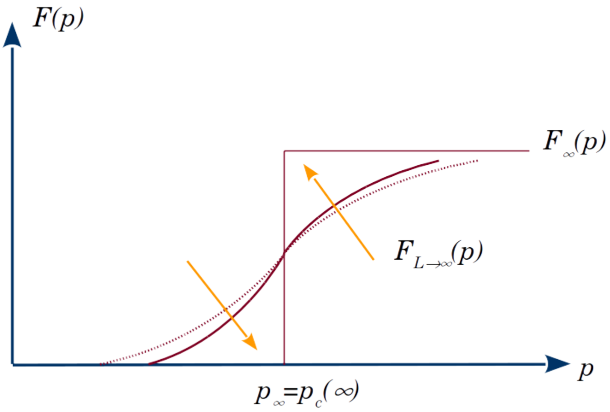
Probabilidad de percolación

- En el problema 1(b) generamos al menos 27.000 redes con la misma probabilidad de ocupación p.
- Calculamos la fracción que percola respecto de las 27.000 realizaciones de red.
- Barremos desde un valor de p chico (por ejemplo $p = 0.45$) hasta uno grande $p = 0.65$).
- Repetimos el procedimiento para distintos tamaños de red (por ejemplo $L = 4....256$). No es necesario simular todos los tamaños dentro del rango.

Probabilidad de percolación



- Conjeturamos que todas las curvas son similares, más allá de un factor de escala (hipótesis de *scaling* o "renormalización de celda grande").

Renormalización de celda grande

- Consideramos φ como una función desconocida.

$$F(p) = \varphi\left[(p - p_\infty)\, L^{1/\nu}\right] \;\Rightarrow\; \frac{dF}{dp} = L^{1/\nu}\, \varphi'\left[(p - p_\infty)\, L^{1/\nu}\right] \tag{1}$$

- Si calculamos el valor medio de p se obtiene

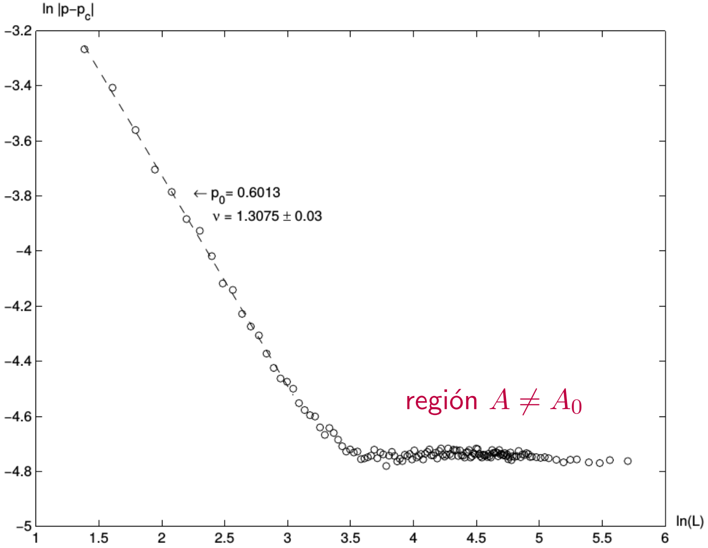
$$\langle p \rangle = \int_0^1 p\, \frac{dF}{dp}\, dp = p_\infty + A\, L^{-1/\nu} \tag{2}$$

donde $A = A(L) \approx A_0$ dentro de cierto rango de L.

- Si llamamos $p_L = \langle p \rangle$ (¡al que tenemos acceso!)

$$\ln \left| p_L - p_\infty \right| = -\frac{1}{\nu}\, \ln L + \ln A_0 \tag{3}$$

Primera estimación de ν



Procedimiento para la primera estimación de p_∞ y ν

- Los parámetros desconocidos son p_∞ y el exponente crítico ν (y A_0, por supuesto!).

- Se puede utilizar el valor de p_∞ hallado en el punto 1(a) como primera aproximación.

- Sino, barrés un rango estrecho de p_∞ y te quedás con el valor que genera la mejor recta. warning: esto te puede conducir a soluciones sub-óptimas!

- Ayuda: recordar que $p_\infty = 0.5927...$ y $\nu = 4/3$.

Estimación de p_∞ por separado

- Si calculamos el momento de orden 2 obtenemos

$$\langle p^2 \rangle = \int_0^1 p^2 \, \frac{dF}{dp} \, dp = B \, L^{-2\nu} + 2A \, p_\infty \, L^{-1/\nu} + p_\infty^2 \qquad (4)$$

$$\sigma^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2 = (B - A^2) \, L^{-2/\nu} \qquad (5)$$

donde $\sigma \sim p_L - p_\infty \quad \Rightarrow \quad p_L = \beta\sigma + p_\infty$.

- Si graficás los valores de p_L vs. σ, deberían seguir una recta. Si extrapolás la recta al origen, podés determinar p_∞.

¿Qué aprendemos de todo esto? (bonus track)

- Estudiar un sistema "infinito" por medio de un sistema "finito" desplaza el punto de transición.
- El "entorno" de una transición nos da información del sistema. En particular, de sus exponentes críticos (universalidad!)
- El rango útil del "entorno" requiere cierta búsqueda.
- Estimar muchos parámetros simultáneamente nos puede dejar atrapados en soluciones sub-óptimas.