Física de muchos cuerpos

DF-FCEN-UBA, Segundo Cuatrimestre 2020

Guía 4: Función de Green

1. Demostrar las expresiones:

$$\theta(\tau) = \lim_{\eta\to 0^+} -\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\omega\, \frac{e^{-i\omega\tau}}{\omega + i\eta} \tag{1}$$

$$\theta(-\tau) = \lim_{\eta\to 0^+} +\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\omega\, \frac{e^{-i\omega\tau}}{\omega - i\eta} \tag{2}$$

2. Hallar la función de Green retardada en el dominio tiempo, $G^R(\mathbf{k}, t-t')$, y en el dominio frecuencia, $G^R(\mathbf{k}, \omega)$, para el gas de electrones libres y no-interactuantes.

3. Hallar la función de Green ordenada temporalmente para el gas de electrones libres y no-interactuantes en el dominio espacio-tiempo, $G(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t')$.

4. Demostrar que para el gas de fermiones no interactuantes las funciones espectrales son:

$$A(\mathbf{k}, \epsilon) = \theta(k - k_F)\delta(\epsilon - w_{\mathbf{k}}^{(N+1)}) = (1 - \langle n_{\mathbf{k}}\rangle)\delta(\epsilon - w_{\mathbf{k}}^{(N+1)})$$

$$B(\mathbf{k}, \epsilon) = \theta(k_F - k)\delta(\epsilon - w_{-\mathbf{k}}^{(N-1)}) = \langle n_{\mathbf{k}}\rangle\delta(\epsilon - w_{-\mathbf{k}}^{(N-1)})$$

5. Problema 3.2 del Fetter-Walecka.
   Una de las más útiles relaciones de teoría cuántica de campos es:

$$e^{iS}\, O\, e^{-iS} = O + i[S, O] + \frac{i^2}{2!}[S, [S, O]] + \frac{i^3}{3!}[S, [S, [S, O]]] + \cdots$$

   donde O y S son operadores. Verificar esa relación hasta el orden dado. La transformación de un operador de la representación de Schrödinger a la de Interacción está dada por :

$$O_I(t) = e^{iH_0 t} O_S e^{-iH_0 t}$$

donde

$$H_0 = \sum_k \hbar\omega_k c_k^\dagger c_k$$

Aplique la relación de arriba para verificar que los operadores de creación y destrucción en la representación de Interacción están dados por

$$c_k(t)_I = c_k e^{-i\omega_k t}$$

$$c_k^\dagger(t)_I = c_k^\dagger e^{i\omega_k t}$$