_{02}|$.

Problema 5:

Verificar que para una onda plana, con la elección de gauge (medida, calibre, contraste) adecuada los campos eléctrico y magnético se escriben en términos de \mathbf{A} como: $\mathbf{B} = (\dot{\mathbf{A}} \times \hat{\mathbf{n}})/c$, $\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \hat{\mathbf{n}}$.

Problema 6:

Verificar que para una onda plana el flujo de energía por unidad de área y de tiempo es proporcional a la densidad de energía electromagnética: $\mathbf{S} = cW\hat{\mathbf{n}}$, donde $W = (E^2 + B^2)/8\pi$.

Problema 7:

Deducir la ley de reflexión a partir del *Principio de Fermat*, que establece que el tiempo de propagación entre dos puntos dados es un mínimo local.

Problema 8:

Mostrar analíticamente que un haz que entra a una lámina de caras paralelas (de índice de refracción n), emerge de la misma en dirección paralela a la original.

Problema 9:

Calcular el ángulo crítico más allá del cual hay reflexión total interna en una interfase aire-vidrio ($n = 1,5$).

Problema 10:

Comprobar que la condición para que se pueda despreciar el tiempo $\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{n}}/c$ en los potenciales retardados (lo cual permite llegar a las expresiones para la radiación dipolar de un sistema) puede escribirse

$$a \ll \lambda,$$

donde a es el orden de las dimensiones del sistema y λ es una longitud de onda característica de la radiación emitida.

Problema 11:

Comprobar que para un sistema aislado de partículas no relativistas con la misma relación carga/masa la radiación es nula.

Problema 12:

Determinar la intensidad de la radiación de una carga que se mueve siguiendo una trayectoria circular en un campo magnético uniforme y constante de magnitud B .

Problema 13:

Hallar la radiación total que se emite al chocar frontalmente dos partículas con cargas de igual signo. Ayuda: introducir la masa reducida $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ y el radio vector $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ para escribir el momento dipolar del sistema.

Problema 14: Hallar la radiación total emitida cuando una carga pasa junto a otra con una velocidad v suficientemente grande (si bien $v \ll c$) como para que se pueda considerar pequeña su desviación respecto del movimiento rectilíneo. Ayuda: introducir el parámetro de impacto ρ para escribir $r(t)$ e introducir la expresión en una de las integrales del problema anterior.

Problema 15:

Considérese una antena lineal, extendida entre $z = d/2$ y $z = -d/2$, y alimentada en su centro de manera que la corriente a lo largo de la misma está dada por

$$I(z, t) = I_0 \left(1 - 2 \frac{|z|}{d} \right) \cos(\omega t).$$

Encontrar la distribución angular de la potencia emitida, y la potencia total, suponiendo que $d \ll \lambda$, donde λ es una longitud de onda característica de la radiación. Ayuda: usar la ecuación de continuidad $\nabla \cdot \mathbf{j} + \partial\rho/\partial t = 0$ para obtener el momento dipolar del sistema.