Física de muchos cuerpos

DF-FCEN-UBA, Segundo Cuatrimestre 2020

Guía 3: Operadores de campo y jellium model

1. Problema 1.1 del Fetter-Walecka.

2. (a) Escribir en segunda cuantización el Hamiltoniano de un gas de electrones quasi-bidimensional, cuyo Hamiltoniano en primera cuantización es:

$$H^{(1)} = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2}\sum_{i\neq j} \frac{e^2}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} + \sum_{i=1}^{N} u(z_i) \tag{1}$$

   Sugerencia: Utilizar como base de partícula única los estados:

$$\psi_{n\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}, s) = \frac{1}{L} e^{i\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\rho}} \varphi_n(z)\chi_\sigma(s) \tag{2}$$

   donde $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ y $\varphi_n(z)$ satisface:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dz^2} + u(z)\right]\varphi_n(z) = \varepsilon_n \varphi_n(z) \tag{3}$$

   Ayuda:

$$\int d^2\rho \, \frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\rho}}}{\sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}} = \int_0^\infty d\rho \int_0^{2\pi} d\phi \, \frac{\rho e^{iq\rho\cos\phi}}{\sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}} \tag{4}$$

$$= 2\pi \int_0^\infty d\rho \, \frac{\rho J_0(q\rho)}{\sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}} = \frac{2\pi}{q} e^{-q|z - z'|} \tag{5}$$

   (b) Escribir en segunda cuantización el Hamiltoniano para el jellium model en dos dimensiones (obtener una expresión equivalente la Ec. (3.19) de Fetter-Walecka).

3. Partiendo del Hamiltoniano obtenido en el problema 2(b) para el jellium model en dos dimensiones, continúe el análisis en forma análoga al realizado a partir de la Ec. (3.19) en el libro de Fetter y Walecka. El estudio consta de 4 pasos:

   (a) Adimensionalizar el Hamiltoniano y hacer un análisis como el que sigue a la Ec. (3.24).

(b) Calcular el vector de Fermi como en (3.27) y la energía cinética como en (3.30).

(c) Calcular el shift de energía a primer orden debido a la interacción Coulombiana, análogo a la Ec. (3.36).

(d) Juntar los dos términos de la energía obtenidos [como en (3.37)]] y graficar como en la Fig. 3.2.