

## FISICA CONTEMPORANEA I

*Coordenadas generalizadas. Grados de libertad. PTV. Lagrange.*

1. Se tiene el sistema de la figura, donde  $x_1$ ,  $x_2$  se miden a partir de las posiciones de equilibrio. Sea  $q_1 = x_1 + x_2$  y  $q_2 = x_1 - x_2$ .
  - a. Definen  $(q_1, q_2)$  un conjunto admisible de coordenadas generalizadas?.
  - b. Si  $q_1 = 0$ , describa cualitativamente el movimiento de cada partícula. Idem si  $q_2 = 0$ .
  - c. Calcular las fuerzas generalizadas  $Q_1$  y  $Q_2$ .
2. Para los casos siguientes. Cuántos grados de libertad tiene el sistema?. Proponga conjuntos de coordenadas generalizadas adecuadas:
  - a.  $m_1$  y  $m_2$  se mueven en el plano de la mesa.
  - b. Idem, pero la mesa rota con  $\omega = \text{cte.}$ .
  - c.  $m_1$  y  $m_2$  se hallan dentro de un tubo. Si  $q_1$  y  $q_2$  se miden a partir del centro de masa, son coordenadas apropiadas?.
  - d. Las dos masas se hallan unidas entre sí por una barra rígida. Analice el caso en que sólo pueden moverse horizontalmente y también el caso bidimensional.
  - e. Discuta los casos P fijo y P móvil.
  - f. Una masa enhebrada en un alambre elíptico.
  - g. Una máquina de Atwood. Analice los casos en que la cuerda desliza y no desliza sobre la polea.
  - h. Una partícula puntual que cae por una esfera, con gravedad.
3. Se tiene el sistema de la figura. Hallar la aceleración de cada masa utilizando:
  - a. Las ecuaciones de Newton y condiciones cinemáticas.
  - b. Principio de los Trabajos Virtuales (PTV)
  - c. Las ecuaciones de Lagrange.
  - d\*. Repita a y b, pero ahora considerando que las poleas tienen masa  $M$  y radio  $R$ .
4. Dos partículas de masa  $m_1$  y  $m_2$  están unidas por un hilo inextensible de longitud  $l$ ;  $m_1$  se mueve sólo sobre el eje  $x$  y  $m_2$  sólo sobre el  $y$ . Las condiciones iniciales son las que indica la figura.
  - a. Halle la ecuación de movimiento para  $\theta$  utilizando el PTV.

- b. Halle la ecuación de Lagrange para  $\theta$ .
  - c. Si  $m_1 = m_2 \equiv m$ , halle la tensión  $T$  en el hilo como función de  $\theta$ .
  - d. Cuál es el período de movimiento de  $\theta$  en este caso?. Suponga que  $\theta$  sólo puede tomar valores pequeños.
5. Dos partículas de masas  $m_1$  y  $m_2$  están unidas por un hilo como indica la figura.  $m_1$  se mueve en el plano de la mesa y  $m_2$  sólo verticalmente. En  $t = 0$ ,  $m_1$  se encuentra a una distancia  $r_0$  del orificio y se le aplica una velocidad  $v_0$  perpendicular al hilo.
- a. Escriba las ecuaciones de Lagrange y halle sus integrales primeras en términos de las condiciones iniciales.
  - b. Halle la tensión del hilo.
  - c. Repita a y b suponiendo ahora que el movimiento de  $m_2$  es bidimensional.
6. Analizar los siguientes puntos
- a. Dado un sistema constituido por  $N$  partículas, cuál es el número de grados de libertad del mismo? y cuál el de ecuaciones de vínculo?
  - b. Se puede utilizar una velocidad como coordenada generalizada?
  - c. Las fuerzas generalizadas se aplican sobre cada partícula?
  - d. El número de grados de libertad de un sistema, es independiente del sistema de referencia utilizado para describir el movimiento?.
  - e. Para estudiar el equilibrio de un sistema, es siempre válido utilizar el *principio de los trabajos virtuales*?.
  - f. Es válida la formulación lagrangiana para un potencial dependiente de la velocidad? y para el campo electromagnético?.
  - g. Dé un ejemplo en que un desplazamiento virtual difiera de uno real. En qué casos son iguales?.
  - h. Las ecuaciones de vínculo para un sistema físico, dependen del sistema de referencia utilizado?, y las fuerzas de vínculo?.
  - i. Para calcular las fuerzas de vínculo de un sistema, qué métodos es posible emplear?.
  - j. Siempre se pueden escribir las ecuaciones de Newton desde el centro de masa de un sistema?.
  - k. Para un sistema de  $N$  partículas, cuántas ecuaciones de Newton se necesitan? y de Lagrange?.

- l.* Qué se entiende por un sistema inercial? Serán correctas las ecuaciones de movimiento si se escribe el lagrangiano desde un sistema no inercial?
- m.* Para una carga en un campo electromagnético, se puede conservar el impulso lineal de la misma? Qué magnitud se conserva?.
7. Una partícula de masa  $m$  se desliza sin fricción por un alambre fijo en el punto A y que forma un ángulo  $\theta_0$  con un eje vertical y que se encuentra rotando alrededor del mismo eje con velocidad angular constante  $\omega$ .
- a.* Encuentre el lagrangiano y las ecuaciones de Lagrange.
- b.* Halle  $r(t)$  sabiendo que a  $t = 0$ ,  $r(0) = r_0$ ,  $\dot{r}(0) = 0$ .
8. Encuentre el lagrangiano de los sistemas de la figura. Existe gravedad.
9. Encuentre el lagrangiano y las ecuaciones de movimiento del siguiente sistema: un péndulo simple de masa  $m_2$ , con una masa  $m_1$  en el punto sostén, la cual puede moverse sobre una línea horizontal contenida en el plano de movimiento de  $m_2$ . Resuelva las ecuaciones de movimiento y halle la frecuencia de oscilación del sistema para pequeños apartamientos de la posición de equilibrio estable. Suponga condiciones iniciales adecuadas.