

Física Contemporánea 1

Dinámica de cuerpo rígido

1. Expresar las componentes del vector ω en función de los ángulos de Euler en los siguientes casos

- i) ejes fijos al cuerpo
- ii) ejes espaciales

2. Si un cuerpo tiene un eje de simetría de revolución entonces dicho eje es un eje principal del tensor de inercia y en el plano perpendicular hay degeneración (es decir dos direcciones cualesquiera son ejes principales y tienen el mismo autovalor I)

En ese caso, el tensor de inercia es independiente del tiempo también para ejes que no están fijos al cuerpo sino que siguen al cuerpo en los ángulos de Euler ϕ , θ pero con $\psi=0$. Escribir las proyecciones de \mathbf{L} en esos ejes en función de ω . Escribir las componentes de ω en esos ejes en función de los ángulos de Euler.

3. Un giróscopo es básicamente un disco montado sobre un eje de modo que el disco puede girar libremente. El eje está apoyado en su extremo en un punto fijo. El centro de masa está a una distancia a de dicho punto. El radio del disco es a y su masa m . Hay gravedad. Escribir las ecuaciones de Lagrange para el movimiento del giróscopo en función de los ángulos de Euler. Halle constantes de movimiento e interprételas físicamente.

Analice esta afirmación: para una relación específica entre $d\phi/dt$ y $d\psi/dt$ en $t=0$, si el giróscopo está horizontal (i.e. $\theta = \pi/2$), el giróscopo no cae, sino que hace un movimiento circular uniforme sin cambiar su inclinación. Halle la relación específica arriba mencionada. Interprete el resultado analizando el torque de la fuerza peso y el efecto del mismo en el movimiento del cuerpo.

4. Se tienen dos placas de lados a y b cuyo espesor es despreciable. Una de ellas está fija por su centro de masa a un eje que gira con velocidad angular $\omega = \text{cte}$. La otra placa está unida a la anterior por una bisagra ideal que le permite moverse unida a un lado de la primera placa. Hallar el Lagrangiano y las ecuaciones de Lagrange para los casos:

- a) no hay gravedad. Hay algún punto de equilibrio estable?
- b) con gravedad. Hay en este caso un punto de equilibrio estable?

5. La pelota de rugby: una pelota de rugby es un elipsoide de revolución. Cuando la lanza un jugador a otro conviene darle un giro (spin) alrededor del eje del elipsoide. Cuál es la utilidad de eso?

Para responder analizar la evolución de la velocidad angular ω del elipsoide partiendo de condiciones iniciales en que $\omega_3 = \Omega$, $\omega_1, \omega_2 \ll \Omega$. Linealizar las ecuaciones de movimiento y verificar que mientras $\omega_3 \approx \Omega$, ω_1, ω_2 se mantienen pequeñas, oscilando entre los valores iniciales. Esto implica que el cuerpo se mantiene orientado en la dirección original.

6. Sistemas no inerciales: si L es un sistema inercial y S' un sistema que rota respecto de L con Ω uniforme (por ejemplo la tierra alrededor de su propio eje), hallar:

- a) la velocidad en L y S'
- b) la aceleración en L y S' . Para un cuerpo sometido a la acción de una fuerza \mathbf{F} , hallar las "fuerzas inerciales" que explican su movimiento para un observador en la tierra.
- c) El Lagrangiano de una partícula en términos de coordenadas referidas a un sistema estacionario en el sistema rotante.

7. Brújula giroscópica: un giróscopo tiene su eje de rotación montado en una guía circular horizontal que le permite reorientarse en cualquier dirección en el plano horizontal, con su centro de masa en reposo. Demostrar que el eje de rotación se orientará espontáneamente señalando el norte.