

Física de muchos cuerpos

DF-FCEN-UBA, Primer Cuatrimestre 2022

Guía 4: Polarización interbanda y ecuaciones de Bloch ópticas y de semiconductores

1 Polarización interbanda

El operador de polarización, escrito en segunda cuantización, está dado por:

$$\hat{\mathbf{P}}(t) = \sum_s \int d^3r \hat{\Psi}_s^\dagger(\mathbf{r}, t) e\mathbf{r} \hat{\Psi}_s(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

donde e es la carga del electrón y $\hat{\Psi}_s^\dagger(\mathbf{r}, t)$ ($\hat{\Psi}_s(\mathbf{r}, t)$) es el operador de campo de creación (destrucción). (Ver capítulo 10 de Haug y Koch.) Tomando el valor de expectación de este operador sobre el estado inicial del sistema de muchas partículas, se obtiene el vector de polarización (valor medio del dipolo eléctrico $e\mathbf{r}$):

$$\mathbf{P}(t) = \sum_s \int d^3r \langle \hat{\Psi}_s^\dagger(\mathbf{r}, t) e\mathbf{r} \hat{\Psi}_s(\mathbf{r}, t) \rangle \quad (2)$$

Demostrar que el vector de polarización se puede escribir en términos de la polarización interbanda de la siguiente forma:

$$\mathbf{P}(t) = \sum_{\mathbf{k}} P_{cv,\mathbf{k}}(t) d_{vc} + \text{c.c.} \quad (3)$$

2 Ecuaciones de Bloch ópticas

Ej. 5.1 del libro de Haug y Koch: Resolver las ecuaciones coherentes de Bloch para el caso resonante $\nu_{\mathbf{k}} = 0$ en la forma: $U_i(t) = \sum_{i,j} A_{ij}(t) U_j(0)$.

3 Ecuaciones de Bloch de Semiconductores

El Hamiltoniano electrónico de un semiconductor en el modelo de dos bandas está dado por:

$$H_{el} = \sum_{\mathbf{k}} (E_{c,\mathbf{k}} a_{c,\mathbf{k}}^\dagger a_{c,\mathbf{k}} + E_{v,\mathbf{k}} a_{v,\mathbf{k}}^\dagger a_{v,\mathbf{k}}) + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q} \neq 0} V_{\mathbf{q}} \left(a_{c,\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger a_{c,\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger a_{c,\mathbf{k}'} a_{c,\mathbf{k}} + a_{v,\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger a_{v,\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger a_{v,\mathbf{k}'} a_{v,\mathbf{k}} + 2 a_{c,\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger a_{v,\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger a_{v,\mathbf{k}'} a_{c,\mathbf{k}} \right) \quad (4)$$

La interacción con luz en la aproximación dipolar introduce el Hamiltoniano:

$$H_d \simeq - \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{E}(t) (a_{c,\mathbf{k}}^\dagger a_{v,\mathbf{k}} d_{cv} + h.c.) \quad (5)$$

El objetivo de este ejercicio es deducir la ecuación de movimiento de la ocupación de la banda de conducción en la aproximación de campo medio Random-phase approximation (RPA), también llamada Time-Dependent Hartree-Fock approximation (TDHF). Fuente: Secciones 10.1 y 12.1 del libro de Haug y Koch

(1) Obtener la ecuación de movimiento de Heisenberg para el operador de ocupación $\hat{n}_{c,\mathbf{k}} = \hat{a}_{c,\mathbf{k}}^\dagger \hat{a}_{c,\mathbf{k}}$. Tomando el valor medio de esta ecuación sobre el estado inicial se obtiene para la ocupación $n_{c,\mathbf{k}} = \langle \hat{n}_{c,\mathbf{k}} \rangle$ una ecuación similar a la (10.18) para la polarización interbanda.

(2) Realizar la aproximación RPA y obtener la ecuación de evolución que forma parte de las *semiconductor Bloch equations*:

$$\frac{\partial n_{c,\mathbf{k}}}{\partial t} = -2\text{Im} (\Omega_{R,\mathbf{k}} P_{\mathbf{k}}^*), \quad (6)$$

donde utilizamos la frecuencia de Rabi generalizada

$$\Omega_{R,\mathbf{k}} \equiv \frac{1}{\hbar} \left(d_{cv} \mathcal{E} + \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}} V_{|\mathbf{k}-\mathbf{q}|} P_{\mathbf{q}} \right) \quad (7)$$