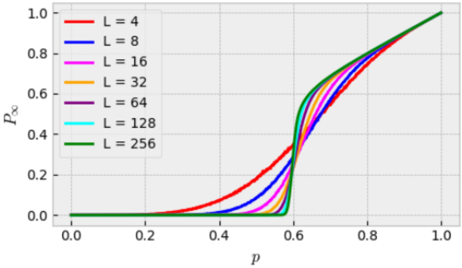
# La transición de fase de 2° orden

- En el problema 2 observamos que $P_\infty \sim (p - p_c)^\beta$




Intuimos que se trata de un "parámetro de orden". Debemos investigar qué ocurre con las funciones respuesta para saber si estamos en presencia de una transición de fase de 2° orden.

# ¿Qué es una función respuesta?

- Es la variación de la "energía libre" ante cambios en el estímulo externo.

- Ejemplo con un sistema magnético:

$$A(H,T) = -kT \ln Q \qquad \text{(energia libre de Helmholtz)} \tag{1}$$

$$U(H,T) = -kT^2 \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{A}{kT}\right) \qquad \text{(energia interna)} \tag{2}$$

$$M = -\frac{\partial}{\partial H}\left(\frac{A}{kT}\right) \qquad \text{(magnetizacion)} \tag{3}$$

# ¿Qué es una función respuesta?

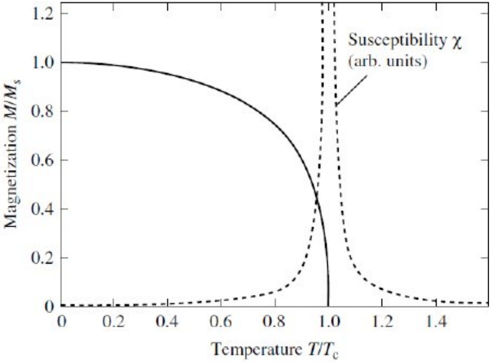
La energía puede variar por cambios en el campo magnético externo $H$ o el baño térmico $T$. Las posibilidades son:

$$C = \frac{\partial U}{\partial T} \quad , \quad \chi = \frac{1}{V}\frac{\partial M}{\partial H} \tag{4}$$

Las leyes que se observan para la magnetización espontánea son

$$\begin{cases} M \sim \left(\dfrac{T-T_c}{T_c}\right)^{\beta} & \text{(Curie)} \\ \chi \sim \left(\dfrac{T-T_c}{T_c}\right)^{-\gamma} & \text{(Fisher)} \\ C \sim \left(\dfrac{T-T_c}{T_c}\right)^{-\alpha} & \text{(Rushbrooke)} \end{cases} \tag{5}$$

# $M$ es un parámetro de orden




- Podemos asociar $M \to P_\infty$. Además, sabemos que $P_\infty$ está asociado al momento de orden 1

$$P_\infty = p - \sum_{s=1}^{\infty} n_s(p)\, s \Big|_{p \approx p_c} \tag{6}$$

## $\chi$ corresponde a las fluctuaciones de la magnetización

- $$m_0(p) = \sum_{s=1}^{\infty} n_s(p) \sim |p - p_c|^{2-\alpha} \qquad (C)$$

- $$m_1(p) = \sum_{s=1}^{\infty} n_s(p)\, s \sim (p - p_c)^{\beta} \qquad (M)$$

- $$m_2(p) = \sum_{s=1}^{\infty} n_s(p)\, s^2 \sim |p - p_c|^{-\gamma} \qquad (\chi)$$

- Observamos que nos falta determinar los exponentes críticos $\gamma$ y $\alpha$ para completar el conjunto de exponentes

- Los exponentes se obtienen a través de los momentos. ¡Hay que conocer $n_s(p)$!

# Relación entre exponentes críticos

- $\tau = 2 + \nu\sigma\,(2 - D)$
- $\tau = 3 - \gamma\sigma$
- $D = \frac{1}{\nu\sigma}$
- $\beta = \nu\,(d - D)$
- $\alpha + 2\beta + \gamma = 2$

$d = 2$, $\nu = 4/3$, $D = 91/48$, $\beta = 5/36$, $\sigma = 36/91$

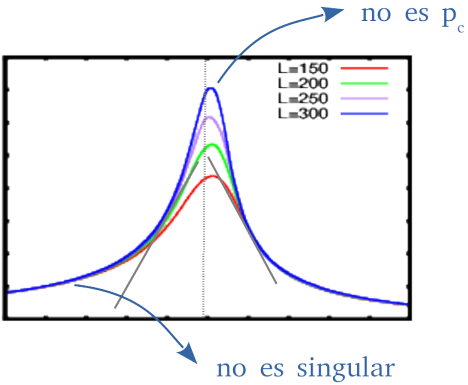
# Procedimiento del $\gamma$-matching

- El momento de orden 2 diverge en $p = p_c$ (red infinita).
- Tenemos 2 ramas: $p \to p_c^+$ y $p \to p_c^-$

$$m_2(p) = \sum_{s=1}^{\infty} n_s(p)\, s^2 = c_\pm\, |p - p_c|^{-\gamma} \tag{7}$$

Ambas ramas comparten el mismo exponente, aunque distinto factor de proporcionalidad. Cualquier ajuste debe contemplar ambas ramas.

# Procedimiento $\gamma$-matching




- Ambas pendientes deben ser iguales.
- Debemos buscar la $p_c(L)$ (no conocida *a prori*).