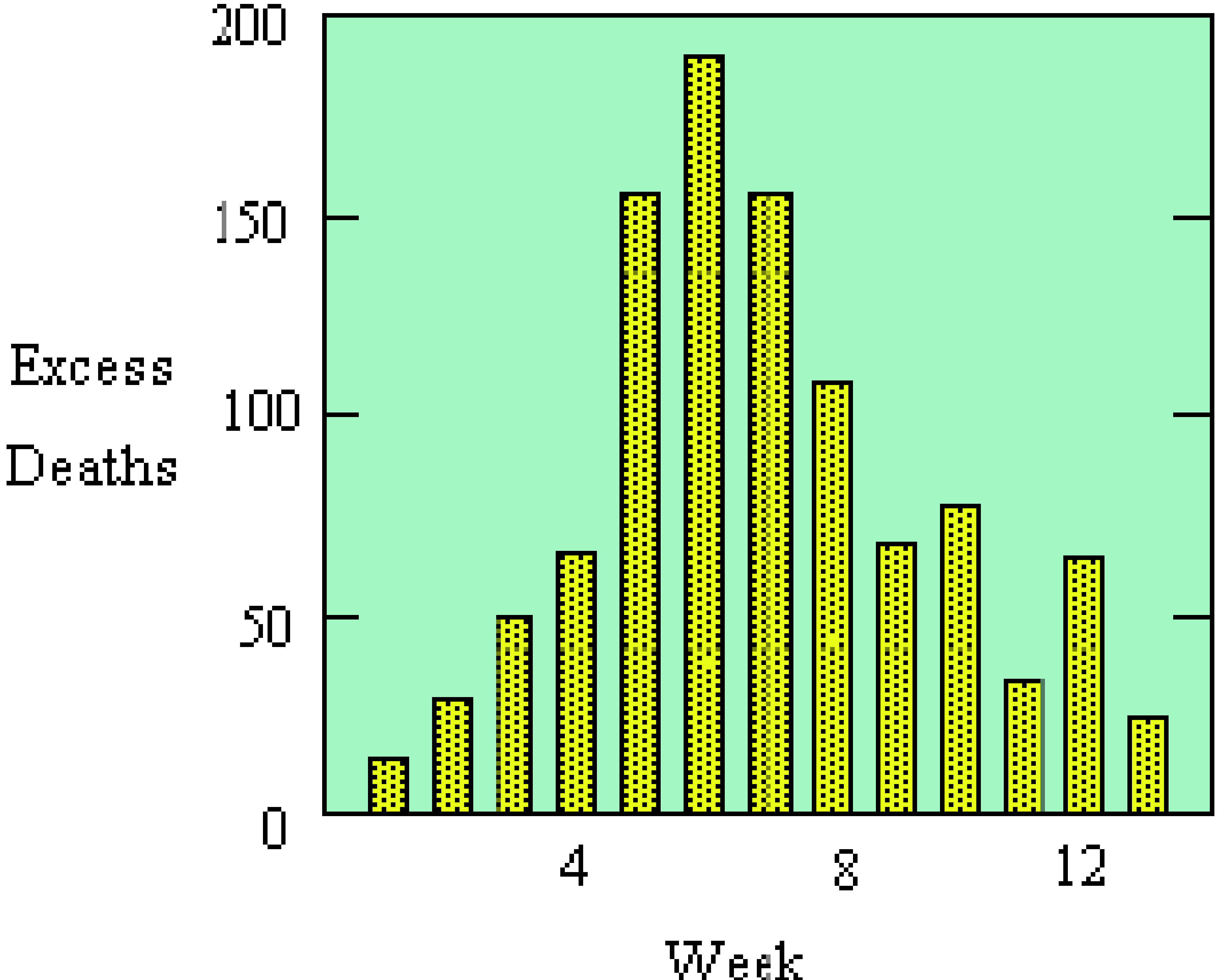

1968 Hong Kong flu:
34,000 deaths in the U.S.
1 million deaths worldwide

En el Invierno de 1968-1969 en Estados Unidos aparecio esta cepa desconocida, no habia vacunas contra la gripe

Vamos a usar datos de los que paso en New York para explorar este ejemplo

Numeros

Week	Flu-relat
1	14
2	28
3	50
4	66
5	156
6	190
7	156
8	108
9	68
10	77
11	33
12	65
13	24


Excess
Deaths
200
150
100
50
0
4
8
12
Week

Durante este periodo de tiempo consideramos que el total de la poblacion se matiene constante

Nos interesa reproducir la figura anterior y para ello usaremos un modelo ultra simple del tipo COMPARTAMENTAL.

El conjunto de la poblacion la clasificamos como:

1. aquellos que no se han infectado : susceptibles -> S
2. aquellos que estan Infectados y que son capaces de contagiar -> I
3. aquelos que o se han “recuperado” -> R

Obviamente se llama modelo SIR

-

Atencion , R involucra aquellos que ya no participan del proceso, es decir muertos o curados inmunes (suponemos que la enfermedad genera inmunidad, lo cual no esta probado a la fecha para el COVID-19)

Las Ecuaciones diferenciales

De acuerdo al modelo SIR

1. $S = S(t)$ numero de individuos susceptibles
2. $I = I(t)$ numero de individuos infectados
3. $R = R(t)$ numero de individuos que salieron del proceso

Consideramos que el numero total de individuos es constante

$$N = S(t) + I(t) + R(t) \tag{1}$$

Para NY en esos años $N = 7900000$
Es conveniente dividir por

$$1 = \frac{S(t)}{N} + \frac{I(t)}{N} + \frac{R(t)}{N} = s(t) + i(t) + r(t)$$

Para calcular la evollucion temporal de estas magnitudes construimos las siguiente ecuaciones

1. La cantidad de nuevos infectados debera ser proporcional a la cantidad de suceptibles y de Infectados. Esto en ppo. deberia ser local y proporcional a la probabilidad conjunta de encontrar susceptible y infectado, pero aplicaremos la aproximacion de orden mas bajo que se llama de “mixing perfecto”y entonces escribimos

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\beta \centerdot s(t)i(t) \tag{2}$$

2. por otro lado el numero de nuevos recuperados, $r(t)$, depende de $i(t)$

$$\frac{dr(t)}{dt} = \eta \centerdot i(t) \tag{3}$$

entonces

$$\frac{dN}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = -\left[\frac{ds(t)}{dt} + \frac{dr(t)}{dt}\right] \Longrightarrow$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \beta \centerdot s(t)i(t) - \eta \centerdot i(t) \tag{4}$$

1 Las condiciones iniciales

En esos años $N_{NYC} = 7900000$

Supongamos entonces que

$$s(t_0) = 1 \tag{5}$$

Podemos suponer

$$i(t_0) = \frac{10}{7900000} \tag{6}$$

Finalmente

$$r(t_0) = 0 \tag{7}$$

Algunas consideraciones generales

$$\frac{di(t_0)}{dt} = \beta\,.\,s_0 i_0 - \eta\,.\,i_0 = i_0(\beta s_0 - \eta) = \frac{i_0}{\beta}(s_0 - \frac{\eta}{\beta}) \tag{8}$$

Resulta que, si

$$s_0 < \frac{\eta}{\beta} \Rightarrow \frac{di(t_0)}{dt} < 0 \Rightarrow s < s_0 \forall t \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} < 0 \forall t$$

Podemos escribir entonces

$$R_0 = \frac{\beta}{\eta} s_0$$

o sea

$$\frac{di(t_0)}{dt} = i_0(\beta s_0 - \eta) = i_0 \eta(\frac{\beta}{\eta} s_0 - 1)$$

Que es el famoso REPRODUCTION RATE, si $R_0 > 1$ entonces la poblacion de infectados crece

Entonces si ponemos $s_0 = 1$, Entonces $\frac{\beta}{\eta} > 1$ marca la cancha.

$$R_0 \propto \left[\frac{infecciones}{contactos}\right] \left[\frac{contactos}{tiempo}\right] \left[\frac{tiempo}{infeccion}\right]$$

Entonces si ponemos $s_0 = 1$, Entonces $\frac{\beta}{\eta} > 1$ marca la cancha.

$$R_0 \propto \left[\frac{infecciones}{contactos}\right]\left[\frac{contactos}{tiempo}\right]\left[\frac{tiempo}{infeccion}\right]$$

o tambien

$$R_0 = \tau \cdot \bar{c} \cdot d$$

con τ trasmisibilidad: la proba de infeccion dado un contacto ; $\bar{c}$ es la frecuencia de contactos y $d$es la duracion de la infectividad.

1. β aparece multiplicando a s(t) y i(t) , es $\tau \cdot \bar{c}$
2. $1/\eta$ es d

Estamos en condiciones de resolver este problema

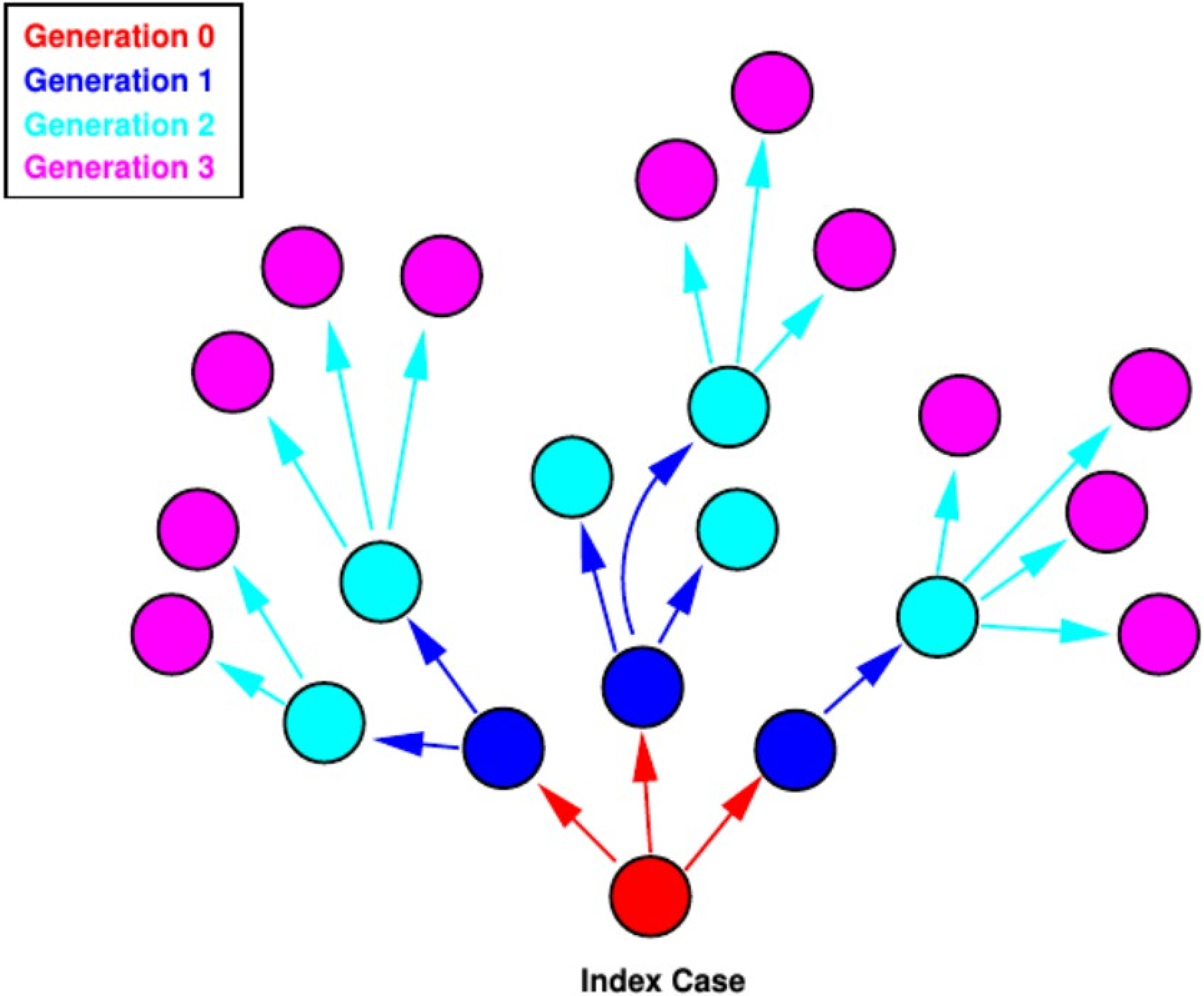


Figure 2: Graphical depiction of "generations" in an epidemic.

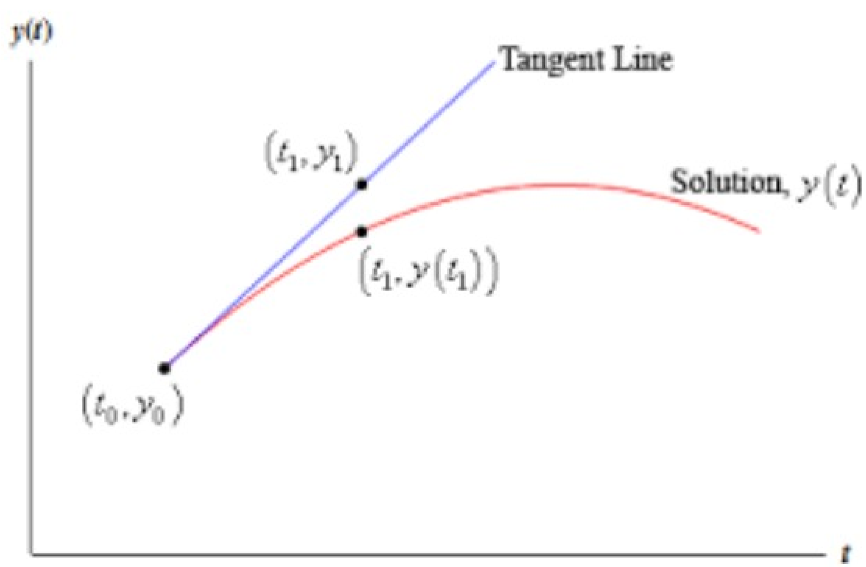
Condiciones iniciales

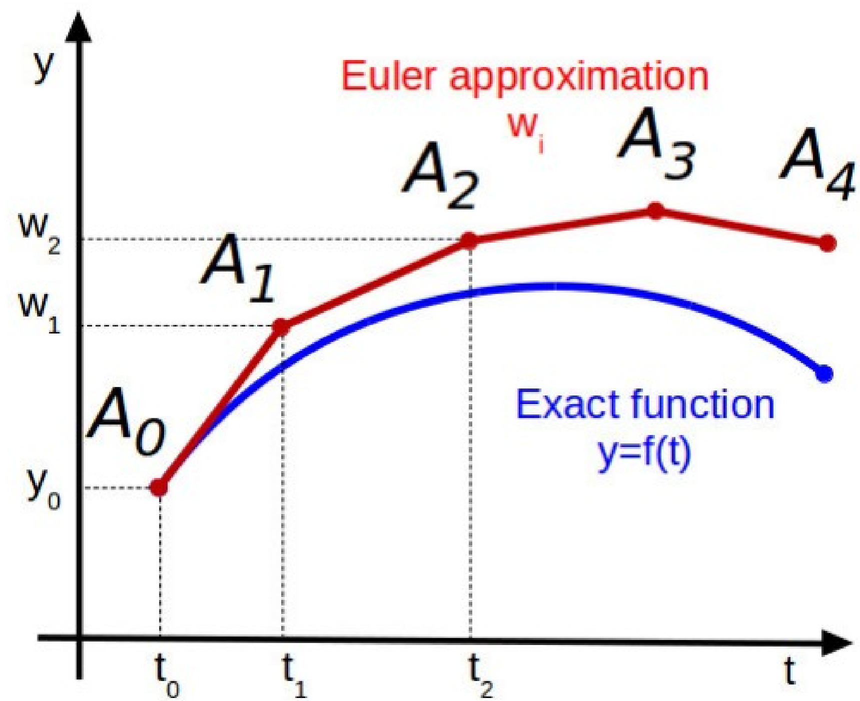
1. $\eta = \frac{1}{3}$se sabe que la gripe de HongKong tiene un perido infeccioso de 3 dias

2. β depende de varias cosas como ser la densidad etc, asi que sera nuestra variable de ajuste, es obvio que si se implementan restricciones (i.e. cuarentenas, restricciones varias) variara este numero (todo a S_0constate)

Resolucion ecuaciones dif.

Dado este problemita usamos lo mas sencillo i.e Euler





resultado