Los principios de Newton

para el curso de Física contemporánea 1

4 de abril de 2021

1. Introducción

Quien muriera como Sir Isaac Newton nació como un "yeoman", es decir un propietario de tierras sin título de nobleza. Su trabajo más influyente, los "principia" fueron escritos en su casa del campo durante una epidemia de peste bubónica. Es creíble que en ella hubiera manzanos pero la historia de la inspiración por la manzana golpeando sobre su cabeza es apócrifa. Pero si no fue de esa manera, ¿cómo pensó Newton sus leyes? Sabemos que estaba muy consustanciado con el trabajo de Descartes, pero mientras Descartes pensaba un espacio lleno de materia, Newton lo pensaba vacío. Lamentablemente Newton no contó como fue la progresión hacia su pensamiento final. Historicamente es raro que tal progresión ("la cocina de la ciencia") se cuente. Uno de los pocos que lo hizo fue Johannes Kepler. Las leyes aparecen así como axiomas, de cuyo valor solo podemos dar cuenta a posteriori por sus resultados. Las tres leyes parecen ser el resultado de una combinación de elementos empíricos y su estructuración lógica. Newton trabajó desde una visión subjetiva, es decir con un espacio y al decir de Piaget tiene esto en común con la visión del niño. Vamos a intentar pensar las leyes de Newton desde la perspectiva del principio de no arbitrariedad.

2. Ley de inercia

La ley de inercia es probablemente la más difícil de pensar y la peor explicada en los libros. Por el lado de las intuiciones algunas nos llevan cerca de ella y otras nos ponen bien lejos. Si intentamos mover objetos pesados (una piedra por ejemplo) arrastrándolo por el piso intuiremos que la velocidad que toma es, si no proporcional, al menos monótona creciente con el esfuerzo. Y si hacemos esfuerzo no se mueve. Podríamos pensar entonces que "no moverse" es el estado natural de las cosas. Hasta que pasemos a deslizar la piedra sobre un charco/río/lago helado. Una vez empujada, tardará mucho en detenerse. Si en lugar de enviar la piedra deslizamos nosotros sobre el hielo veremos que no es difícil frenar y cambiar de dirección. Cualquier arquero de la antigüedad sabía que para tener el máximo alcance debía tensar el arco con toda su "fuerza" y soltar la flecha apuntando no horizontal (dirección perpendicular a la de la plomada) sino a unos 45º. Pero si de lo que se trata es de acertar a un banco puesto a una distancia fija, el arquero también sabe que cuanto más tensa el arco menos ángulo con la horizontal debe dar a la flecha. Sería posible para este arquero, aunque dudoso que lo hiciera, pensar que cuanto menos tenso está el arco más curvatura tiene que tener la trayectoria que describe la flecha. De manera correspondiente, mas tenso el arco menos curvatura y trambién es menor el tiempo que tarda en llegar al blanco. En su fantasía, podría pensarse muy fuerte, tan fuerte que su flecha viajara en linea recta, sin describir una curva. Tal caso sería una idealización, ciertamente. Lo difícil de pensar es que si algo estuviera haciendo caer a la flecha (digamos su naturaleza terrenal, siguiendo a Aristóteles) pareciera que cuanto más tiempo transcurre en el aire la flecha más es lo que esta influencia se ejerce. Así, la flecha ultra rápida que sueña el arquero, sería un caso ideal donde el carácter terrenal de la flecha no tendría tiempo de actuar. La flecha volaría libre de influencias después de soltarla, por lo que podría pensar "los cuerpos libres de influencias externas se mueven en linea recta". ¿Pero en linea recta con respecto a qué? ¿cual es el sistema de referencia que estoy tomando? El arquero podría imaginarse a si mismo rotando sobre su eje vertical una vuelta completa entre el momento en que lanzó la flecha y el momento en que esta da en el blanco. Para este arquero imaginado, la flecha trazaría un segmento de espiral.

El problema, la dificultad mayúscula, del principio de inercia es que requiere decir algo del observador al tiempo que dice algo de los cuerpos libres.

Un posible camino para evitar el problema es considerar la representación objetiva de la mecánica en lugar de la subjetiva, de esta manera elimino el problema del observador. Imagino entonces un conjunto de cuerpos libres, que no interactúan (se influencian) unos con otros ni son influenciados por terceros. Cada uno está descripto por un vector x_i en algún sistema de coordenadas subjetivo del cual no preciso dar precisiones. Las posiciones relativas son objetivas, $x_i - x_j \equiv x_{ij}$. El espacio matemático para describir de manera subjetiva este conjunto de N cuerpos es R^{3N}, pero descontada la arbitrariedad del origen y de la orientación de los ejes propia de la subjetividad del espacio, lo objetivo pertenece a R^{3N}/E^1, donde $E^1 = O(3) \ltimes R^3$ (el grupo euclideo compuesto por las rotaciones, reflexiones y translaciones). El espacio objetivo es R^{3N}/E^1 que se obtiene quitando la arbitrariedad del origen de coordenadas y la orientación de los ejes, ambas operaciones podrían ser distintas momento a momento. Este conjunto inercial, conjunto de cuerpos libres, permite referir las posiciones relativas de los cuerpos en términos de direcciones relativas de cuatro cuerpos cualesquiera elegidos entre ellos

$$\hat{e}_{ij} = \begin{cases} \frac{x_{ij}}{|x_{ij}|} & if\ \frac{d}{dt_S} x_{ij} = 0 \\ \frac{v_{ij}}{|v_{ij}|} & if\ \frac{d}{dt_S} x_{ij} \equiv v_{ij} \neq 0 \end{cases} \tag{1}$$

donde v_{ij} son velocidades relativas.

Definición 1: Dos cuerpos son relativamente inerciales si existe un sistema de referencia, un valor constante a y un valor constante b tal que $\frac{db}{dt_S}$ es constante y

$$\begin{aligned}\hat{e}_{ij} \times (x_{ij} \times \hat{e}_{ij}) &= a \\ \hat{e}_{ij} \cdot x_{ij} &= b \\ \frac{d}{dt_S}\hat{e}_{ij} &= 0\end{aligned}$$

(a es la componente perpendicular a $\hat{e}_{ij}$ y b la componente paralela. Siempre tenemos la identidad

$$x_{ij} = a + b\hat{e}_{ij}$$

Definición 2: $N \geq 3$ cuerpos son relativamente inerciales si existe un sistema de referencia y un orden secuencial $1 \dots N$ tal que cada cuerpo k es relativamente inercial al cuerpo $k+1$. A este sistema de refercia lo llamamos ***sistema inercial***.

La derivada de la velocidad relativa siendo cero expresa la permanencia de la condición de cuerpos libres. En resumidas palabras: un sistema es relativamente inercial si las trayectoria de los cuerpos libres expresan en él como rectas manteniéndose los ángulos entre trayectorias constantes en el tiempo y siendo las velocidades relativas constantes.

Si tengo un sistema inercial, se pueden obtener otros simplemente rotando los ejes de referencia un ángulo dado para todos los tiempos y trasladando el origen de coordenadas a nuestro antojo. El sistema relativamente inercial se desentiende de los antojos del observador porque mira posiciones relativas que no cambian ante translaciones y fija las direcciones de referencia de manera intrínseca y no extrínseca, sacando del medio al observador.

Un *sistema* se dice *inercial* si se corresponde con agregar un cuerpo libre extra al sistema de cuerpos libres, siendo el origen de coordenadas la posición del nuevo cuerpo libre. **Es decir que es la perspectiva del movimiento de los cuerpos libres vista desde un cuerpo libre**. **La familia de los sistemas inerciales tendrán entonces una velocidad arbitraria de referencia, y por NAP, en los sistemas inerciales habrá un grupo que remueva la arbitrariedad, ese grupo son las transformaciones de Galileo.** Este grupo tiene la misma estructura que el grupo de translaciones del que deriva. (Solari y Natiello, 2021)

Esta mirada es más abstracta que la usual ya que responde a la pregunta ¿que es en si mismo un sistema inercial?. Este tipo de preguntas fueron retiradas dentro de las preguntas posibles de hacerse por una serie de movimientos filosóficos que en parte fueron reacciones a las exposiciones de Kant y especialmente de Hegel con su insistencia en el "en si", la "esencia" (y otras expresiones abstractas) y en parte por la persuación de que la raíz empírica de la ciencia era todo lo que había, y todo lo que estaba fuera de este empirismo debía ser erradicado.[1] Los sistema inerciales se pueden definir también, con mucha más

[1] Este ser humano se parece demasiado a Dios. Percibe lo real sin interferir con ello, tiene la mirada de un Dios.

facilidad, en relación al espacio absoluto, pero como tal cosa aparece inverosímil nos abstenemos de hacerlo. Sin espacio absoluto y sin "en si" la noción queda flotando en el aire. En un texto clásico (Alonso y Finn, 1970) leemos bajo el tútlo "**ley de inercia**"

> Una partícula libre es aquella que no está sujeta a interacción alguna.... *una partícula libre se mueve siempre con velocidad constante (o lo que es lo mismo) sin aceleración...*
>
> Suponemos que el movimiento de la partícula está relacionado a un observador quien es así mismo una partícula libre (o un sistema)... Tal observador se denomina *observador inercial* y el sistema de referencia que utiliza se llama *sistema inercial.*

Del porqué de estas cosas no sabemos nada, menos aún de como se elige esa terma inercial más allá de su punto de origen. Pero la primera afirmación presupone un sistema particular de referencia, un sistema inercial, de esta manera la definición de sistema inercial presupone a los mismos. La primera afirmación es incompleta en la medida en que no dice respecto de qué se mueve. Pareciera venir de los tiempos del espacio absoluto, donde "velocidad" tomaba un valor absoluto.

En definitiva, **un sistema de referencia es inercial cuando todos los cuerpos libres se describen en él como un movimiento de velocidad constante**.

3. Aceleración, masa y fuerza

Un cuerpo acelerado según la descripción de un sistema inercial es la evidencia de que sobre él algo actúa, no es libre. Sea x_{ij}(t) la posición relativa entre los cuerpos ij, $v_{ij} = \frac{dx_{ij}}{dt}$ la velocidad relativa y $a_{ij} = \frac{dv_{ij}}{dt}$ la aceleración relativa. Supongamos que la presencia de otros cuerpos no altera la acción de un cuerpo sobre otro y consideremos el problema de estos dos cuerpos sin la presencia de los otros. Bajos este supuesto necesitamos que

$$a_{ij} = g(x_{ij}, v_{ij})$$

supongamos además que desde el punto de vista subjetivo, $a_{ij} = a_i^S - a_j^S$donde S es un sistema inercial. Considerando la acción gravitatoria de la tierra, la aceleración de los cuerpos depende de la tierra pero no del cuerpo (supuesto que hemos logrado aislar otras posibles interacciones). En ese caso

$$a_{iT} = g(x_{iT}, v_{iT})$$

Es un hecho empírico que $a_{iT} = g(x_{iT})$. Pero si lo que constituye el cuerpo y la tierra es el mismo tipo de sustancia (lo que ya Aristóteles llamó materia) con igual derecho puedo pensar que el cuerpo se mueve como puedo pensar que la tierra se mueve. La capacidad de un cuerpo para hacer acelerar a otro por acción gravitatoria estará ponderada por una propiedad del cuerpo que llamaremos *masa*, tenemos

$$\begin{aligned} a_i &= m_T h(x_{iT}) \\ a_T &= m_i h(x_{Ti}) \\ a_{iT} &= a_i - a_T \end{aligned}$$

donde h es un factor geométrico (podría ser más complicado, pero eso lo dirá la empiria, esto es lo mas sencillo de pensar). Si yo intercambio las propiedades de los cuerpos $i \leftrightarrow T$ y roto el sistema 180º respecto de un eje perpendicular a x_{iT} obtengo la misma configuración pero x_i y x_T han cambiado de signo, es necesario entonces que $h(x_{Ti}) = -h(x_{iT})$ pero entonces

$$m_i a_i + m_T a_T = m_i m_T (h(x_{iT}) + h(x_{Ti})) = 0$$

Puesto que la acción gravitatoria no la puedo anular ni compensar, es conveniente considerar el momento lineal $p_i = m_i v_i$ en lugar de la velocidad y la ***fuerza*** gravitatoria $f_i = m_i h(x_{iT})$. La segunda ley de Newton dice

$$\frac{dp_i}{dt} = F_i$$

donde las F_i son las acciones de otros cuerpos actuando sobre el cuerpo i, las cuales en tiempos de Newton eran solo la gravitación y las “fuerzas de contacto” resultantes de poner en contacto dos cuerpos.

Algunos autores, por ejemplo Mach (1919), han preferido definir una masa gravitacional y una masa inercial. La segunda se obtendría de someter distintos cuerpos a una misma fuerza y comparar sus aceleraciones. Pero, ¿qué quiere decir “la misma fuerza”? Ciertamente no quiere decir el mismo estímulo, porque en tal caso el estímulo gravitacional nos diría que todos los cuerpos tiene igual masa inercial. Sí funcionaría si usáramos el movimiento de un péndulo para golpear las masas, es decir que preciso una forma previa de distinguir fuerza de otro tipos de estímulos. Luego de algunos años de educación en física, algunos conceptos aparecen ante nosotros como “intuidos” cuando en realidad son el resultado de asociaciones producidas por el hábito. El camino de Newton para definir la masa se relaciona directamente con la acción de la gravedad, no había quien lo instruyera en sus leyes.

4. Acción y reacción

La tercera ley de Newton en el caso de la gravitación ya la hemos introducido. En el caso de las fuerzas de contacto tenemos que postularlo a partir de las observaciones empíricas. Newton la discute en esos términos.

Anécdota: a mi generación, cuando un preceptor nos veía apoyados en una columna nos decía “Alumno, no se preocupe tanto en sostener la columna, no se va a caer”, es que tanto resulta que uno empuja la columna como la columna nos empuja a nosotros. La fuerza que el cuerpo j ejerce sobre el cuerpo i, F_{ij}, es tal que $F_{ij} = -F_{ji}$, es decir, menos la fuerza que el cuerpo i ejerce sobre el j. Con fuerzas de contacto este tipo de experiencias es muy común y proveen una base para la intuición.

Como corolario, un sistema de cuerpos, $i = 1 \ldots N$, que se mueven asilados de otros cuerpos tienen

$$\frac{d\left(\sum_i p_i\right)}{dt} = 0$$

es decir que $x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$, llamada la posición del centro de masas, se mueve como un cuerpo libre en el sistema inercial.

5. Tipos de fuerzas.

Los tipos de fuerzas no están discutidos en lado alguno, pero algún nombre había que ponerle a la sección.

Desde un punto de vista de la práctica académica hay dos tipos de fuerzas: fuerzas explícitamente dadas y fuerzas implícitamente dadas. Y también las hay en contextos o situaciones particulares y fuerzas (o interacciones) universales.

Fuerzas explícitamente dadas son aquellas para las cuales damos su expresión, como sería el caso de la fuerza gravitatoria, tanto en su expresión local como $-m_i g$ como en su expresión general como $F_{ij} = -Gm_i m_j \frac{(x_i - x_j)}{|x_i - x_j|^3}$(que es la fuerza ejercida por la masa $m_j$sobre la masa m_i) y también la ley de Hooke que relaciona, aproximadamente, la fuerza restitutiva de un resorte como $F = -k\Delta x$ con Δx el desplazamiento respecto de la posición de equilibrio del resorte, o la fuerza viscosa $F = -\mu v$ donde v es la velocidad relativa entre el objeto y el medio viscoso y μun coeficiente de fricción, esta fuerza se opone siempre al movimiento, luego lo frena. Experimentando sostener objetos (por ejempl una moneda) sin que caiga apoyada en un plano vertical (como una pared o un pizarrón) rápidamente llegamos a la conclusión que esos casos se pueden dividir en dos situaciones cualitativamente distintas. Si la fuerza que ejerzo sobre el plano es suficientemente grande, la moneda no cae. Para una misma fuerza, y una moneda más pesada la situación puede cambiar. Existe una fuerza límite que compensa la gravitatoria y ese límite crece dependiendo de la fuerza normal que ejercemos, $F_{limite} = F_{limite}(N)$ hablamos de fuerza de rozamiento estática. Cuando el cuerpo se pone en movimiento porque la fricción no llega a compensar otras fuerzas tenemos aproximadamente $F = \mu(N)$v, el coeficiente de fricción depende de la fuerza ejercida normal al vínculo.

Fuerzas implícitamente dadas son aquellas de las cuales indicamos su efecto pero no su expresión. Por ejemplo, si consideramos una aproximación de "materia impenetrable" identificaremos una fuerza que impide a los objetos materiales penetrar la materia, pero en nada altera el movimiento paralelo a la superficie que limita la materia. Sea $h(x,t) = 0$ esta superficie, es necesario que la fuerza sea de la forma $N = k\frac{\nabla h}{|\nabla h|}$ [2] pero esto es materia para el siguiente

[2] ∇h es el gradiente de de la función h, un vector que tiene por componentes $[\nabla h]_i = \frac{\partial h}{\partial x_i}$

capítulo, esta fuerza se suele llamar "fuerza normal". En general, cualquier restricción que indique limitaciones al movimiento tendrá asociada una *fuerza de vínculo*. Esta fuerza de vínculo, por la tercera ley de Newton, será igual a la que debe soportar la estructura. Los físicos nos interesamos más por el movimiento y no prestamos mayor atención a la fuerza sobre la estructura, pero para los ingenieros eso no es posible. Por eso en nuestro análisis de las fuerzas de vínculo no nos limitaremos al movimiento asociado con ellas sino también abarcaremos la propia fuerza.

Mientras que **contextos particulares** cualquier expresión de una fuerza es atendible, las interacciones universales deben cumplir con el principio de no-arbitrariedad. Esto es, no pueden depender más que de expresiones relativas (posiciones o velocidades relativas) y tampoco pueden depender del tiempo absoluto, deben respetar la isotropía del espacio y, finalmente, cumplir la ley de acción y reacción. Con excepción de las fuerzas gravitatorias, las demás interacciones de la física (empezando por las electromagnéticas que sirven de modelo a las restantes) caen fuera del esquema Newtoniano. El esquema Newtoniano solo parece compatible con la **acción instantánea a distancia**.

6. El problema de la generalización de las fuerzas fundamentales.

Pero si las leyes de Newton no permiten incorporar otras fuerzas de las que se observan en la naturaleza nos queda una alternativa: una opción es generar un esquema absolutamente nuevo que resuelva el problema, la otra opción es generalizar el esquema de Newton, generando un nuevo esquema en el cual el presente es solo un caso particular. El segundo camino pareciera más promisorio, pero para intentar algo (¿qué?) hay que desarrollar ideas. Curiosamente será el estudio de la resolución de los problemas newtoniamos con fuerzas de vínculos el trabajo que nos permitirá acceder a una formulación alternativa que permitirá organizar la interacción electromagnética. Pero para llegar a esto, hay que transitar el camino.

7. Fuerza normales y trabajos virtuales. Principio de D'Alambert.

Si una superficie está dada por una condición

$$S(x, y, z; t) = 0$$

como es el caso general de una superficie que cambia con el tiempo, en cualquier instante dos puntos sobre esa superficie cumplen

$$S(x_2, y_2, z_2; t) = 0 = S(x_1, y_1, z_1; t)$$

y si son muy cercanos, y la superficie es suave,

$$
\begin{aligned}
(x_2, y_2, z_2)_S &= (x_1, y_1, z_1)_S + (\delta x, \delta y, \delta z) \\
S(x_2, y_2, z_2; t) - S(x_1, y_1, z_1; t) &\sim \frac{\partial S}{\partial x}\delta x + \frac{\partial S}{\partial y}\delta y + \frac{\partial S}{\partial z}\delta z + \cdots = 0
\end{aligned}
$$

Esto no es cierto para cualquier δ sino solo para aquellos que conectan puntos sobre la superficie al tiempo t. Es fácil proponer uno que no cumple esta relación, por ejemplo $\hat{\delta} = \delta_0 \left(\frac{\partial S}{\partial x}, \frac{\partial S}{\partial y}, \frac{\partial S}{\partial z}\right)$ que es paralelo a la normal a la superficie. Por la positiva, los puntos vectores δ que cumplen la relación están en el plano tangente a la superficie en (x_1, y_1, z_1). De esta forma los desplazamientos fueron divididos en dos grupos, uno que cumple la restricción de moverse sobre la superficie y otro que se mueve en la dirección de la normal a esta.

Si en lugar de una superficie tuviéramos un alambre restringiendo el movimiento, podríamos dar la posición del alambre como la intersección de dos superficies

$$S_A(x, y, z; t) = 0 = S_B(x, y, z; t)$$

En este caso solo habría un desplazamiento que cumpla con las condiciones

$$\frac{\partial S_A}{\partial x}\delta x + \frac{\partial S_A}{\partial y}\delta y + \frac{\partial S_A}{\partial z}\delta z + \cdots = \frac{\partial S_B}{\partial x}\delta x + \frac{\partial S_B}{\partial y}\delta y + \frac{\partial S_B}{\partial z}\delta z + \cdots = 0$$

este desplazamiento sería normal a las normales a ambas superficies, es decir, tendría la dirección del alambre.

Pero esta no es la única forma de poner restricciones o vínculos. Si tenemos muchos cuerpos (ojo! cambia el contexto y cambia la notación! no agarrarse de la notación!), y fueran la posición relativa al centro de coordenadas de estos cuerpos, numerados $i = 1 \ldots N$, (x_i, y_i, z_i) a un dado tiempo, podría por ejemplo establecer que la distancia entre dos de ellos (digamos el 1 y el 2) fuera siempre constante,

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 = L^2$$

Aclaramos que los vínculos que vamos a usar son todos exactos (dados por una ecuación) que solo depende de las posiciones y del tiempo, pero no de la velocidad. No es que no se pueda hacer otra cosa, es que se hace MUCHO más difícil.

En este punto conviene olvidarse que son cuerpos y juntar todas las coordenadas en un largo vector que representa a la posición de todos los cuerpos

$$\zeta = (x_1, y_1, z_1, \ldots, x_N, y_N, z_N)$$

Los vínculos holónomos (ese nombre reciben) se escribirán como

$$h(\zeta) = 0$$

la normal será un vector de componentes

$$n_i = \left(\frac{\partial h}{\partial \zeta_i}\right)$$

y los desplazamientos tangentes a esta (hiper)superficie cumplirán

$$\delta h = 0 = \sum_{i=1}^{N} n_i \delta_i$$

es decir serán perpendiculares a los vectores normales a los vínculos.

Si las fuerza que el vínculo puede hacer es solo en la dirección de su normal (como generalización de la impenetrabilidad de la materia) estos cumplen con la condición

$$\delta h = 0 = \sum_{i=1}^{N} n_i \delta_i$$

ya que el segundo término es el producto escalar con el vector normal de los desplazamientos permitidos. Pero como $F_h \propto n$ (o $(F_h)_i = \lambda n_i$) decimos que: los desplazamientos a tiempo fijo compatibles con los vínculos son **desplazamientos virtuales** y las fuerzas de vínculo no realizan trabajos virtuales, $\sum_i (F_h)_i \delta_i = 0$. Este rebasamiento (noción en Piaget y García (1989)) de las fuerzas normales se denomina Principio de los trabajos virtuales de D'Alambert.

Nos detenemos a mirar aquí como es el proceso de construcción de la mecánica. Este procede por observaciones e intuiciones de lo sensible que en una forma idealizada son matematizadas, posteriormente proponiendo (conjeturando) formas más amplias y abstractas que contienen lo conocido como casos particulares. Este último paso se llama rebasamiento y característico tanto del desarrollo del entendimiento en el niño como del desarrollo histórico de la ciencia según Piaget y García (1989). El rebasamiento no ofrece verdades seguras, pero toda verdad que contenga a lo previamente entendido como forma particular debe ser un rebasamiento. Aquellos rebasamientos que persistan serán los que se muestren útiles organizando las observaciones pasadas y futuras. El proceso de rechazo (refutación) se lo suele llamar falsación después del trabajo de Popper (1959) y todo el ciclo se denomina retroducción o abducción (Peirce, 1955; Burks, 1946). Si no hemos de formar personalidades dogmáticas, este proceso de construcción debe hacerse presente. Cuando se omite estos pasos y se decreta la verdad de, por ejemplo, el principio de D'Alambert por el principio de autoridad o a lo mejor como verdad revelada por suerte mentes privilegiadas (suerte de semidioses) se construye un hiato que impide la continuidad de la razón y propone una refundación del conocimiento a partir de aceptar un dogma. No es posible realizar un crítica de lo no expuesto cubierto por el hiato, por lo que la razón pasa a ser meramente una razón instrumental, mutilada en su aspecto crítico.

Cabe mencionar que el proceso de rebasamiento causa muchas dificultades a los alumnos que ingresan a la universidad, es claro que no están bien preparados para el mismo. Para un estudio de este problema en el ámbito de la matemática pueden ver González (2012).

Referencias

Alonso, Marcelo y Edward Finn (1970). *Física Vol. I, Mecánica*. Fondo Educativo Interamericano, S.A., pág. 451.

Burks, A W (1946). "Peirce's Theory of Abduction". En: *Philosophy of Science* 1, págs. 301-306.

González, Rafael (2012). *Problemáticas del Ingreso Universiotario*. Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina.

Mach, Ernst (1919). *The Science of Mechanics. A Critical and Historical Account of its Development*. Translated by Thomas J McKormack. Chicago y London: The open court publishing co.

Peirce, Charles (1955). *The Philosophical Writings of Peirce*. Selected and edited by Justus Buchler. Dover Publications.

Piaget, J y R García (1989). *Psychogenesis and the History of Science*. New York: Columbia University Press.

Popper, Karl (1959). *The Logic of Scientific Discovery*. First edition 1934. London: Routledge.

Solari, H G y M A Natiello (2021). "On the relation of free bodies, inertial sets and arbitrariness: do we need absolute space?" Preprint, ArXiv. URL: `https://arxiv.org/abs/2002.08885`.